

همواره در اندازه گیری زوایا، انواع خطاهای طبیعی، انسانی و دستگاهی دخیل می باشند که باعث می شوند مقدار اندازه گیری های ما با مقدار واقعی مشاهدات متفاوت باشند. برخی از این خطاها را میتوان با به کار گیری روشهای اندازه گیری خاص (کوپل، تجدید، تکرار و ...) و یا با استفاده از روابط ریاضی موجود تا حد زیادی کم کرد. ولی همواره خطاهای اندازه گیری وجود خواهند داشت.

برای کنترل درستی زوایای افقی اندازه گیری شده، یکی از روش ها استفاده از مدل های ریاضی است. با استفاده از مجموع زوایا در چند ضلعی های بسته می توان مقدار خطای موجود در مجموع زوایا را محاسبه و آن را با مقدار مجازش مقایسه کنیم. چنانچه خطا بیش از حد مجاز خود باشد، زوایای اندازه گیری شده قابل اطمینان نبوده و باید دوباره اندازه گیری شوند. ولی در صورت مجاز بودن مقدار خطای اندازه گیری، آن را به تعداد اضلاع تقسیم نموده و با محاسبه میزان تصحیحات برای هر زاویه، مقدار خطا را با علامت مخالف بین زوایا سرشکن می کنیم. در مورد چند ضلعی های بسته، مجموع زوایای داخلی در چند ضلعی بسته برابر با:

$(\sum \alpha = (2n - 4) \times 90^\circ)$ است که در آن n تعداد اضلاع می باشد، بعد از محاسبه مجموع

زوایای داخلی اندازه گیری شده، می توان مقدار خطای بوجود آمده را از رابطه زیر محاسبه نمود:

$$e_a = \sum_{i=1}^n a_i - (n - 2) 180^\circ$$

یا

$$e_a = \sum_{i=1}^n a_i - (2n - 4) 90^\circ$$

$(n - 2) \times 180^\circ$ یا $(2n - 4) 90^\circ$: مجموع واقعی زوایای داخلی n ضلعی بسته

$\sum_{i=1}^n a_i$: مجموع زوایای داخلی اندازه گیری شده

e_a : خطای بست زاویه ای

حداکثر خطای مجاز بست زاویه‌ای

می‌توان حداکثر خطای مجاز بست زاویه‌ای را از رابطه زیر بدست آورد:

$$e_{Max} = \pm 2/5 d_{\alpha} \cdot \sqrt{\frac{n}{m}}$$

n : تعداد زوایای اندازه‌گیری شده

m : تعداد دفعات اندازه‌گیری هر زاویه

d_{α} : خطای اندازه‌گیری شده با دقت زاویه‌ای دستگاه تئودولیت

اگر $|e_a| \leq e_{max}$ شود، با اعمال خطای بست زاویه‌ای e_a به زوایا، زوایا را تصحیح می‌کنیم. مقدار تصحیح برای هر زاویه را می‌توان از رابطه زیر بدست آورد:

$$\varepsilon_a = \frac{-e_a}{n}$$

e_a : خطای بست زاویه‌ای

n : تعداد زوایای اندازه‌گیری شده

ε_a : مقدار تصحیح برای هر زاویه

زاویه تصحیح شده برابر است با:

$$\alpha'_i = \alpha_i + \varepsilon_a$$

مثال: زاویه‌های داخلی یک مثلث اندازه‌گیری شده است و مقادیر هر یک در زیر آورده شده است. اگر دستگاه تئودولیت دارای دقت زاویه‌ای ۸ ثانیه گرادی باشد، پس از محاسبه خطای بست زاویه‌ای و حداکثر خطای مجاز بست زاویه‌ای در صورت قابل قبول بودن خطای بست، زوایای تصحیح شده را محاسبه نمایید.

$$\alpha_1 = 125/3750 \text{ گراد}$$

$$\alpha_2 = 21/8230 \text{ گراد}$$

$$\alpha_3 = 45/7988 \text{ گراد}$$

پاسخ:

