

بررسی سیستم های قدرت I

مراجع

۱- جزوه درسی

۲- کتاب “Elements of power system analysis”

نویسنده: William D. Stevenson

ترجمه پیروز پروین، علی شاعری تحت عنوان:

”مبانی بررسی سیستم های قدرت“

سر فصل مطالب

- ۱- مقدمه و آشنایی با سیستم های قدرت (سیستم های ac تکفاز و سه فاز، توان و ...)
- ۲- محاسبه مقاومت و اندوکتانس خطوط انتقال انرژی (امپدانس سری خط)
- ۳- محاسبه کاپاسیتانس (ظرفیت خازنی) خطوط انتقال انرژی (امپدانس موازی خط)
- ۴- روابط ولتاژ - جریان در خطوط انتقال انرژی (مدار معادل خط کوتاه، متوسط و بلند)
- ۵- مدل سازی سیستم قدرت و محاسبات پخش بار (Load Flow)

فصل اول: مقدمه و آشنایی با سیستم های قدرت

رایج ترین شکل انرژی: انرژی الکتریکی
علت: به آسانی و با بازده بالا و هزینه مناسب قابل انتقال

اولین شبکه برق در دنیا:

- ✓ در کشور آمریکا، شهر نیویورک، در سال 1882
- ✓ در نیروگاه "پارک استریت"
- ✓ مؤسس: توماس ادیسون
- ✓ سطح ولتاژ: 120 ولت DC
- ✓ روشنایی منطقه جنوبی "مانهاتان"

فصل اول: مقدمه و آشنایی با سیستم های قدرت

مشکل اصلی شبکه قبلی: تلفات زیاد RI^2 به علت پایین بودن ولتاژ و بالا بودن جریان

مشخص شدن مزایای سیستم ac با:

اختراع ترانسفورماتور:

✓ توسط ویلیام استانلی در سال 1885

و اختراع موتور القایی:

✓ توسط نیکلا تسلا در سال 1888

فصل اول: مقدمه و آشنایی با سیستم های قدرت

گسترش سیستم **ac**:

علت: کاهش تلفات، تولید قدرت بیشتر در ولتاژ بالاتر در ژنراتورهای ac
به دلیل عدم وجود کموتاتورها

اولین شبکه برق ac تکفاز در دنیا:

✓ در کشور آمریکا، شهر ارگان

✓ قدرت: دو توربین آبی 300 اسب بخار و در ولتاژ 4 کیلو ولت

✓ انتقال به شهر پورتلند

فصل اول: مقدمه و آشنایی با سیستم های قدرت

- اولین شبکه برق ac سه فاز در دنیا:
 - ✓ در کشور آمریکا و در سال 1893
 - ✓ در سطح ولتاژ 2.3 کیلو ولت
 - ✓ توسط شرکت ادیسون کالیفرنیا جنوبی
- تأسیس شرکت های برق در سرتاسر آمریکا
 - با فرکانس های مختلف در رنج 25 تا 133 هرتز
- یکسان کردن فرکانس ها جهت وصل کردن شبکه ها به یکدیگر و عملکرد موازی
- استاندارد فرکانس در آمریکا و کانادا: 60 هرتز
- استاندارد فرکانس در کشورهای اروپایی: 50 هرتز

فصل اول: مقدمه و آشنایی با سیستم های قدرت

- افزایش ولتاژ انتقال
 - ✓ در کشور آمریکا و در سال 1969
 - ✓ ولتاژ فوق فشار قوی (EHV) در سطح 765 کیلو ولت
 - ✓ بهره برداری به صورت تجاری
- انتقال قدرت در فواصل خیلی طولانی
 - ✓ مسائل اقتصادی: خطوط ۵۰۰ کیلومتر به بالا
 - ✓ خطوط HVDC
 - ✓ تبدیل ولتاژ فوق فشار قوی ac به ولتاژ فوق فشار قوی dc
 - ✓ عدم وجود راکتانس در خطوط dc و توانایی انتقال قدرت بیشتر
 - ✓ اتصال شبکه های با فرکانس های متفاوت

فصل اول: مقدمه و آشنایی با سیستم های قدرت

- اولین خط dc در دنیا:
 - ✓ در کشور آمریکا و در سال 1970
 - ✓ سطح ولتاژ: ± 400 کیلو ولت
 - ✓ خط ارتباطی پاسیفیک به طول 850 مایل
 - ✓ میان ارگان و کالیفرنیا
- شبکه کلی آمریکا: شبکه قدرت (power grid)
 - ✓ بخش کوچکی متعلق به دولت مرکزی و شهرداری
 - ✓ مالکیت عمده در دست شرکت های خصوصی
 - ✓ به هم پیوستگی شبکه: اقتصادی تر شدن تولید و انتقال انرژی و افزایش قابلیت اطمینان شبکه

فصل اول: مقدمه و آشنایی با سیستم های قدرت

$$x(t) = A \sin(\omega t + \theta) \Rightarrow rms_{x(t)} = |x| = \frac{A}{\sqrt{2}}, \quad \bar{x} = |x| e^{j\theta} = |x| \angle \theta \quad \text{فازور:}$$

$$x(t) = A \cos(\omega t + \theta) \Rightarrow rms_{x(t)} = |x| = \frac{A}{\sqrt{2}}, \quad \bar{x} = |x| e^{j\theta} = |x| \angle \theta \quad \text{و یا:}$$

$$\sin(A) = \cos(A - 90^\circ)$$

$$\cos(A) = \sin(A + 90^\circ)$$

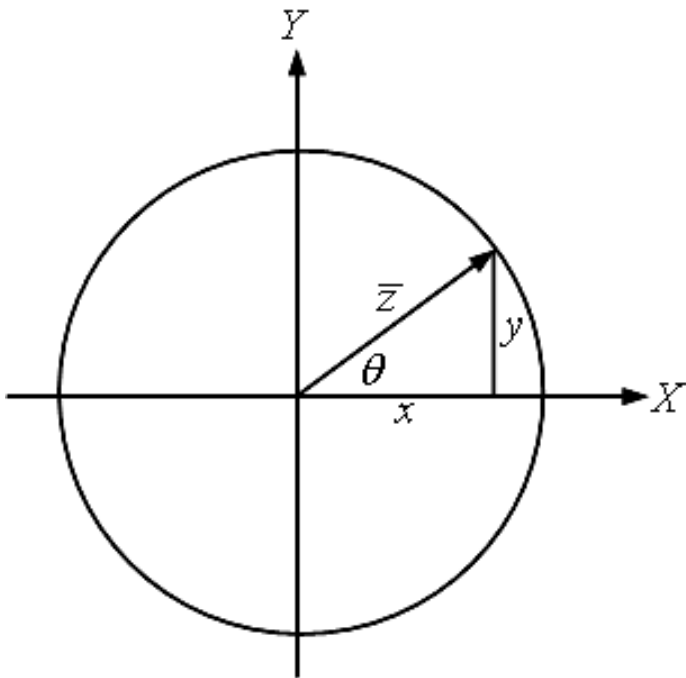
rms: root mean square

مقدار مؤثر یک شکل موج سینوسی:

$$x(t) = A \sin(\omega t + \theta) \Rightarrow rms_{x(t)} = |x| = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt} = \frac{A}{\sqrt{2}}$$

