به تعیین فاصله میان دو نقطه در فضای سه بعدی طول یابی گفته می شود.

روش های تعیین فاصله
۱- روش تقریبی
۲- روش محاسبه ای
۳- روش مستقیم
۴- روش اپتیکی
۵- روش الکترونیکی

روش تقریبی :
اندازه گیری روی نقشه و فاصله یابی با به کار گیری قدم انسانی است.

روش تقریبی :
اندازه گیری روی نقشه و فاصله یابی با به کار گیری قدم انسانی است.

طول قدم:

- در قدیم یکی از ابزارهای استاندارد کردن طول بوده است
- با طی مسافتی مانند ۱۰۰ متر و محاسبه تعداد قدم ها می توان اندازه متوسط قدم خود را تعیین کرد.
- برای تعیین ابعاد زمین های وسیع و زمانی که ابزار در اختیار نیست و برای تخمین طول کاربرد دارد.

مثال: شخصی فاصلهٔ ۱۰۰ متری را با ۱۳۵ قدم طی نموده است. چنانچه تعداد قدمهای او برای طی فاصله‌ای ۱۸۹ قدم باشد فاصلهٔ مزبور چند متر است؟

پاسخ:

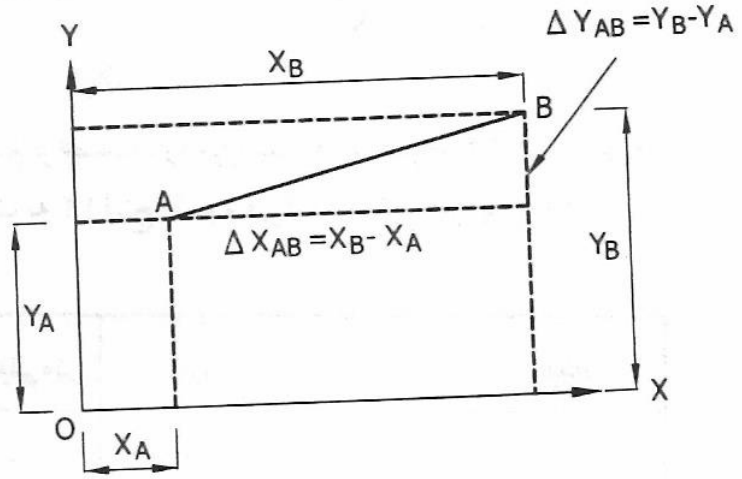
$$x_{AB} = \frac{۱۰۰}{۱۳۵} \times ۱۸۹ = ۱۴۰ \text{ متر}$$

روش محاسبه ای شامل تعیین فاصله از طریق مختصات نقاط و یا حل مثلث است.

با استفاده از روش محاسبه‌ای و ترسیمی می‌توان فاصله بین دو نقطه را محاسبه نمود. از روابط زیر می‌توان طول پاره‌خط را تعیین کرد.

$$\overline{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$$



مثال ۲: اگر مختصات نقاط B و A بصورت زیر باشد فاصله بین دو نقطه برابر کدام است؟

$$A\begin{vmatrix} ۵۰۰ \\ ۱۰۰۰ \end{vmatrix} , B\begin{vmatrix} ۵۰۰ \\ ۱۵۰۰ \end{vmatrix}$$

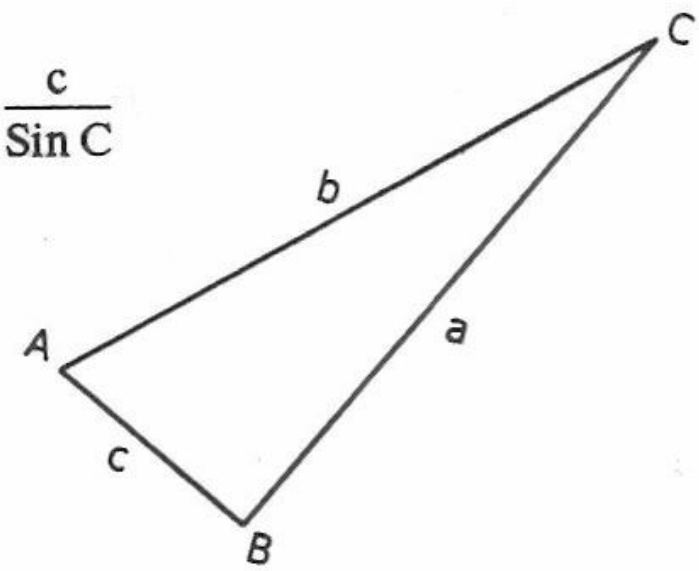
پاسخ:

$$\overline{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{(۵۰۰ - ۵۰۰)^2 + (۱۵۰۰ - ۱۰۰۰)^2} = ۵۰۰\,m$$

موقعی که سه زاویه و یک ضلع از مثلث مشخص باشد با استفاده از رابطه سینوسها می‌توان دو ضلع دیگر را محاسبه نمود.