مجموع زوایای اندازه‌گیری شده:

$$\sum \alpha_i = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3$$

$$\sum \alpha_i = 125/3750 + 21/8230 + 45/7988 = 199/9968 \text{ گراد}$$

مجموع زوایای داخلی یک سه ضلعی برحسب گراد:

$$\sum \alpha = (n - 2) \times 200^g$$

$$\sum \alpha = (3 - 2) \times 200 = 200^g$$

خطای بست زاویه‌ای:

$$e_a = \sum_{i=1}^n \alpha_i - (n-2) \cdot 200''$$

$$e_a = 199/9968 - 200 = -0/0032 \text{ گراد}$$

$$e_a = -32'' \text{ (ثانیه گرادی)}$$

با در نظر گرفتن دقت زاویه‌ای دستگاه تئودولیت داریم:

$$d_a = 8'' \text{ (ثانیه گرادی)}$$

$$e_{\text{Max}} = 2/5 d_a \sqrt{\frac{n}{m}}$$

$$e_{\text{Max}} = 2/5 \times 8 \sqrt{\frac{3}{1}} = 34'' \text{ (ثانیه گرادی)}$$

چون قدرت مطلق خطای بست زاویه‌ای یعنی $| -32 |$ ثانیه از حداکثر مقدار مجاز آن یعنی ۳۴ ثانیه کمتر است پس می‌توان اندازه‌گیری زوایا را قابل قبول دانسته و باید مقدار خطا را بر روی زوایا سرشکن کنیم:

$$e_a = | -32 | = 32 < e_{\text{max}} = 34''$$

$$\varepsilon_\alpha = \frac{-e_3}{n} = \frac{-(-32)}{3} \approx 11'' \text{ (ثانیه گرادی)} = 0.0011^\circ$$

زوایا تصحیح شده بصورت زیر می باشد:

$$\alpha'_1 = \alpha_1 + \varepsilon_\alpha = 125/3750 + 0.0011 = 125/3761 \text{ گراد}$$

$$\alpha'_2 = \alpha_2 + \varepsilon_\alpha = 28/8230 + 0.0011 = 28/8241 \text{ گراد}$$

$$\alpha'_3 = \alpha_3 + \varepsilon_\alpha = 45/7988 + 0.0011 = 45/7999 \text{ گراد}$$

کنترل زوایای تصحیح شده:

$$125/3761 + 28/8241 + 45/7999 = 200/0001 \text{ گراد}$$

هدف اندازه گیری ها تعیین مقدار واقعی یک کمیت است. اما عموماً نتیجه اندازه گیری ها با مقدار واقعی آن کمیت اختلاف دارد.

اختلاف بین کمیت اندازه گیری شده با مقدار واقعی آن کمیت را **خطا** می گویند.

عوامل مهم این اختلاف را در سه دسته زیر می توان بیان نمود:

- **عوامل طبیعی** : شامل کرویت زمین، شکست نور، وزش باد، تشعشع آفتاب، و تغییرات دمای هوا
- **عوامل دستگاهی** : شامل نقص دستگاه ها، تنظیم نبودن و یا پایین بودن ارزش تقسیمات آنها
- **عوامل انسانی** : شامل نارسایی حواس انسانی، کم دقتی، نداشتن تجربه و تسلط در کار

انواع خطاها

درست نبودن یک اندازه گیری ممکن است نتیجه یکی از علل زیر باشد:

- اشتباه

- اشتباه یا خطای بسیار بزرگ از فراموشی یا عدم مهارت عامل ناشی می شود. در این حالت عموماً اختلاف بین نتیجه اندازه گیری و مقدار واقعی کمیت معمولاً زیاد است. (مثل عدم تراز کردن، اشتباه در قرائت)

- خطای سیستماتیک

- خطای تدریجی یا سیستماتیک به مجموعه خطاهایی گفته می شود که علت، جهت و مقدار هر یک از آنها مشخص است؛ همگی علامت یکسان داشته و با هم جمع می شوند. (اکثر این خطاها ناشی از نقص وسایل اندازه گیری است، مثلاً افزایش طول یک متر فلزی در اثر گرم شدن)

- خطاهای اتفاقی یا تصادفی

خطاهای تصادفی غالباً از نارسایی حواس انسانی و یا پایین بودن دقت دستگاه های اندازه گیری حادث می شود. هر چند که عوامل دیگری نیز از قبیل نقص دستگاه ها و عوامل جوی سبب پیدایش آنها می گردند. این خطاها گاه با علامت مثبت و گاه با علامت منفی و غالباً به مقدار کم در اندازه گیری ها داخل می شوند.