فصل اول: مقدمه و آشنایی با سیستم های قدرت

نمایش فازور در دستگاه قطبی و دکارتی (مستطیلی):



$$\bar{z} = |z| \angle \theta = |z| \cos \theta + j |z| \sin \theta = x + jy$$

$$x = |z| \cos \theta \quad \leftrightarrow \quad \cos \theta = \frac{x}{|z|}$$

$$y = |z| \sin \theta \quad \leftrightarrow \quad \sin \theta = \frac{y}{|z|}$$

$$|z| = \sqrt{x^2 + y^2} \quad , \quad \theta = \tan^{-1} \frac{y}{x}$$

فصل اول: مقدمه و آشنایی با سیستم های قدرت

جمع، تفریق، ضرب و تقسیم فازورها:

$$\bar{x} = |x| \angle \theta_x = |x| \cos \theta_x + j|x| \sin \theta_x = x_1 + jx_2 = \left(\sqrt{x_1^2 + x_2^2} \right) \angle \tan^{-1} \left(\frac{x_2}{x_1} \right)$$

$$\bar{y} = |y| \angle \theta_y = |y| \cos \theta_y + j|y| \sin \theta_y = y_1 + jy_2 = \left(\sqrt{y_1^2 + y_2^2} \right) \angle \tan^{-1} \left(\frac{y_2}{y_1} \right)$$

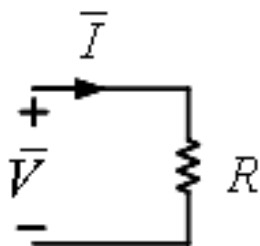
$$\bar{x} \pm \bar{y} = (|x| \cos \theta_x + j|x| \sin \theta_x) \pm (|y| \cos \theta_y + j|y| \sin \theta_y) = (|x| \cos \theta_x \pm |y| \cos \theta_y) + j(|x| \sin \theta_x \pm |y| \sin \theta_y)$$

$$\bar{x} \cdot \bar{y} = (|x| \angle \theta_x) \cdot (|y| \angle \theta_y) = |x| \cdot |y| \angle (\theta_x + \theta_y)$$

$$\frac{\bar{x}}{\bar{y}} = \frac{|x| \angle \theta_x}{|y| \angle \theta_y} = \frac{|x|}{|y|} \angle (\theta_x - \theta_y)$$

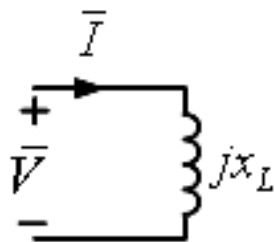
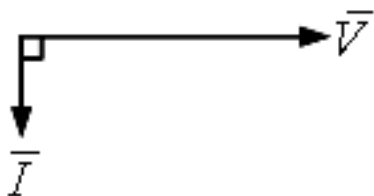
فصل اول: مقدمه و آشنایی با سیستم های قدرت

انواع بارها:



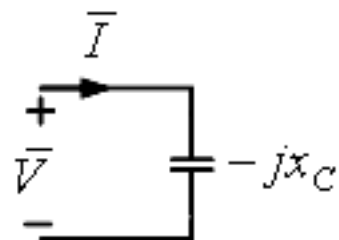
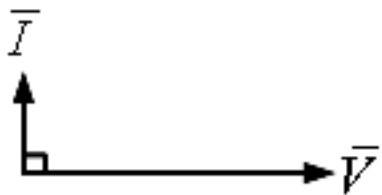
۱- بار مقاومتی (اهمی) خالص

$$v(t) = Ri(t) \rightarrow \bar{V} = R\bar{I}$$



۲- بار سلفی (القایی) خالص

$$v(t) = L \frac{di(t)}{dt} \rightarrow \bar{V} = j\omega L\bar{I} = jX_L\bar{I}$$



۳- بار خازنی خالص

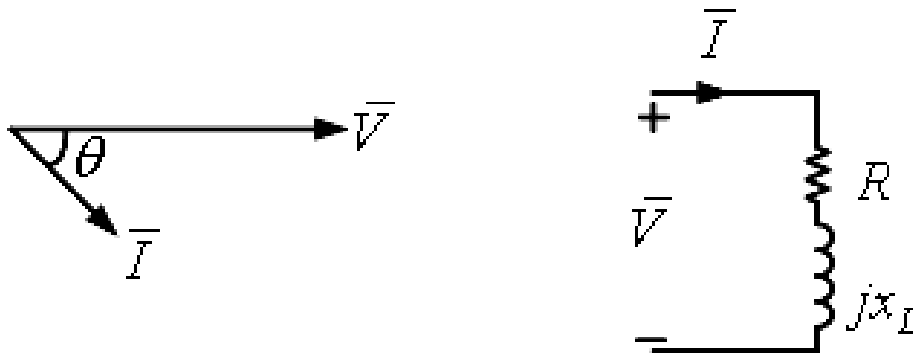
$$i(t) = C \frac{dv(t)}{dt} \rightarrow \bar{I} = j\omega C\bar{V}$$

$$\Rightarrow \bar{V} = \frac{1}{j\omega C}\bar{I} = -j\frac{1}{\omega C}\bar{I} = -jX_C\bar{I}$$

فصل اول: مقدمه و آشنایی با سیستم های قدرت

انواع بارها:

۴- بار اهمی - سلفی



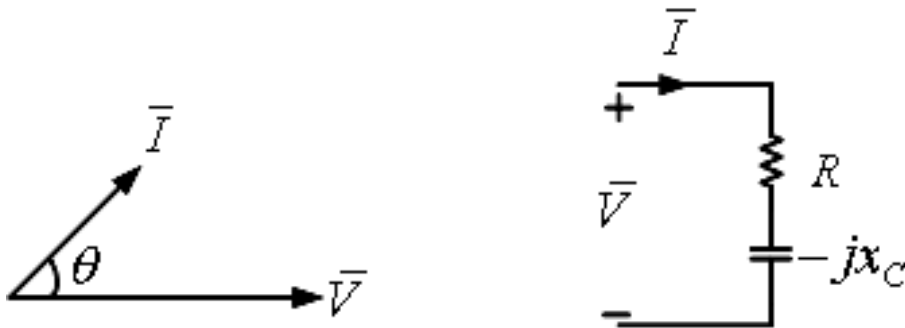
$$v(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} \rightarrow \bar{V} = R\bar{I} + jX_L\bar{I} = (R + jX_L)\bar{I} = \left[\sqrt{R^2 + X_L^2} \angle \tan^{-1}\left(\frac{X_L}{R}\right) \right] \bar{I}$$

$$|\theta| = \tan^{-1}\left(\frac{X_L}{R}\right) \rightarrow 0^\circ \leq |\theta| \leq 90^\circ$$

فصل اول: مقدمه و آشنایی با سیستم های قدرت

انواع بارها:

۵- بار اهمی - خازنی



$$v(t) = Ri(t) + \frac{1}{C} \int i(t) dt \rightarrow \bar{V} = R\bar{I} + \frac{1}{j\omega C} \bar{I} = (R - jX_C) \bar{I}$$