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$$



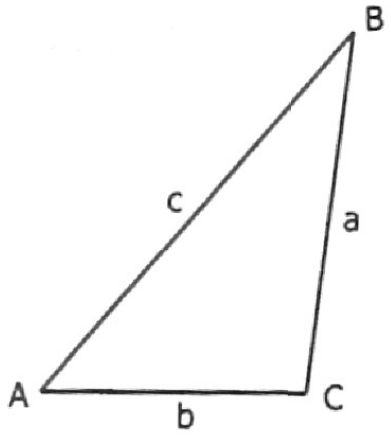
مثال: در مثلث ABC، طول a برابر ۴۵ متر و $\hat{A}=۳۷^\circ$ و $\hat{B}=۱۱۸^\circ$ است. طول b چند متر است؟

پاسخ:

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$$

$$\frac{۴۵}{\sin ۳۷}=\frac{b}{\sin ۱۱۸}\rightarrow b=\frac{\sin ۱۱۸}{\sin ۳۷}\times ۴۵=۶۶/۰۲\ m$$

موقعی که دو ضلع و زاویه بین یک مثلث مشخص باشد با استفاده از رابطهٔ کسینوسها می‌توان طول ضلع سوم را محاسبه نمود.



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac.\,\mathrm{Cos}\,B$$

$$C^2 = a^2 + b^2 - 2ab.\,\mathrm{Cos}\,C$$

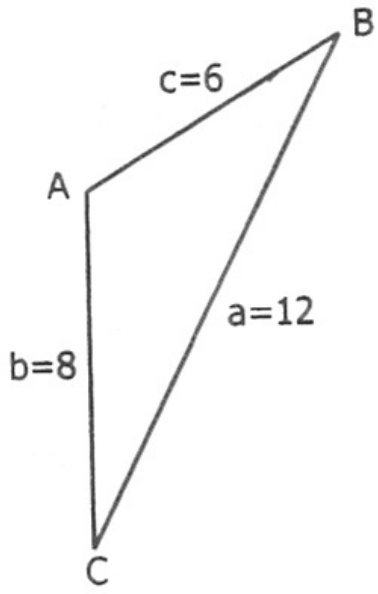
با استفاده از روابط بالا که به رابطهٔ کسینوس‌ها معروف است می‌توان زوایای مثلث را بصورت زیر نوشت:

$$\mathrm{Cos}\,A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\mathrm{Cos}\,B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\mathrm{Cos}\,C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

مثال ۱: در شکل مقابل زاویهٔ A برابر چند درجه است؟



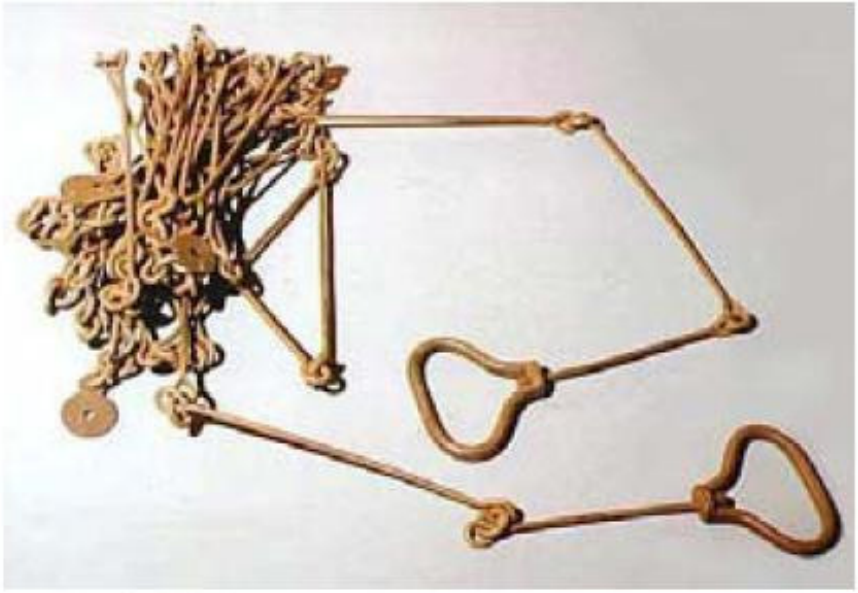
پاسخ:

$$\text{Cos A} = \frac{b^{۲} + c^{۲} - a^{۲}}{۲bc}$$

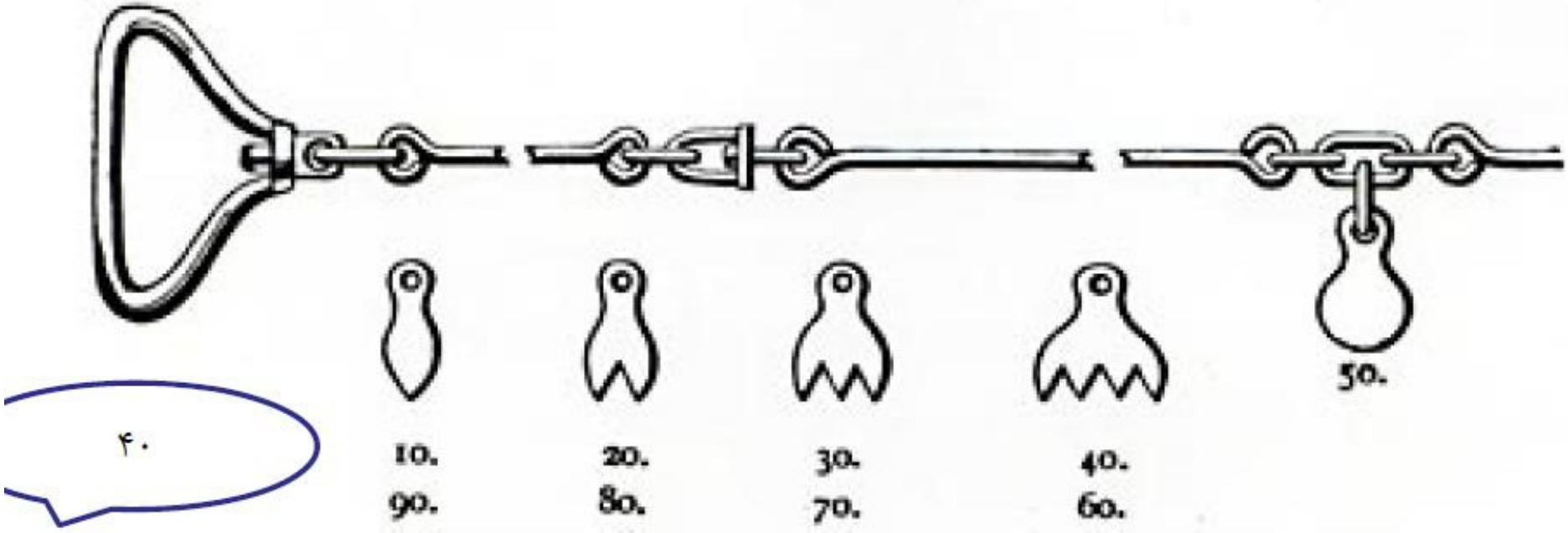
$$\text{Cos A} = \frac{۶۴ + ۳۶ - ۱۴۴}{۲ \times ۸ \times ۶} = -۰/۴۵۸۳ \rightarrow A = ۱۱۷^{\circ}\ ۱۷'$$

وسیله اصلی طولیابی در روش مستقیم، انواع نوار های فاصله یابی (متر ها) و چرخ های غلطان است.
همراه با این وسایل از اسباب های کمکی همچون شاقول، ژالون، تراز دستی، شیب سنج، گونیای مساحی، و قطب نما نیز استفاده می شود.

- متر:
  - جنس آن : فلزی، پارچه ای، پلاستیکی
  - تقسیم بندی : سانتی متر، میلی متر
  - طول: از ۳ متری تا ۱۰۰ متری



- زنجیر مساحی
  - در اندازه های مختلف
  - دقت نسبی حدود $\frac{1}{1000}$



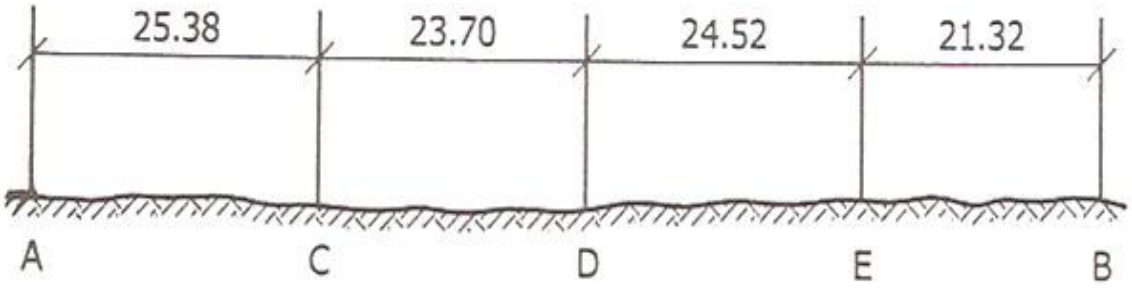
۴۰

- **ابزارهای کمکی طول یابی:**
- ژالون
- تراز نبشی

وقتی فاصله مورد نظر از طول نوار اندازه گیری کوچکتر باشد، و زمین اندازه گیری هموار و افقی باشد کافی برای متر کشی نوار را کاملاً کشیده و بدون پیچ خوردگی بین دو نقطه قرار دهیم. و درجات نوار را که خطوط نشانه اش منطبق بر نقاط ابتدا و انتهای فاصله مورد نظر است را بخوانیم و سپس این دو قرائت را از هم کم کنیم.

متر کشی زمین های هموار به روش امتداد گذاری

اگر فاصله بین دو نقطه بیش از طول متر باشد، طولیابی بین دو نقطه به کمک روش امتداد گذاری می تواند انجام گیرد.