روش های کنترل مشاهدات جهت حذف اشتباهات

الف) تکرار اندازه گیری ها
مثل تکرار اندازه گیری یک طول به صورت رفت و برگشت

ب) کنترل با یک مدل ریاضی
مثل کنترل مجموع زوایای اندازه گیری شده برای یک مثلث با ۱۸۰ درجه

روش های مقابله با خطاهای تدریجی

به دلیل آنکه علت، علامت و مقدار مشخصی دارند، در هر اندازه گیری قابل شناسایی هستند. برای مقابله با این نوع خطاها در صورت امکان باید عوامل ایجاد خطا حذف شوند و در صورت عدم امکان، مقدار دخالت خطا محاسبه و نتایج تصحیح شوند. (مثل استفاده از چتر در مشاهدات میکروژئودزی و اعمال تأثیر خطای کلیماسیون در نتایج ترازیابی)

روش های مقابله با خطاهای تصادفی

به دلیل ماهیت اتفاقی بودنشان از قواعد آمار و احتمالات و مخصوصاً قانون توزیع نرمال پیروی می کنند. تعیین مقدار و علامت این نوع خطاها به راحتی امکان پذیر نیست.

- تکرار مشاهدات و پذیرفتن میانگین نتایج به عنوان برآورد اندازه واقعی
- کنترل روابط بین اندازه ها با استفاده از معلومات اضافی (سرشکنی)

این خطا موقعی رخ می دهد که متر مورد استفاده در دمائی غیر از دمای کالیبره شده، مورد استفاده قرار گیرد. مقدار خطای مربوط به اندازه گیری طول ناشی از درجه حرارت محیط اندازه گیری و کالیبره شده از رابطه زیر بدست می آید:

$$\Delta L = L_0 \times \alpha (t - t_s)$$

که در آن L_0 : طول اندازه گیری شده در دمای t_s (درجه حرارت استاندارد)، t : درجه حرارت محیط اندازه گیری و α : ضریب انبساط طولی جسم جامد (عبارتست از میزان افزایش طول یک متر از آن جسم وقتی که دمای آن 1°C افزایش می یابد) می باشد.

ضریب انبساط طولی فولاد برابر $\alpha = 112 \times 10^{-7}$ و ضریب انبساط طولی انوار برابر $\alpha = 6.3 \times 10^{-7}$ به ازای یک درجه سانتی گراد می باشد.

◀ اگر $t > t_s$ باشد، آنگاه طول واقعی نوار بیشتر از طول اسمی متر می باشد.

◀ اگر $t < t_s$ باشد، آنگاه طول واقعی نوار کمتر از طول اسمی متر می باشد.

مثال ۴-۱۱ یک نوار فولادی ۳۰ متری در دمای ۲۰ درجه سانتی گراد استاندارد شده است. اگر دمای هوا در موقع اندازه گیری ۳۸ درجه سانتی گراد باشد طول نوار در این زمان چقدر است؟
حل: طبق رابطه ۴-۲۵

$$l_t = 30 \times [1 + 11,2 \times 10^{-6} (38 - 20)] = 30,006 \text{ m}$$

این خطا موقعی رخ می دهد که متر مورد استفاده با نیروی متفاوت از نیروی کالیبره شده متر، مورد استفاده قرار گیرد. مقدار این خطا از رابطه زیر بدست می آید: [3]

$$\Delta L = \frac{L_0 \times (T - T_s)}{S \times E}$$

که در آن L_0 : طول اندازه گیری شده (m)، T_s : کشش استاندارد (N)، T : کششی که موقع اندازه گیری به متر وارد می شود. (N)، S : سطح مقطع نوار (cm^2) و E : ضریب کشسانی ($\frac{N}{cm^2}$) می باشد.