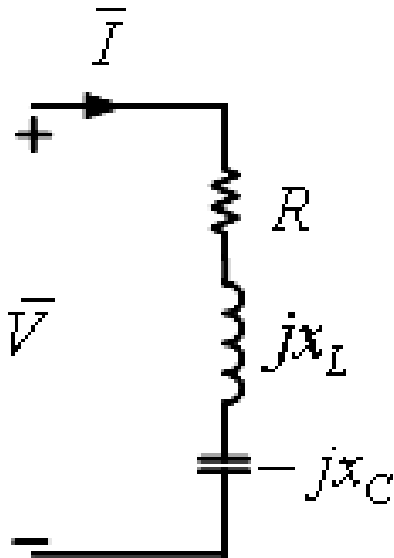
$$\Rightarrow \bar{V} = \left[\sqrt{R^2 + X_C^2} \angle -\tan^{-1} \left(\frac{X_C}{R} \right) \right] \bar{I}$$

$$|\theta| = \tan^{-1} \left(\frac{X_C}{R} \right) \rightarrow 0^\circ \leq |\theta| \leq 90^\circ$$

فصل اول: مقدمه و آشنایی با سیستم های قدرت

انواع بارها:

۶- بار اهمی - سلفی - خازنی



$$v(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int i(t) dt$$

$$\rightarrow \bar{V} = R\bar{I} + jX_L\bar{I} - jX_C\bar{I} = [R + j(X_L - X_C)]\bar{I}$$

if $X_L > X_C \Rightarrow$ مشابه بار اهمی - سلفی

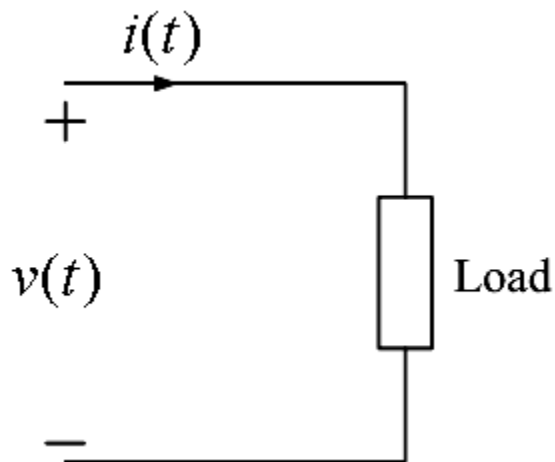
if $X_C > X_L \Rightarrow$ مشابه بار اهمی - خازنی

فصل اول: مقدمه و آشنایی با سیستم های قدرت

• مفاهیم اساسی

- توان در مدارهای ac تکفاز

فرض:



$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta_v)$$

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \theta_i)$$

توان لحظه ای تحویلی به بار : $p(t) = v(t).i(t) = V_m I_m \cos(\omega t + \theta_v) \cos(\omega t + \theta_i)$

$$\cos A \cos B = \frac{1}{2} [\cos(A - B) + \cos(A + B)]$$

نکته:

$$\cos(A - B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$$

$$\cos(A + B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$

فصل اول: مقدمه و آشنایی با سیستم های قدرت

$$\begin{aligned}\Rightarrow p(t) &= \frac{1}{2} V_m I_m [\cos(\theta_v - \theta_i) + \cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i)] \\ &= \frac{1}{2} V_m I_m [\cos(\theta_v - \theta_i) + \cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i + \theta_v - \theta_v)] \\ &= \frac{1}{2} V_m I_m [\cos(\theta_v - \theta_i) + \cos(2(\omega t + \theta_v) - (\theta_v - \theta_i))] \\ &= \frac{1}{2} V_m I_m [\cos(\theta_v - \theta_i) + \cos 2(\omega t + \theta_v) \cos(\theta_v - \theta_i) + \sin 2(\omega t + \theta_v) \sin(\theta_v - \theta_i)] \\ &= \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i) [1 + \cos 2(\omega t + \theta_v)] + \frac{1}{2} V_m I_m \sin(\theta_v - \theta_i) \sin 2(\omega t + \theta_v)\end{aligned}$$

فرض: $\theta = \theta_v - \theta_i$: زاویه بین ولتاژ و جریان و یا زاویه امپدانس

فصل اول: مقدمه و آشنایی با سیستم های قدرت

$$\Rightarrow p(t) = \frac{1}{2} V_m I_m \cos \theta [1 + \cos 2(\omega t + \theta_v)] + \frac{1}{2} V_m I_m \sin \theta \sin 2(\omega t + \theta_v)$$

$$\left. \begin{array}{l} v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta_v) \Rightarrow rms_{v(t)} = |V| = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \\ i(t) = I_m \cos(\omega t + \theta_i) \Rightarrow rms_{i(t)} = |I| = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \end{array} \right\} \Rightarrow |V||I| = \frac{1}{2} V_m I_m$$

$$\bar{V} = |V| \angle \theta_v \quad , \quad \bar{I} = |I| \angle \theta_i \quad \Rightarrow \quad Z \triangleq \frac{\bar{V}}{\bar{I}} = \frac{|V| \angle \theta_v}{|I| \angle \theta_i} = \frac{|V|}{|I|} \angle (\theta_v - \theta_i) = |Z| \angle \theta$$

$$\Rightarrow p(t) = |V||I| \cos \theta [1 + \cos 2(\omega t + \theta_v)] + |V||I| \sin \theta \sin 2(\omega t + \theta_v)$$

فصل اول: مقدمه و آشنایی با سیستم های قدرت

$$p(t) = P_R(t) + P_X(t)$$

تجزیه رابطه توان لحظه ای به دو بخش:

$$P_R(t) = |v||I| \cos \theta [1 + \cos 2(\omega t + \theta_v)]$$

توان داده شده به مدار:

$$P_X(t) = |v||I| \sin \theta \sin 2(\omega t + \theta_v)$$

توان گرفته شده و برگشت داده شده توسط مدار:

$$P_R(t) = |v||I| \cos \theta + |v||I| \cos \theta \cos 2(\omega t + \theta_v)$$

عبارت اول:

مقدار متوسط توان داده شده به بار: $P \triangleq |v||I| \cos \theta$: توان اکتیو یا حقیقی (واحد: وات)

$S = |v||I|$: توان ظاهری (واحد: ولت-آمپر)

$$\Rightarrow P = S \cos \theta$$

فصل اول: مقدمه و آشنایی با سیستم های قدرت

ضریب توان یا ضریب قدرت (power factor (pf): $\cos \theta$

✓ ضریب قدرت پس فاز: فاز جریان عقب تر از فاز ولتاژ

✓ ضریب قدرت پیش فاز: فاز جریان جلوتر از فاز ولتاژ

✓ ضریب توان واحد: فاز جریان هم راستا با فاز ولتاژ

عبارت دوم: $P_X(t) = |v||I| \sin \theta \sin 2(\omega t + \theta_v)$

✓ دارای مقدار متوسط صفر

✓ مربوط به عنصر راکتیو بار (القایی یا خازنی)

: توان راکتیو (واحد: وار VAR) $Q \triangleq |v||I| \sin \theta$

فصل اول: مقدمه و آشنایی با سیستم های قدرت

در بار القایی: $Q > 0 \Leftrightarrow \theta > 0$

✓ اصطلاحاً گفته می شود که بار القایی توان راکتیو مصرف می کند.

در بار خازنی: $Q < 0 \Leftrightarrow \theta < 0$

✓ اصطلاحاً گفته می شود که بار خازنی توان راکتیو تولید می کند.