مترکشی در زمین هموار به کمک ژالون و متر

$$x_{AB} = x_1 + x_2 + x_3 + x_4$$

$$x_{AB} = ۲۵/۳۸ + ۲۳/۷ + ۲۴/۵۲ + ۲۱/۳۲ = ۹۴/۹۲\,m$$

اندازه‌گیری فاصله در زمین ناهموار و شیبدار

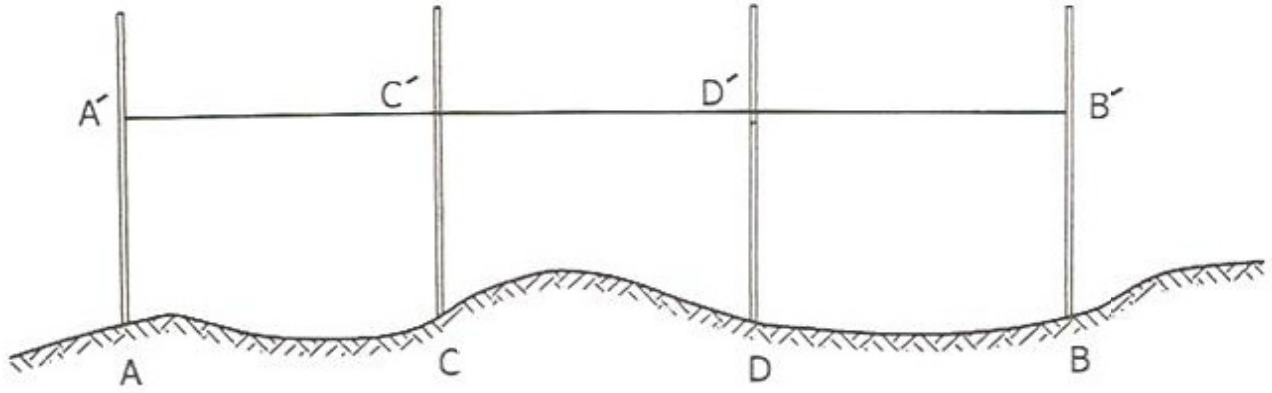
در این نوع زمین‌ها به دلیل ناهمواری و یا شیبدار بودن آن نمی‌توان متر را در حالت افقی و مستقیم بر روی زمین پهن نمود. در این مواقع باید فاصله AB را با چند ژالون به قطعات کوچکتری تقسیم نموده، فاصلهٔ افقی هر دو ژالون متوالی را اندازه‌گیری نموده و مجموع آنها برابر فاصلهٔ افقی AB می‌باشد.

$$AB = A'C' + C'D' + D'B'$$

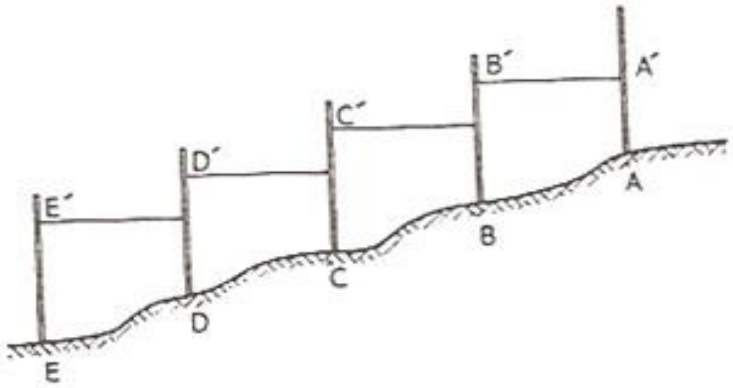
برای اندازه‌گیری طول افقی دو ژالون به روش زیر عمل می‌کنیم:

- یک نفر ابتدای متر را گرفته و در کنار ژالون نقطه A مستقر می‌شود.
- نفر دوّم سمت دیگر متر را گرفته و کنار ژالون نقطهٔ C می‌ایستد.
- هر دو نفر متر را تا اندازهٔ سینهٔ خود بالا می‌برند.
- نفر سومی با یک شیب‌سنج که قاعده‌اش را موازی متر قرار می‌دهد مقدار شیب متر را کنترل می‌نماید و با علامتی که به دو نفر مترکش می‌دهد، متر را در وضعیت افقی قرار می‌دهد.

در این لحظه دو نفر مترکش، متر را بصورت مستقیم می‌کشند به گونه‌ای که صفر آن در ژالون A باشد و نفر دوّم طول متر را در ژالون C می‌خواند و ثبت می‌کند.



در زمین‌های شیبدار روش عملیات نیز بدین صورت می‌باشد ولی به دلیل شیب زمین هر دو نفر نمی‌توانند متر را به یک اندازه بالا ببرند. بجای بکار بردن ژالون می‌توان از شاقول نیز استفاده نمود. اندازه‌گیری طولها در این روش سخت‌تر از زمانی می‌باشد که ژالون نصب شده باشد.