مثال ۳: متر فولادی ۵۰ متری با سطح مقطع ۰.۰۴ سانتی متر مربع برای نیروی کشش ۵۰ نیوتن استاندارد شده است اگر در هنگام اندازه گیری فاصله، نیروی کشش ۶۰ نیوتن به متر وارد شود. مطلوب است محاسبه خطای این اندازه گیری در صورتیکه $E = 2.1 \times 10^6 \frac{N}{cm^2}$ باشد.

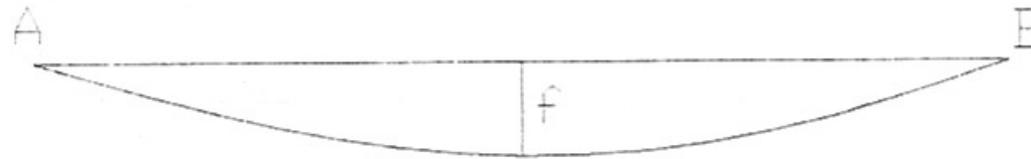
$$\Delta L = \frac{L_0 \times (T - T_s)}{S \times E}$$

$$\Delta L = \frac{50(60 - 50)}{2.1 \times 10^6 \times 4 \times 10^{-2}} = 0.006m$$

$$\text{طول تصحیح شده} = 50 + 0.006 = 50.006m$$

این خطا در اثر وزن نوار ایجاد می شود. [3]

$$\Delta L = \frac{8f^2}{3L} = \frac{m^2 g^2 L^3}{24T^2}$$



که در آن f : خطای که به علت قوسی شدن متر در وسط طول AB طبق شکل ۳-۲۸ رخ می دهد. (چون که خطا در آن نقطه ماکزیمم است)، L : طول اندازه گیری شده، m : جرم واحد طول نوار (یعنی جرم یک متر نوار) $(\frac{kg}{m})$ ، g : شتاب ثقل و T : نیروی کشش می باشد.

مثال ۴: یک متر ۵۰ متری که جرم هر متر از آن ۰.۰۲۳۵ کیلوگرم است به حالت تخت استاندارد شده است. اگر این متر را بصورت کمانی و با نیروی کشش ۱۰۰ نیوتن بکار ببریم طول آن چقدر می شود؟

$$\Delta L = \frac{m^2 g^2 L^3}{24T^2} = \frac{(0.0235)^2 \times 10^2 \times 50^3}{24 \times 100^2} = 0.029m$$

$$L = 50 - 0.029 = 49.971m$$

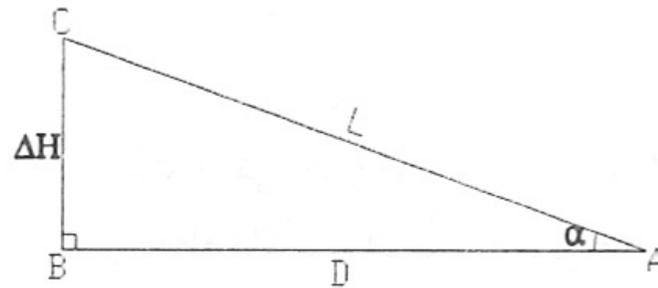
اگر طول اسمی متری N و طول واقعی آن F باشد و با این متر طولی به اندازه L را اندازه گیری کرده باشیم. در اینصورت مقدار واقعی طول از رابطه زیر بدست می آید:

$$\frac{N}{L} \quad \frac{F}{x} \Rightarrow x = \frac{L \times F}{N}$$

مثال ۵: طول اسمی یک متر پارچه ای 50 متر و طول واقعی آن 50.05 متر می باشد. اگر از این متر جهت اندازه گیری فاصله بین دو نقطه ثابت A و B در روی زمین استفاده شده و نتیجه برابر 385.16 متر بدست آمده باشد. مطلوب است محاسبه طول حقیقی AB؟

$$\frac{50}{385.16} \quad \frac{50.05}{x} \Rightarrow x = \frac{385.16 \times 50.05}{50} = 385.545m$$