➤ برای مقاومت خالص، زاویه امپدانس صفر و ضریب قدرت واحد است. در نتیجه توان حقیقی برابر توان ظاهری و انرژی الکتریکی به انرژی حرارتی تبدیل می شود.

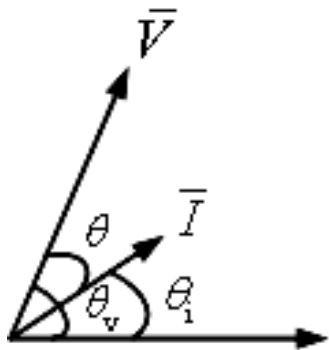
فصل اول: مقدمه و آشنایی با سیستم های قدرت

➤ برای بار القایی خالص، جریان 90° از ولتاژ عقب تر است و توان متوسط صفر است. بنابراین تبدیل انرژی الکتریکی به شکل غیر الکتریکی صورت نمی گیرد و تنها توان لحظه ای بین بار القایی و منبع نوسان می کند. وقتی $P(t)$ مثبت است، انرژی در میدان مغناطیسی عناصر القایی ذخیره شده و وقتی $P(t)$ منفی است، انرژی از میدان های مغناطیسی عناصر القایی جذب می شود و به منبع بر می گردد.

➤ برای بار خازنی خالص، جریان 90° از ولتاژ جلوتر است و مجدداً توان متوسط صفر است. در این مدار انرژی در میدان الکتریکی عناصر خازنی ذخیره می شود.

فصل اول: مقدمه و آشنایی با سیستم های قدرت

• توان مختلط



$$\bar{V} = |V| \angle \theta_v \quad , \quad \bar{I} = |I| \angle \theta_i$$

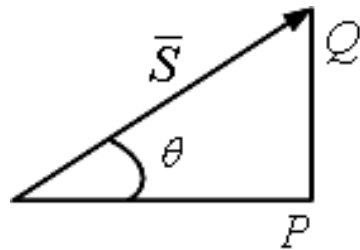
$$\begin{aligned} \bar{V} \bar{I}^* &= (|V| \angle \theta_v) (|I| \angle \theta_i)^* = (|V| \angle \theta_v) (|I| \angle -\theta_i) = |V| |I| \angle (\theta_v - \theta_i) = |V| |I| \angle \theta \\ &= |V| |I| \cos \theta + j |V| |I| \sin \theta = P + jQ \end{aligned}$$

$$\bar{S} \triangleq \bar{V} \bar{I}^* = |V| |I| \angle \theta = S \angle \theta = P + jQ = \sqrt{P^2 + Q^2} \angle \tan^{-1} \left(\frac{Q}{P} \right)$$

$$\Rightarrow |\bar{S}| = S \quad , \quad \angle \bar{S} = \theta \quad , \quad S = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad , \quad \theta = \tan^{-1} \left(\frac{Q}{P} \right)$$

فصل اول: مقدمه و آشنایی با سیستم های قدرت

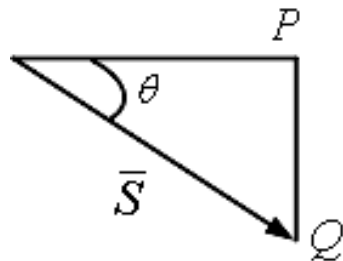
مثلت توان در حالت پس فازی:



$$P > 0, Q > 0, \theta = \tan^{-1}\left(\frac{Q}{P}\right)$$

$$\theta > 0 \Rightarrow \angle \bar{S} > 0$$

مثلت توان در حالت پیش فازی:



$$P > 0, Q < 0, \theta = \tan^{-1}\left(\frac{Q}{P}\right)$$

$$\theta < 0 \Rightarrow \angle \bar{S} < 0$$

فصل اول: مقدمه و آشنایی با سیستم های قدرت

اگر امپدانس بار Z باشد:

$$\bar{V} = Z\bar{I} \rightarrow \bar{S} = \bar{V}\bar{I}^* = Z\bar{I}\bar{I}^* = Z(|I| \angle \theta_i)(|I| \angle -\theta_i) = Z|I|^2$$

$$= (R + jX)|I|^2 = R|I|^2 + jX|I|^2 = P + jQ$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P = R|I|^2 \\ Q = X|I|^2 \end{cases}$$

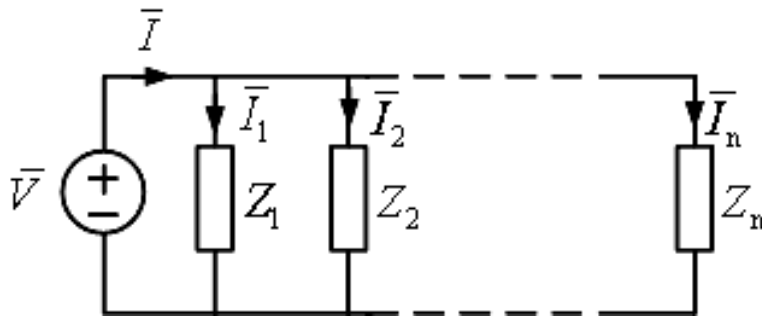
$$\bar{V} = Z\bar{I} \rightarrow \bar{S} = \bar{V}\bar{I}^* = \bar{V}\left(\frac{\bar{V}}{Z}\right)^* = \bar{V}\frac{\bar{V}^*}{Z^*} = \frac{1}{Z^*}(|V| \angle \theta_v)(|V| \angle -\theta_v) = \frac{|V|^2}{Z^*}$$

$$\Rightarrow \bar{S} = \frac{|V|^2}{Z^*}, \quad Z = \frac{|V|^2}{\bar{S}^*}$$

فصل اول: مقدمه و آشنایی با سیستم های قدرت

• توازن توان مختلط

- ✓ اصل بقای انرژی: توان حقیقی داده شده توسط مدار برابر حاصل جمع توان های حقیقی جذب شده توسط بار است.
- ✓ همزمان توازن توان راکتیو نیز باید حفظ شود.
- ✓ در نتیجه کل توان مختلط داده شده به بارهای موازی برابر مجموع توان های مختلط داده شده به هر یک از بارها است.



$$\begin{aligned}\bar{S} &= \bar{V} \bar{I}^* = \bar{V} (\bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \dots + \bar{I}_n)^* = \bar{V} (\bar{I}_1^* + \bar{I}_2^* + \dots + \bar{I}_n^*) \\ &= \bar{V} \bar{I}_1^* + \bar{V} \bar{I}_2^* + \dots + \bar{V} \bar{I}_n^* = \bar{S}_1 + \bar{S}_2 + \dots + \bar{S}_n\end{aligned}$$