فاصله‌سنجی در زمین شیب‌دار

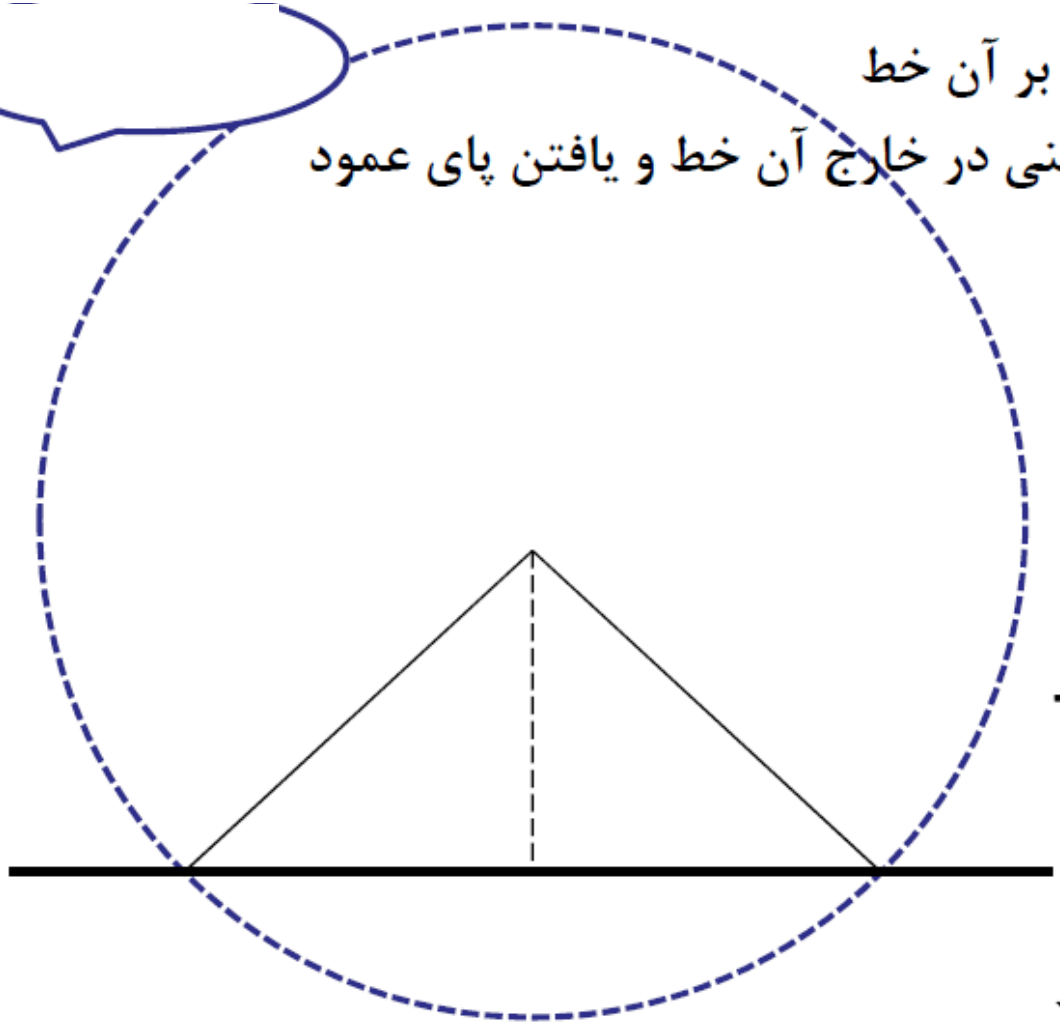
مساحی: منظور از مساحی، نقشه برداری از قطعات کوچک زمین است که با استفاده از وسایل ساده ای مثل متر، ژالون، شاقول، گونیای مساحی، قطب نما و شیب سنج دستی انجام می گیرد.

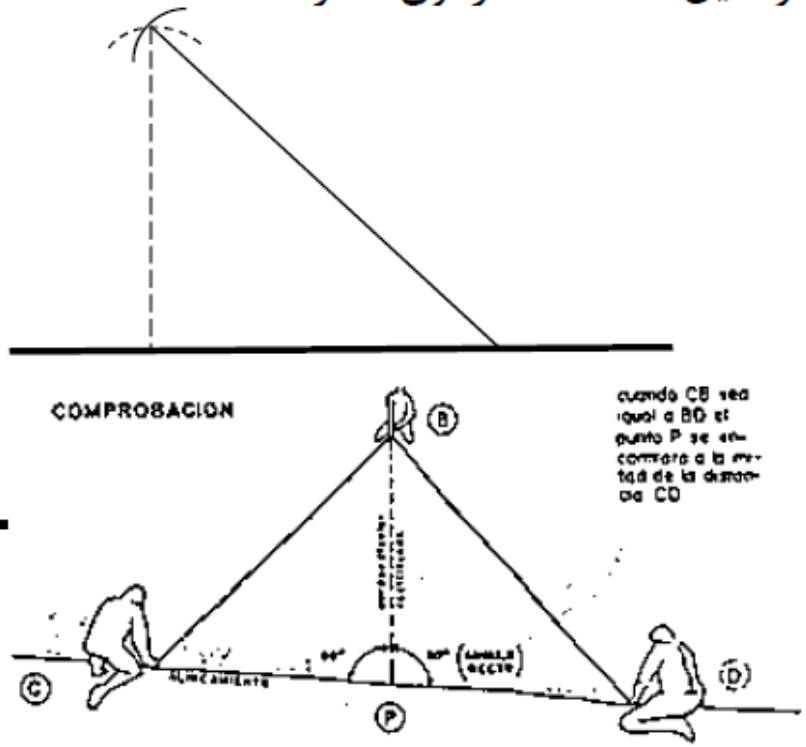
برخی از مسائل مطرح در مساحی:

- اخراج عمود بر یک خط از نقطه ای واقع بر آن خط
- وارد کردن عمود بر یک خط از نقطه معینی در خارج آن خط و یافتن پای عمود
- پیاده کردن خطی به موازات خط دیگر
- تعیین اندازه یک زاویه
- پیاده کردن یک زاویه نسبت به یک امتداد
- تهیه نقشه از زمین های کم وسعت به روش مثلث بندی
- تهیه نقشه از زمین های کم وسعت به روش استفاده از خط هادی