خطای تبدیل به افق یا تصحیح شیب از رابطه زیر بدست می آید:



$$e \cong \frac{\Delta H^2}{2L}$$

مثال ۶: فاصله دو نقطه روی سطح شیب دار در روی زمین 250 متر و اختلاف ارتفاع دو نقطه 8 متر می باشد. مطلوب است محاسبه فاصله افقی بین دو نقطه؟
راه حل اول:

$$e \cong \frac{\Delta H^2}{2L} = \frac{8^2}{2 \times 250} = 0.128m \cong 0.13m$$

$$D = L - e = 249.87m \text{ فاصله افقی}$$

راه حل دوم:

$$L^2 = \Delta H^2 + D^2 \Rightarrow D = \sqrt{250^2 - 8^2} = 249.87m$$

مثال ۱۰: مطلوب است محاسبه فاصله تبدیل به سطح متوسط دریا برای دو نقطه ای که ارتفاعات آنها ۱۶۰۰ و ۱۷۰۰ متر از سطح دریا بوده و فاصله بین آن دو نقطه ۲۵۰۰ متر باشد؟
($R = 6400\text{km}$ شعاع کره زمین)

$$L_m = 2500m \quad , \quad h = \frac{1600+1700}{2} = 1650m$$

$$L = 2500 \times \frac{6400 \times 10^3}{6400 \times 10^3 + 1650} \cong 2499.36m$$

۳-۸- اشتباهات و خطاها در مترکشی

۳-۸-۱- اشتباهات در مترکشی

اشتباهات در مترکشی عبارتند از:

- اشتباه در قرائت،
- اشتباه در نوشتن،
- اشتباه در محاسبه،
- از قلم انداختن یک یا چند دهنه طول در مترکشی و غیره.

۳-۸-۲- خطاهای مترکشی

۳-۸-۲-۱- خطاهای سیستماتیک

خطاهای سیستماتیک در مترکشی عبارتند از:

- افقی نگرفتن متر،
- انحراف در ژالن گذاری،
- اختلاف درجه حرارت محیط نسبت به درجه حرارت استاندارد،
- اختلاف نیروی کشش وارده نسبت به کشش استاندارد،
- برابر نبودن طول واقعی متر با طول اسمی آن و غیره.

۳-۸-۲-۲- خطاهای اتفاقی

خطاهای اتفاقی در مترکشی عبارتند از:

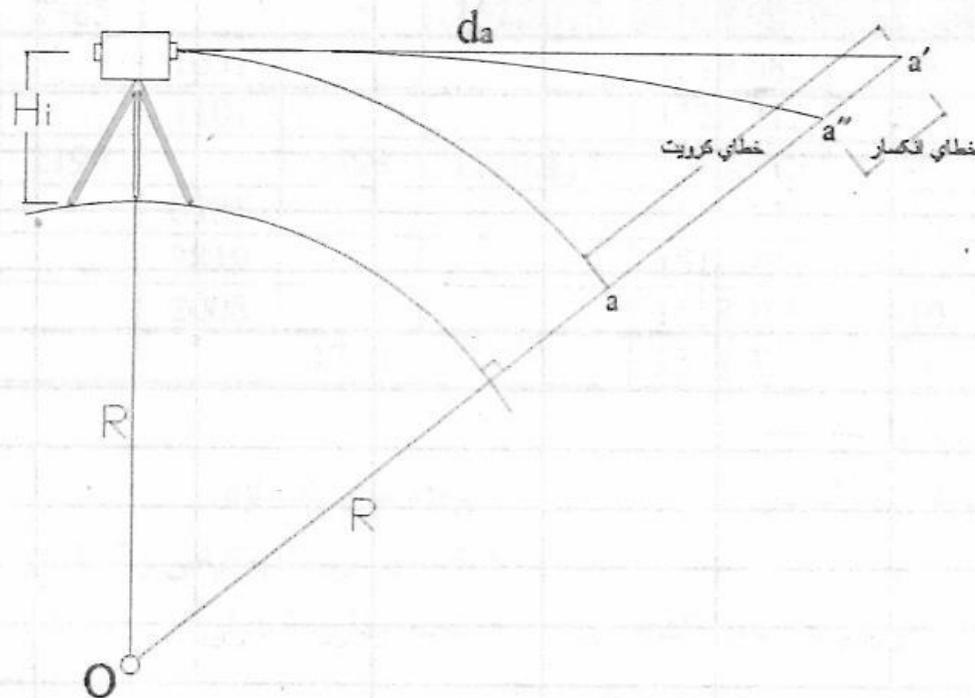
- خطای قرائت متر،
- خطای عمود نگرفتن ژالن،
- اثر باد که قائم بودن ژالن را تغییر می دهد،
- خطای تطبیق درجات نوار با نقاط ابتدا و انتها و غیره.