فصل اول: مقدمه و آشنایی با سیستم های قدرت

• اصلاح ضریب توان

فرض:

$$\begin{cases} P = |V||I_1|\cos\theta_1 \\ P = |V||I_2|\cos\theta_2 \end{cases} \Rightarrow |I_1|\cos\theta_1 = |I_2|\cos\theta_2$$

$$\text{if } \cos\theta_1 > \cos\theta_2 \Rightarrow |I_1| < |I_2|$$

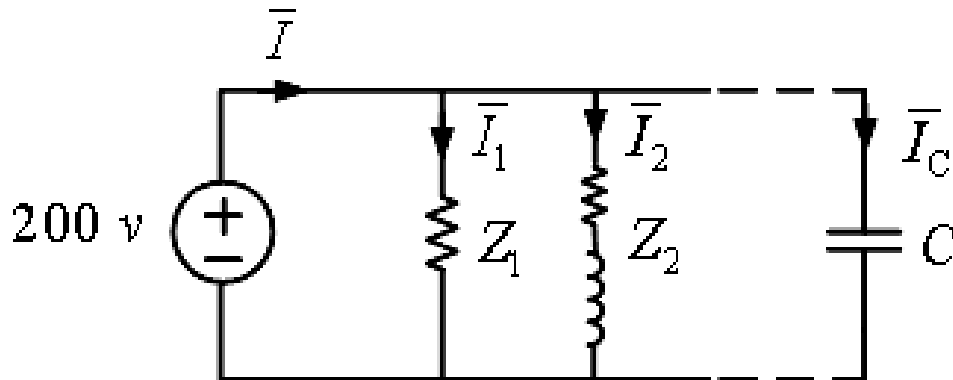
✓ در نتیجه به نفع شرکت برق و نیز مشتریان آن است که بارهای اصلی سیستم تا حد امکان دارای ضرایب قدرت نزدیک به واحد باشند.

✓ استفاده از بانک های خازنی

فصل اول: مقدمه و آشنایی با سیستم های قدرت

مثال: دو بار $Z_1 = 100 + j0 \text{ } (\Omega)$ و $Z_2 = 10 + j20 \text{ } (\Omega)$ به منبعی با ولتاژ مؤثر 200 ولت و فرکانس 60 هرتز مطابق شکل زیر وصل شده اند.

الف) توان های اکتیو و راکتیو کل، ضریب قدرت منبع و جریان کل را تعیین کنید.
ب) ظرفیت خازنی وصل شده به دو سر بارها را طوری تعیین کنید که ضریب قدرت کل به 0.8 پس فاز بهبود یابد.



فصل اول: مقدمه و آشنایی با سیستم های قدرت

(حل مثال: الف)

$$\bar{I}_1 = \frac{200 \angle 0^\circ}{100} = 2^A \angle 0^\circ = 2 \text{ A}$$

$$\bar{I}_2 = \frac{200 \angle 0^\circ}{10 + j20} = \frac{200 \angle 0^\circ}{\sqrt{10^2 + 20^2} \angle \tan^{-1}\left(\frac{20}{10}\right)} = 8.94^A \angle -63.43^\circ = 4 - j8 \text{ A}$$

$$\bar{S}_1 = \bar{V} \bar{I}_1^* = (200 \angle 0^\circ)(2 \angle 0^\circ)^* = 400 \angle 0^\circ = 400^W + j0^{\text{VAR}}$$

$$\bar{S}_2 = \bar{V} \bar{I}_2^* = (200 \angle 0^\circ)(4 - j8)^* = 200(4 + j8) = 800^W + j1600^{\text{VAR}}$$

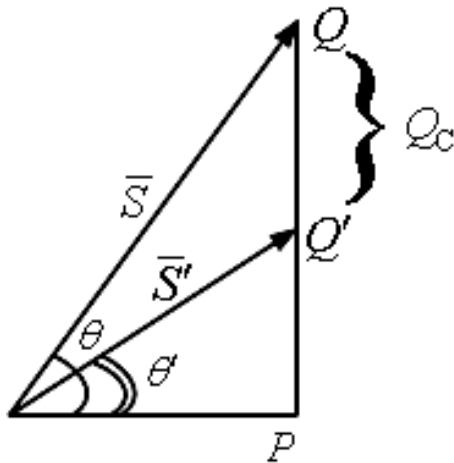
$$\bar{S}_{\text{total}} = \bar{S}_1 + \bar{S}_2 = 1200^W + j1600^{\text{VAR}} = 2000^{\text{VA}} \angle 53.13^\circ$$

$$\bar{S}_{\text{total}} = \bar{V} \bar{I}^* \Rightarrow \bar{I}^* = \frac{\bar{S}_{\text{total}}}{\bar{V}} \Rightarrow \bar{I} = \frac{\bar{S}_{\text{total}}^*}{\bar{V}^*} = \frac{2000^{\text{VA}} \angle -53.13^\circ}{200 \angle 0^\circ} = 10^A \angle -53.13^\circ$$

$$\cos(0^\circ - (-53.13^\circ)) = \cos(53.13^\circ) = 0.6 \text{ lag}$$

فصل اول: مقدمه و آشنایی با سیستم های قدرت

حل مثال: ب)



$$P_{\text{total}} = 1200 \text{ W} , \cos \theta' = 0.8 \Rightarrow \theta' = \cos^{-1}(0.8) = 36.87^\circ$$

$$Q_{\text{total}} = (\tan \theta') P_{\text{total}} = (\tan(36.87^\circ))(1200) = 900 \text{ VAR}$$

$$Q_{\text{total}} = Q_L + Q_C \Rightarrow Q_C = Q_{\text{total}} - Q_L = 900 - 1600 = -700 \text{ VAR}$$

$$\bar{S}_c = P_c + jQ_c = 0 - j700 = -j700 , Z_c = \frac{|V|^2}{\bar{S}_c^*} = \frac{200^2}{(-j700)^*} = \frac{40000}{j700} = -j57.14 \Omega$$

فصل اول: مقدمه و آشنایی با سیستم های قدرت

حل مثال: ب)

$$Z_c = -jX_c = -j57.14 \Rightarrow X_c = 57.14 \Omega, X_c = \frac{1}{\omega C}$$

$$\Rightarrow C = \frac{1}{\omega X_c} = \frac{1}{(2\pi \times 60)(57.14)} = 46.42 \mu F$$

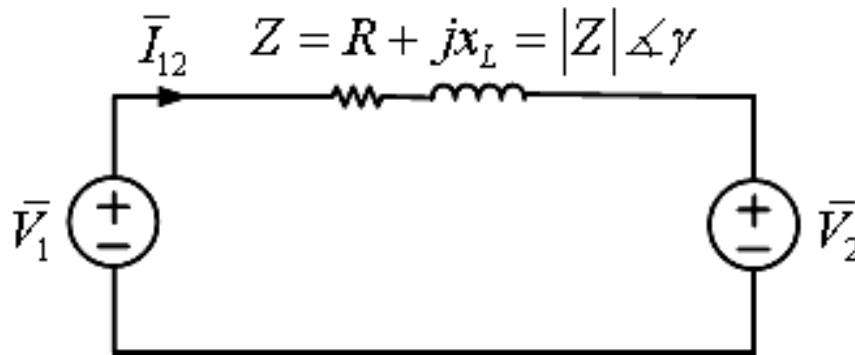
$$\bar{S}' = 1200 + j900 = 1500^{\text{VA}} \angle 36.87^\circ$$

$$\bar{I}' = \frac{\bar{S}'^*}{\bar{V}^*} = \frac{1500^{\text{VA}} \angle -36.87^\circ}{200 \angle 0^\circ} = 7.5^{\text{A}} \angle -36.87^\circ$$

در نتیجه با این کار اندازه جریان منبع تغذیه از 10 آمپر به 7.5 آمپر کاهش می یابد.