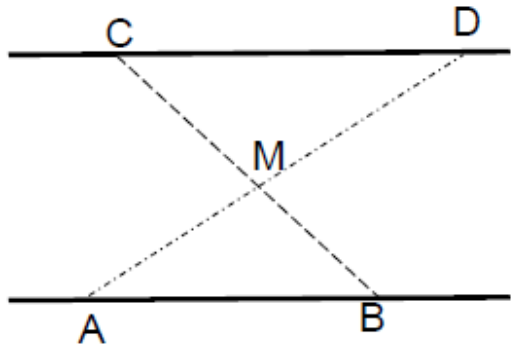
- اخراج عمود بر یک خط از نقطه ای واقع بر آن خط
- وارد کردن عمود بر یک خط از نقطه معینی در خارج آن خط و یافتن پای عمود

- وسایل : سه عدد ژالون، متر

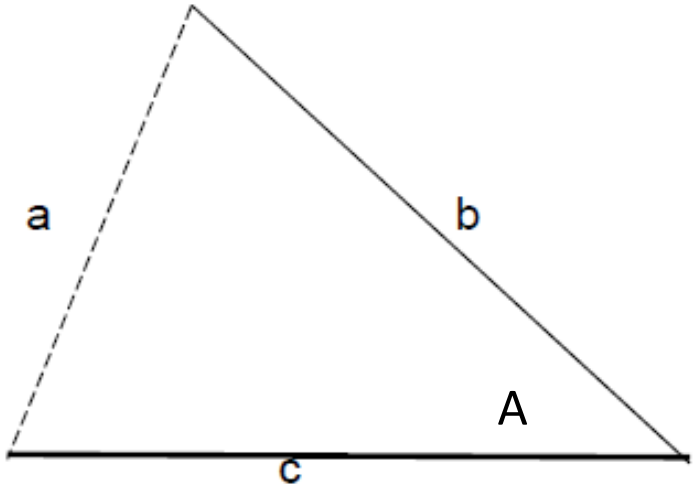




- **پیاده کردن خطی به موازات خط دیگر:**



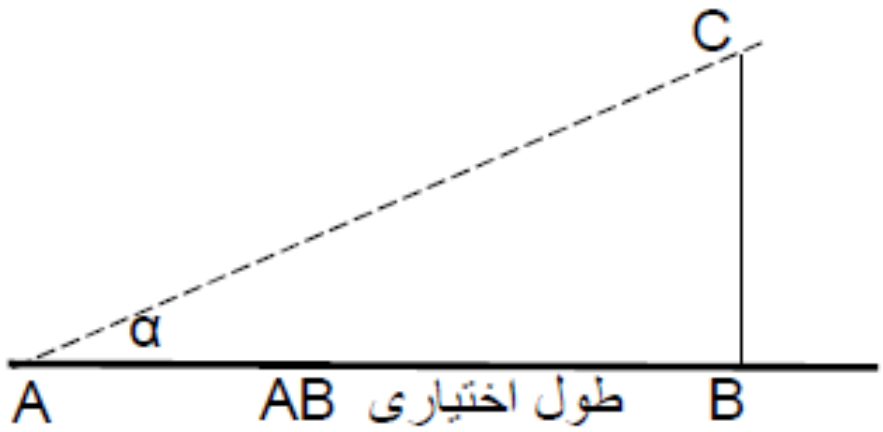
- **تعیین اندازه یک زاویه:**
- قانون کسینوس ها



$$\cos(A) = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

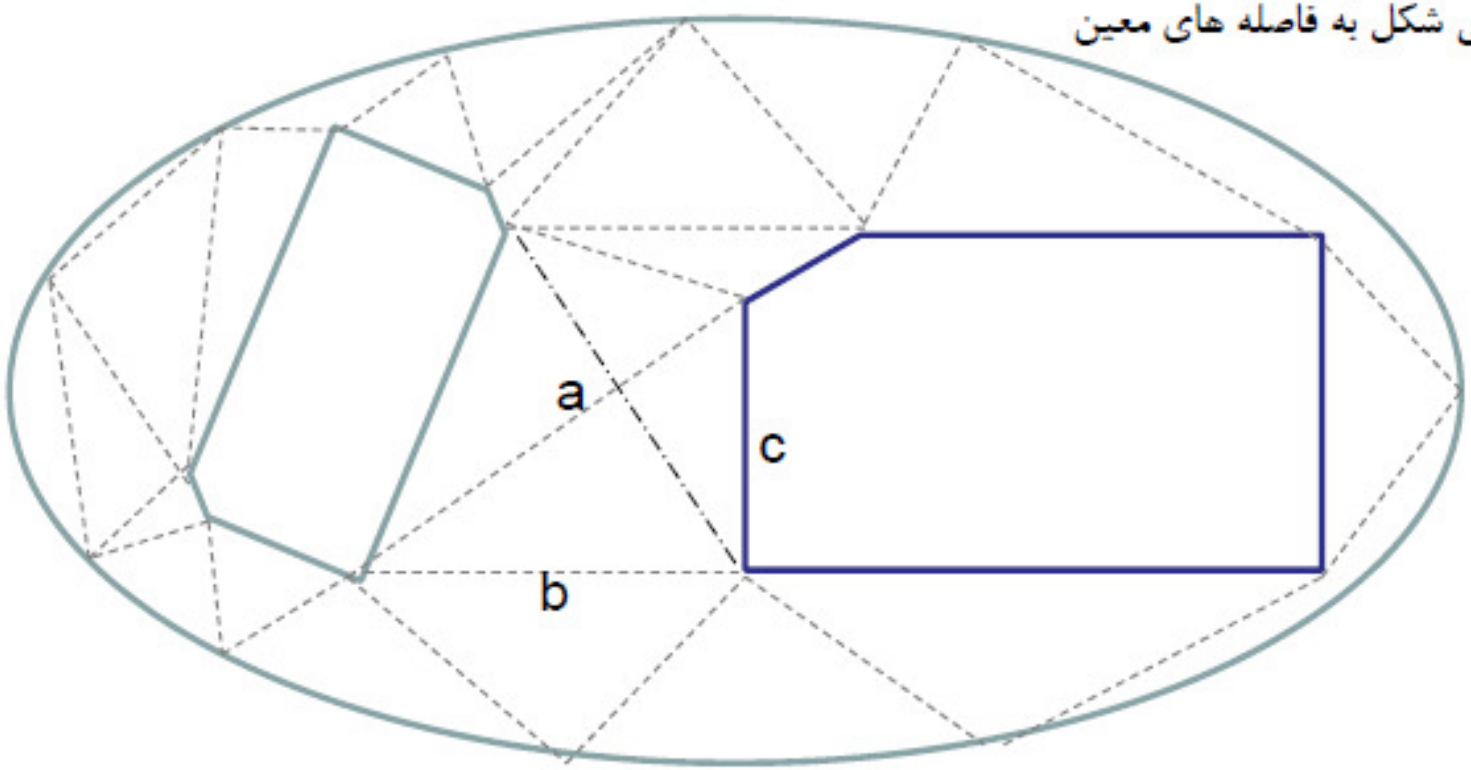
- **پیاده کردن یک زاویه نسبت به یک امتداد معین:**
  - استفاده از تانژانت
  - جدا کردن طول اختیاری AB
  - اخراج عمود از B به اندازه BC
  - زاویه CAB به اندازه زاویه α می باشد