اگر d_a : فاصله شاخص تا دوربین، H_i : ارتفاع دستگاه، R : شعاع کره زمین و e_a : خطای ناشی از کروی روی شاخص باشد طبق شکل ۴-۳۹ می توان نوشت:

$$e_a \cong \frac{d_a^2}{2(R + H_i)} \cong \frac{d_a^2}{2R}$$

با توجه به شکل ۴-۳۹ خطای کروی مثبت و تصحیح آن منفی می باشد.
مثال ۸: اگر فاصله شاخص تا دستگاه ترازیاب ۱۲۰ متر باشد مقدار خطای کروی را بدست آورید. ($R = 6370 \text{ km}$)

$$e_a \cong \frac{d_a^2}{2R} = \frac{120^2}{2 \times 6370000} \cong 0.001 \text{ m} \cong 1 \text{ mm}$$



هنگامی که یک شعاع نوری از میان طبقات مختلف جو عبور می کند به علت تغییرات چگالی زمین امتدادش مرتباً شکسته می شود و خط دید توسط شکست نور به طرف زمین کشیده می شود در نتیجه این تغییر، شی مورد مشاهده نسبت به موقعیت واقعی خود پایین تر به نظر می رسد. [3] در شرایط جوی معمولی مقدار عددی تصحیح انکسار در حدود $\frac{1}{7}$ تصحیح کرویت در جهت مخالف آن می باشد. بنابراین مقدار عددی تصحیح اثر انکسار نور عبارتست از:

$$e_e = -\frac{1}{7}e_a = -\frac{d_a^2}{14R}$$

با توجه به شکل ۴-۳۹ خطای انکسار منفی و تصحیح آن مثبت می باشد.
مثال ۹: اگر فاصله شاخص تا دستگاه تراز یاب 120 متر باشد مقدار خطای انکسار نور را بدست آورید؟ ($R = 6370 \text{ km}$)

$$\text{خطای کرویت } e_e = \frac{1}{7}e_a \text{ خطای انکسار}$$

$$e_a = \frac{d_a^2}{2R} = \frac{120^2}{2 \times 6370000} = 0.00113 \text{ m} \cong 1 \text{ mm}$$

$$e_e = \frac{1 \text{ mm}}{7} \cong 0.16 \text{ mm}$$

$$e = e_a \quad \text{خطای کرویت} \quad -e_e \quad \text{خطای انکسار نور} \Rightarrow e = \frac{d_a^2}{2R} - \frac{d_a^2}{14R} = \frac{3 d_a^2}{7 R}$$

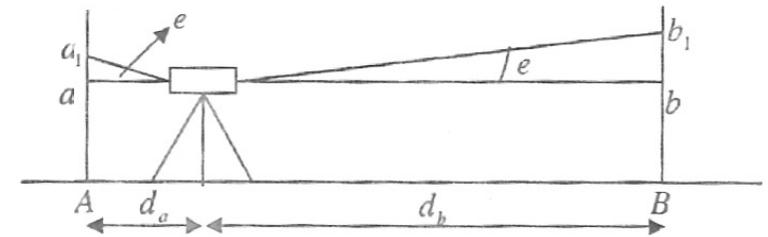
برآیند دو خطای کرویت و انکسار مثبت و تصحیح آنها منفی می باشد.

مثال ۱۰: چنانچه ترازیبی در فاصله ۲۰۰۰ متری صورت گرفته باشد و قرائت شاخص برابر ۳۶۸۵ باشد. مقدار صحیح قرائت روی شاخص را بدست آورید؟