فصل اول: مقدمه و آشنایی با سیستم های قدرت

• پخش توان مختلط



$$\bar{V}_1 = |V_1| \angle \delta_1, \quad \bar{V}_2 = |V_2| \angle \delta_2$$

$$\bar{I}_{12} = \frac{\bar{V}_1 - \bar{V}_2}{Z} = \frac{|V_1| \angle \delta_1 - |V_2| \angle \delta_2}{|Z| \angle \gamma} = \frac{|V_1|}{|Z|} \angle (\delta_1 - \gamma) - \frac{|V_2|}{|Z|} \angle (\delta_2 - \gamma)$$

$$\begin{aligned} \bar{S}_{12} &= \bar{V}_1 \bar{I}_{12}^* = (|V_1| \angle \delta_1) \left(\frac{|V_1|}{|Z|} \angle (\delta_1 - \gamma) - \frac{|V_2|}{|Z|} \angle (\delta_2 - \gamma) \right)^* \\ &= (|V_1| \angle \delta_1) \left(\frac{|V_1|}{|Z|} \angle (-\delta_1 + \gamma) - \frac{|V_2|}{|Z|} \angle (-\delta_2 + \gamma) \right) \end{aligned}$$

فصل اول: مقدمه و آشنایی با سیستم های قدرت

$$\bar{S}_{12} = \frac{|V_1|^2}{|Z|} \angle \gamma - \frac{|V_1||V_2|}{|Z|} \angle (\delta_1 - \delta_2 + \gamma)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P_{12} = \frac{|V_1|^2}{|Z|} \cos \gamma - \frac{|V_1||V_2|}{|Z|} \cos(\delta_1 - \delta_2 + \gamma) \\ Q_{12} = \frac{|V_1|^2}{|Z|} \sin \gamma - \frac{|V_1||V_2|}{|Z|} \sin(\delta_1 - \delta_2 + \gamma) \end{cases}$$

$$R \approx 0 \Rightarrow Z = jX_L = X_L \angle 90^\circ \Rightarrow |Z| = X_L, \gamma = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P_{12} = \frac{|V_1||V_2|}{X_L} \sin(\delta_1 - \delta_2) \\ Q_{12} = \frac{|V_1|^2}{X_L} - \frac{|V_1||V_2|}{X_L} \cos(\delta_1 - \delta_2) \end{cases}$$

فصل اول: مقدمه و آشنایی با سیستم های قدرت

$$\delta \triangleq \delta_1 - \delta_2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P_{12} = \frac{|V_1||V_2|}{X_L} \sin \delta \Rightarrow P_{12} \propto \sin \delta \\ Q_{12} = \frac{|V_1|^2}{X_L} - \frac{|V_1||V_2|}{X_L} \cos \delta = \frac{|V_1|}{X_L} (|V_1| - |V_2| \cos \delta) \Rightarrow Q_{12} \propto |V_1| - |V_2| \end{cases}$$

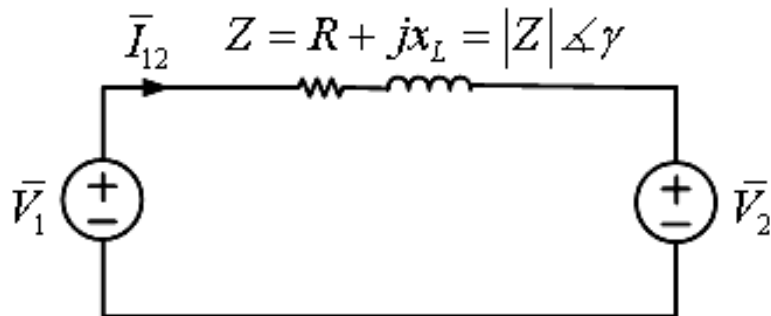
if $\delta > 0 \Rightarrow$ توان حقیقی از منبع 1 به منبع 2 جاری می گردد.

if $\delta < 0 \Rightarrow$ توان حقیقی از منبع 2 به منبع 1 جاری می گردد.

$$P_{\max}|_{\delta=90^\circ} = \frac{|V_1||V_2|}{X_L} \quad \text{حداکثر توان انتقالی:}$$

فصل اول: مقدمه و آشنایی با سیستم های قدرت

مثال: دو منبع ولتاژ $\bar{V}_1 = 120^v \angle -5^\circ$ و $\bar{V}_2 = 100^v \angle 0^\circ$ توسط یک خط کوتاه با امپدانس $Z = 1 + j7 (\Omega)$ به یکدیگر وصل شده اند. توان های اکتیو و راکتیو تحویلی یا دریافتی هر یک از منابع و تلفات توان در خط را تعیین کنید.



حل مثال:

فرض: جهت جریان از منبع ۱ به ۲

$$\bar{I}_{12} = \frac{\bar{V}_1 - \bar{V}_2}{Z} = \frac{120^v \angle -5^\circ - 100^v \angle 0^\circ}{1 + j7} = 3.135^A \angle -110.02^\circ$$

$$\bar{S}_1 = \bar{V}_1 \bar{I}_{12}^* = -97.5^W + j363.3^{VAR}$$

$$\bar{S}_2 = \bar{V}_2 \bar{I}_{12}^* = -107.3^W + j294.5^{VAR}$$

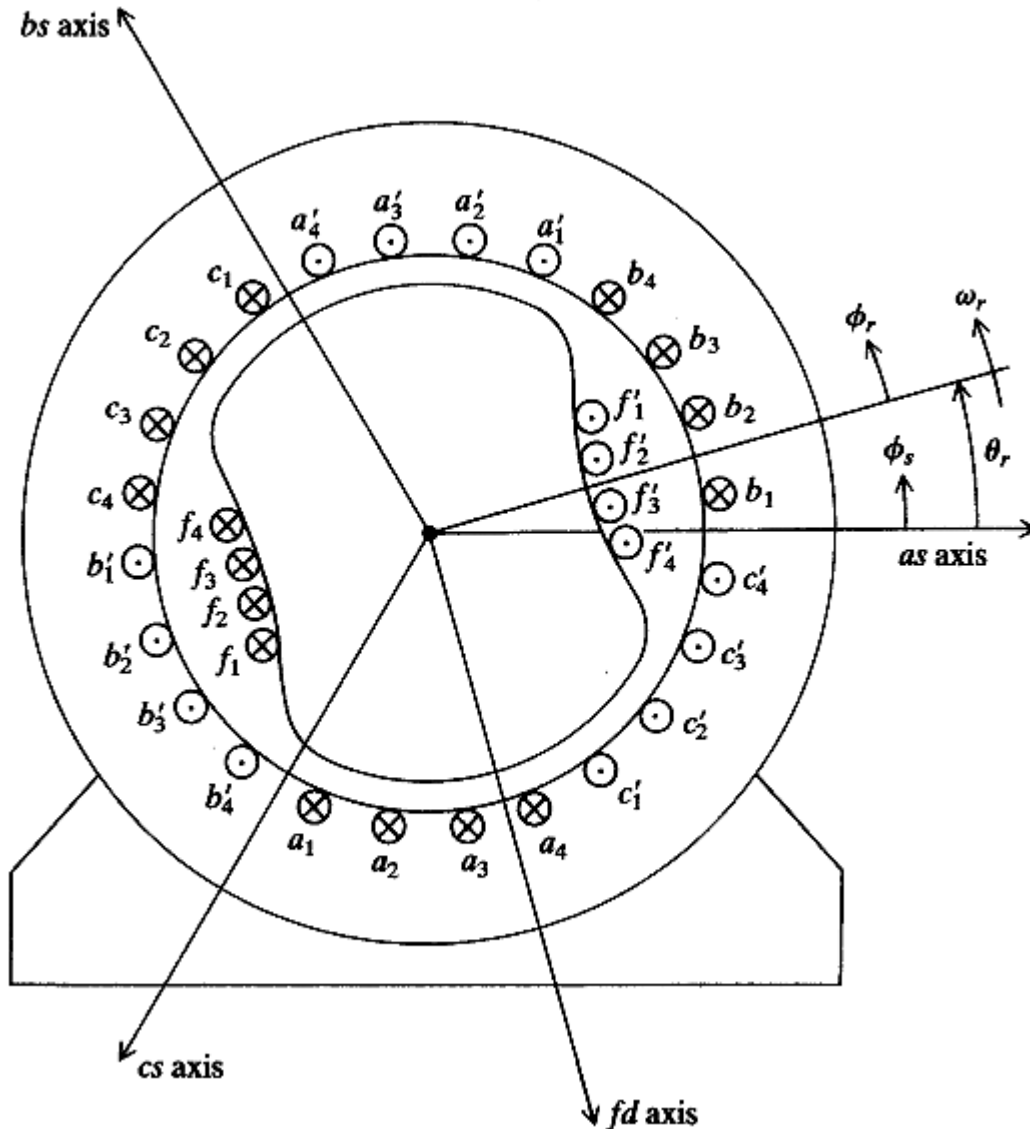
$$\bar{S}_{Line} = \bar{S}_1 - \bar{S}_2 = 9.8^W + j68.8^{VAR}$$