$$BC = AB.\tan(\alpha)$$



- **تهیه نقشه از زمین های کم وسعت به روش مثلث بندی**
- تقسیم ناحیه به مثلث ها:
  - تهیه کروکی ناحیه
  - تشکیل مثلث ها با اتصال نقاط به یکدیگر
  - اندازه گیری اضلاع مثلث ها و بعضی از قطر ها
  - تقسیم شکل های قوسی شکل به فاصله های معین

$$A = \sqrt{P(P-a).(P-b).(P-c)}$$



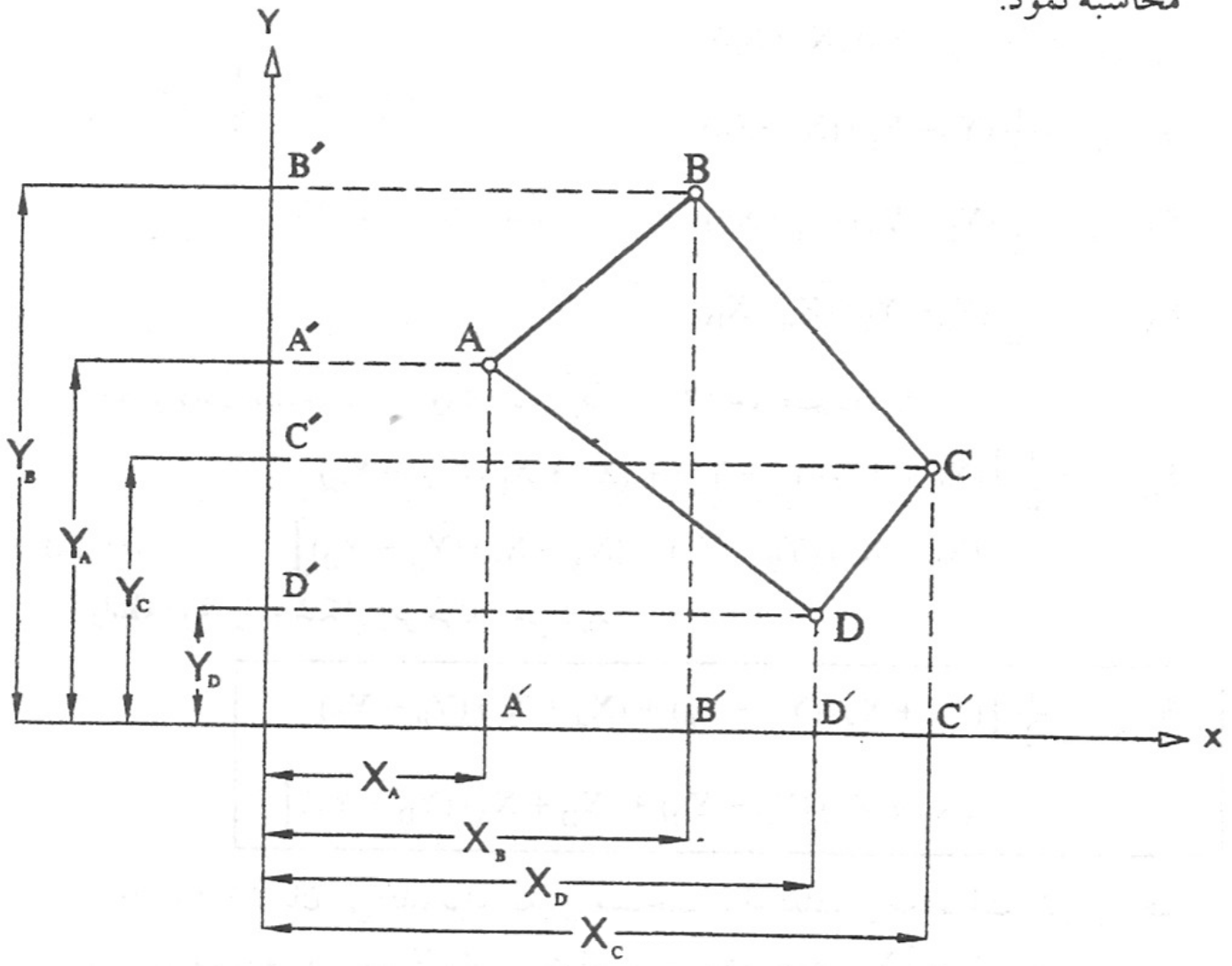
- **تهیه نقشه از زمین های کم وسعت به روش استفاده از خط هادی**
  - تهیه کروکی ناحیه
  - در نظر گرفتن یک خط مستقیم به عنوان مبنا
  - وارد کردن عمود از نقاط عارضه به خط مبنا