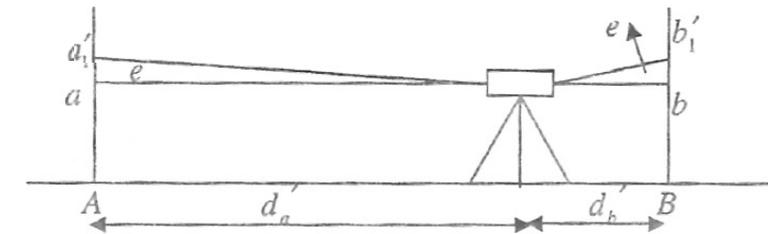
$$e = \frac{3 d_a^2}{7 R} = \frac{3}{7} \times \frac{(2000)^2}{6370000} = 0.269m = 269mm$$

$$\text{مقدار صحیح قرائت شاخص} = 3685 + (-269) = 3416mm$$

هرگاه محور نوری دوربین با خط مماس بر تراز موازی نباشد در چنین حالتی محور نوری دوربین با افق زاویه ای مثل e می سازد که به آن زاویه کلیماسیون دستگاه می گویند. با قرار گرفتن دوربین در میان دو شاخص، خطاهای کرویت، انکسار و کلیماسیون به طور عملی حذف می گردند.



شکل الف) استقرار در نزدیکی نقطه A



شکل ب) استقرار در نزدیکی نقطه B

$$e^{rad} = \frac{\text{(مجموع قرائتهای نزدیک - مجموع قرائتهای دور)}}{\text{(جمع فواصل نزدیک - جمع فواصل دور)}}$$

مثال ۱۱: برای کنترل محور نشانه روی یک دستگاه ترازیب از دو ایستگاه استقرار S_1 و S_2 شاخص های قائم نقاط A و B خوانده شده و نتایج در جدول درج گردیده، مقدار خطای کلیماسیون برای یک متر طول چند میلی متر است؟

ایستگاه	نقاط استقرار شاخص	فاصله (m)	قرائت شاخص (mm)
S_1	A	18	1794
	B	42	927
S_2	A	8	1913
	B	52	2984

$$e^{rad} = \frac{\text{(مجموع قرائتهای نزدیک - مجموع قرائتهای دور)}}{\text{(جمع فواصل نزدیک - جمع فواصل دور)}}$$

$$e = \frac{(2.984 + 0.927) - (1.794 + 1.913)}{(52 + 42) - (18 + 8)} = 3 \text{ mm}$$

طبقه بندی خطاهای تراز یابی مستقیم بر اساس عوامل طبیعی، دستگاهی و انسانی به صورت زیر می باشد:

الف- عوامل طبیعی

از عوامل طبیعی می توان به کرویت زمین، شکست نور، باد و غیره اشاره نمود.

ب- عوامل دستگاهی

از عوامل دستگاهی می توان به میزان نبودن تراز، ناپایدار بودن سه پایه، خطای کلیماسیون، صحیح نبودن طول شاخص ها و غیره اشاره نمود.

پ- عوامل انسانی

از عوامل انسانی که ناشی از بی توجهی خود شخص می باشد می توان به تراز نکردن کامل دستگاه، عدم پایداری تکیه گاه شاخص، قائم نگرفتن شاخص، خطا در قرائت و نوشتن، از بین نبردن کامل پارالاکس و غیره اشاره نمود.

۴-۱۰-۱- نحوه مقابله با خطاها

برای مقابله با خطاها می توان موارد زیر را در نظر گرفت:

الف- باید در زمان مناسب، عملیات را انجام داد تا اثرات تغییرات دما و تشعشع خورشید در آن دخالت کمتری داشته باشد. در موقع وزیدن باد نیز نباید تراز یابی مستقیم انجام داد. لازم به ذکر است که اثرات کرویت زمین و انکسار نور و کلیماسیون باعث به وجود آمدن خطای سیستماتیک می شوند و باید اثرات آنها را با مساوی گرفتن فاصله دو شاخص تا تراز یاب بطور عملی حذف نمود.

ب- دستگاهها باید تا حد ممکن آزمایش و تنظیم شوند. (به فصل تعمیر و نگهداری وسایل نقشه برداری مراجعه شود).

پ- عملیات تراز یابی باید کنترل شوند (مثلا تراز یابی به صورت رفت و برگشت انجام شود یا تراز یابی بین دو نقطه با ارتفاع معلوم انجام شود یا سه تار افقی رتیکول در هنگام تراز یابی قرائت شود) تا از بوجود آمدن اشتباهات احتمالی جلوگیری شود.

پایان جلسه