قرارداد تولید:

قرارداد مصرف:

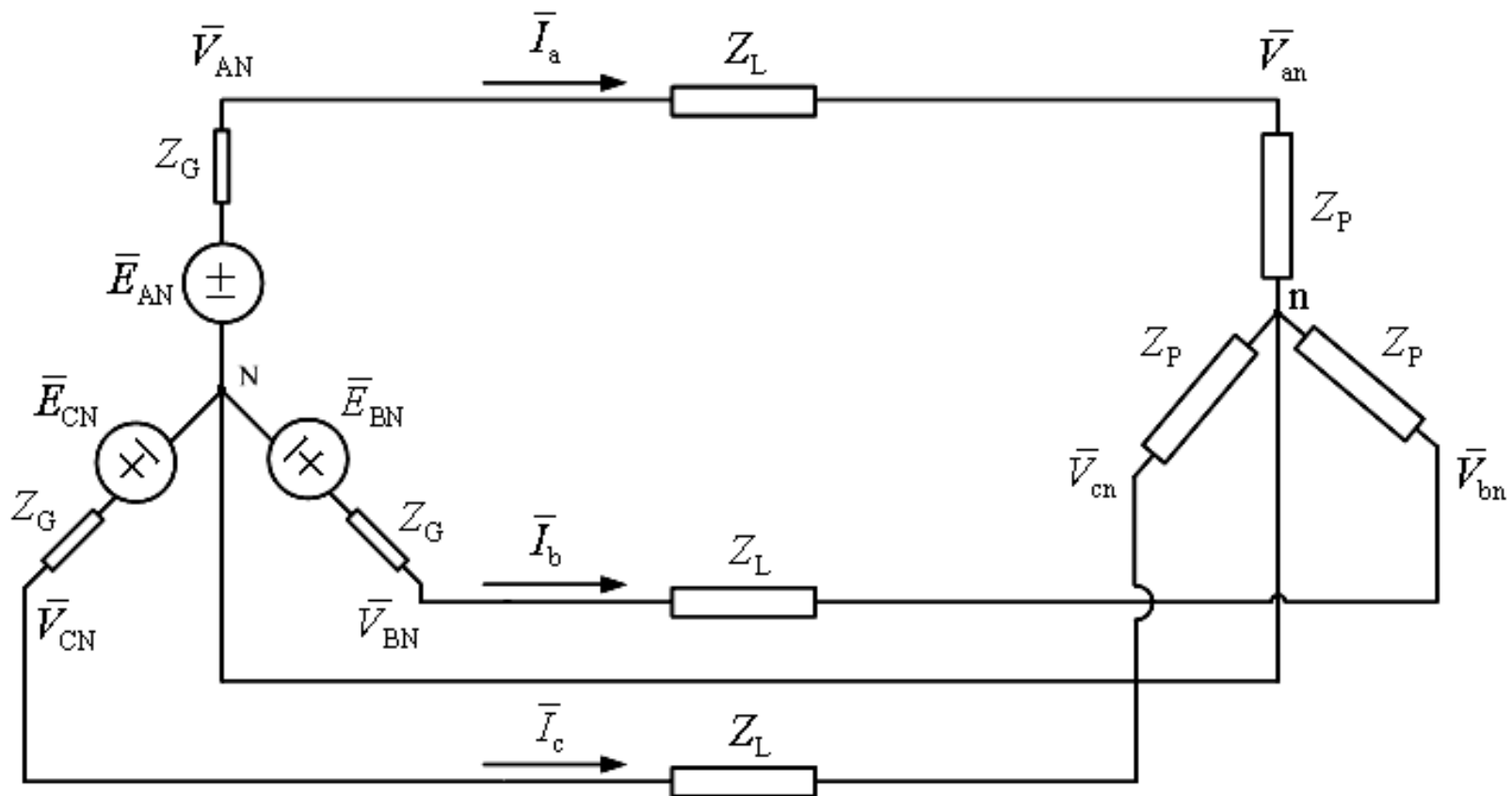
فصل اول: مقدمه و آشنایی با سیستم های قدرت

- مدارهای سه فاز متعادل



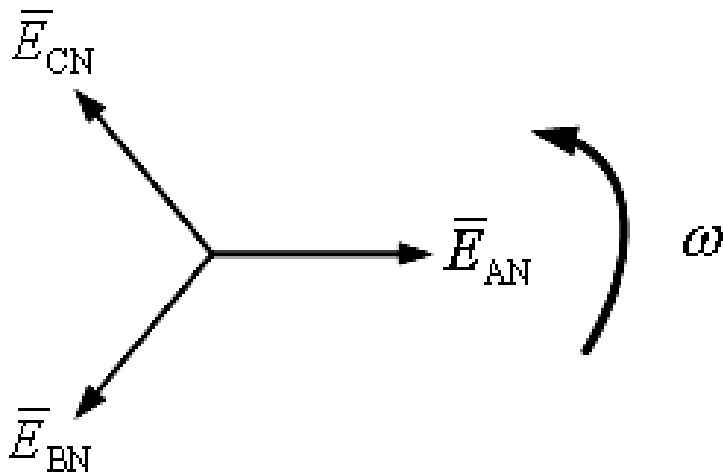
فصل اول: مقدمه و آشنایی با سیستم های قدرت