$$S = \frac{1}{2}\left[\frac{y_1}{x_1} \cdot \frac{y_2}{x_2} \cdot \frac{y_3}{x_3} \cdot \frac{y_1}{x_1}\right]$$

$$\Rightarrow \quad S = \frac{1}{2}\left[(y_1 \times x_2 + y_2 \times x_3 + y_3 \times x_1) - (x_1 \times y_2 + x_2 \times y_3 + x_3 \times y_1)\right]$$

محاسبه مساحت به روش مختصات رئوس

چنانچه زمین موردنظر دارای اضلاع مستقیم و مختصات رئوس زمین مشابه شکل زیر معلوم باشد، با استفاده از مختصات رئوس می‌توان مساحت دقیق زمین را محاسبه نمود.



مختصات رئوس زمین از قرار زیر معلوم می‌باشد.

$$A\begin{vmatrix} X_A \\ Y_A \end{vmatrix} \qquad B\begin{vmatrix} X_B \\ Y_B \end{vmatrix} \qquad C\begin{vmatrix} X_C \\ Y_C \end{vmatrix} \qquad D\begin{vmatrix} X_D \\ Y_D \end{vmatrix}$$

با توجه به آرایش صورت گرفته، مساحت به سهولت بدست می آید.

$$\text{مساحت} = \frac{1}{2}\left[\text{(مجموع حاصل ضرب خطوط منقطع)} - \text{(مجموع حاصل ضرب خطوط ممتد)}\right]$$

یعنی:

$$S = \frac{1}{2}\left[(Y_A X_B + Y_B X_C + Y_C X_D + Y_D X_A) - (Y_B X_A + Y_C X_B + Y_D X_C + Y_A X_D)\right]$$

مثال ۲: مختصات رئوس قطعه زمینی به شکل مثلث $A\left|\begin{matrix}۲\\۲\end{matrix}\right.$ و $B\left|\begin{matrix}۶\\۸\end{matrix}\right.$ و $C\left|\begin{matrix}۸\\۴\end{matrix}\right.$ متر داده شده است. مساحت این قطعه زمین چند متر مربع است؟

۱) ۷ ۲) ۱۴ ۳) ۲۱ ۴) ۲۸

پاسخ:

گزینه ۲

$$\frac{x_A}{y_A} \quad \frac{x_B}{y_B} \quad \frac{x_C}{y_C} \quad \frac{x_A}{y_A}$$

$$S=\frac{۱}{۲}\left[(x_A\cdot y_B + x_B\cdot y_C + x_C\cdot y_A) - (y_A\cdot x_B + y_B\cdot x_C + y_C\cdot x_A)\right]$$

$$S=\frac{۱}{۲}\left[(۲\times ۸ + ۶\times ۴ + ۸\times ۲) - (۲\times ۶ + ۸\times ۸ + ۴\times ۲)\right]$$

$$S=\frac{۱}{۲}\left[(۱۶ + ۲۴ + ۱۶) - (۱۲ + ۶۴ + ۸)\right] = \frac{۱}{۲}\left[۵۶ - ۸۴\right] = \frac{۱}{۲}\times |-۲۸| = ۱۴m^۲$$

روش‌های اپتیکی

وسایل این گروه شامل انواع دوربین‌های نقشه‌برداری(ترازیاب‌ها و زاویه‌یاب‌ها) است که با سرعتی بیشتر و دقتی کمتر از مترها برای فاصله‌یابی استفاده می‌شوند.

روش‌های الکترونیکی

وسایل این گروه شامل دستگاه‌های مسافت‌یاب الکترونیکی و الکترواپتیکی است که با اندازه‌گیری اختلاف فاز و زمان رفت و برگشت امواج الکترومغناطیس (ازنوع‌رادیویی، مادون‌قرمز و یا لیزر) فاصلهٔ بین نقاط را تعیین می‌کنند. این دستگاه‌ها ضمن داشتن دقت زیاد از سرعت‌های بسیار بالایی برخوردار هستند.

پایان جلسه