- مدارهای سه فاز متعادل



فصل اول: مقدمه و آشنایی با سیستم های قدرت

• مدارهای سه فاز متعادل



✓ توالی فاز ABC

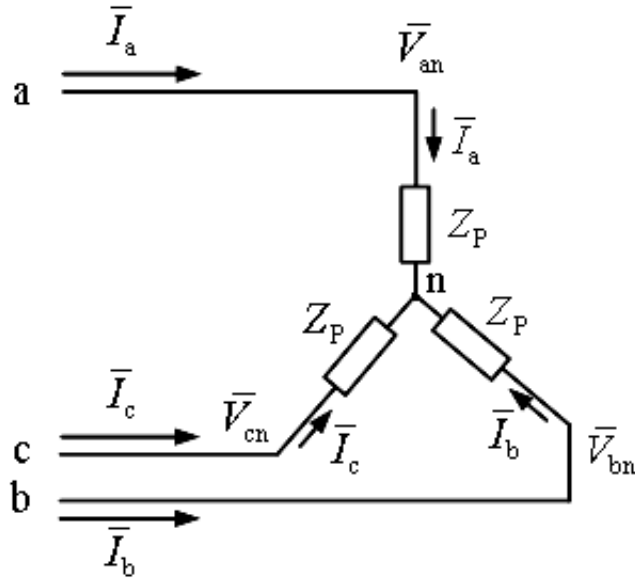
$$\bar{E}_{AN} = |E_P| \angle 0^\circ, \quad \bar{E}_{BN} = |E_P| \angle -120^\circ, \quad \bar{E}_{CN} = |E_P| \angle -240^\circ = |E_P| \angle 120^\circ$$

$$\bar{V}_{AN} = \bar{E}_{AN} - Z_G \bar{I}_a$$

$$\bar{V}_{an} = \bar{V}_{AN} - Z_L \bar{I}_a$$

فصل اول: مقدمه و آشنایی با سیستم های قدرت

• بارهای با اتصال ستاره Y



$$\bar{V}_{an} = |V_P| \angle 0^\circ, \quad \bar{V}_{bn} = |V_P| \angle -120^\circ, \quad \bar{V}_{cn} = |V_P| \angle -240^\circ = |V_P| \angle 120^\circ$$

$$\bar{V}_{ab} = \bar{V}_{an} + \bar{V}_{nb} = \bar{V}_{an} - \bar{V}_{bn} = |V_P| \angle 0^\circ - |V_P| \angle -120^\circ$$

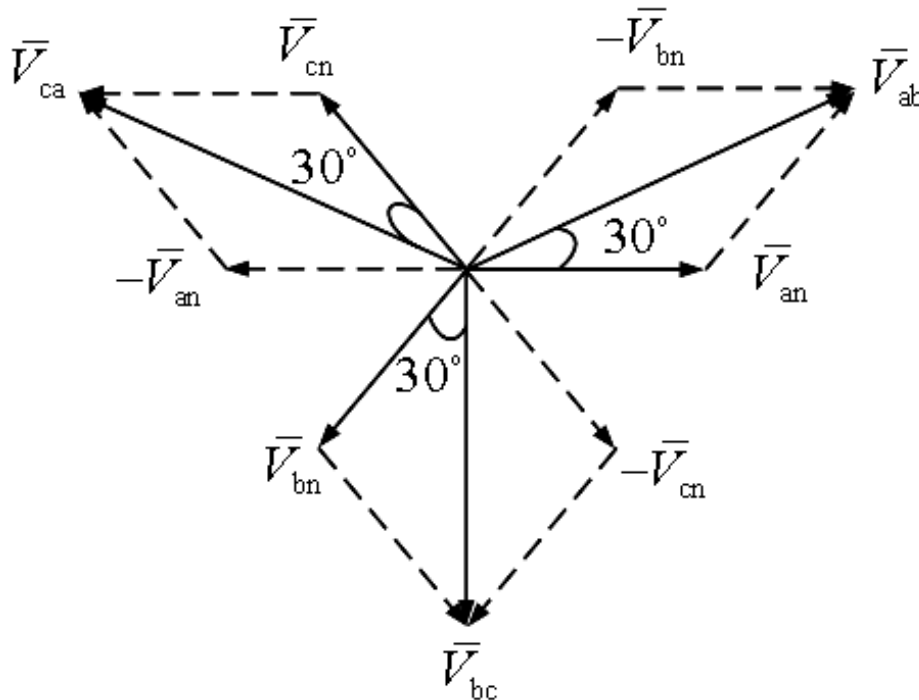
$$= |V_P| \left(\cos(0^\circ) + j \sin(0^\circ) \right) - |V_P| \left(\cos(-120^\circ) + j \sin(-120^\circ) \right) = \sqrt{3} |V_P| \angle 30^\circ$$

$$\bar{V}_{bc} = \bar{V}_{bn} + \bar{V}_{nc} = \bar{V}_{bn} - \bar{V}_{cn} = |V_P| \angle -120^\circ - |V_P| \angle +120^\circ = \sqrt{3} |V_P| \angle -90^\circ$$

$$\bar{V}_{ca} = \bar{V}_{cn} + \bar{V}_{na} = \bar{V}_{cn} - \bar{V}_{an} = |V_P| \angle 120^\circ - |V_P| \angle 0^\circ = \sqrt{3} |V_P| \angle -210^\circ$$

فصل اول: مقدمه و آشنایی با سیستم های قدرت

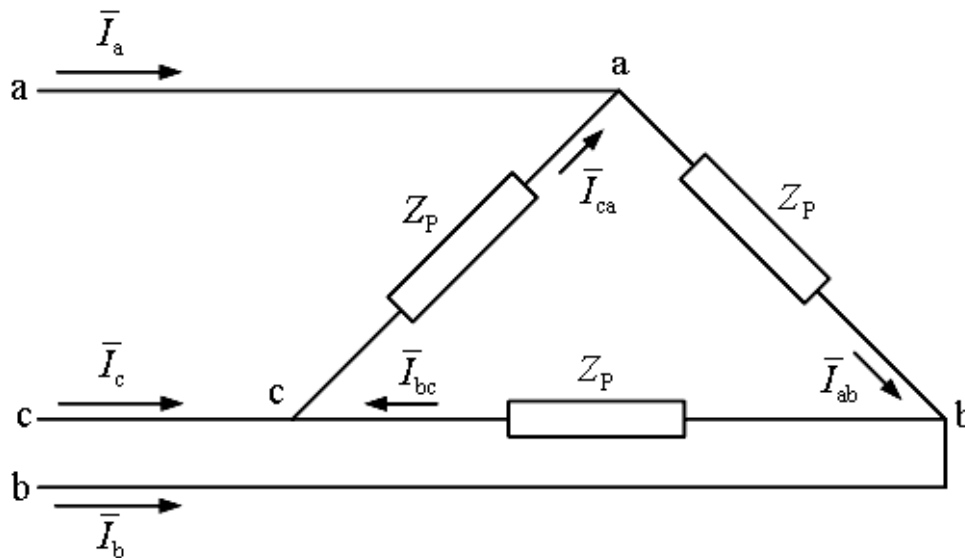
- بارهای با اتصال ستاره Y



نکته: در اتصال ستاره اندازه ولتاژهای خط $\sqrt{3}$ برابر اندازه ولتاژهای فاز و از لحاظ فاز 30° جلوترند. جریان های خط و فاز با هم برابرند.

فصل اول: مقدمه و آشنایی با سیستم های قدرت

- بارهای با اتصال مثلث Δ



$$\bar{I}_{ab} = |I_P| \angle 0^\circ, \quad \bar{I}_{bc} = |I_P| \angle -120^\circ, \quad \bar{I}_{ca} = |I_P| \angle -240^\circ = |I_P| \angle 120^\circ$$

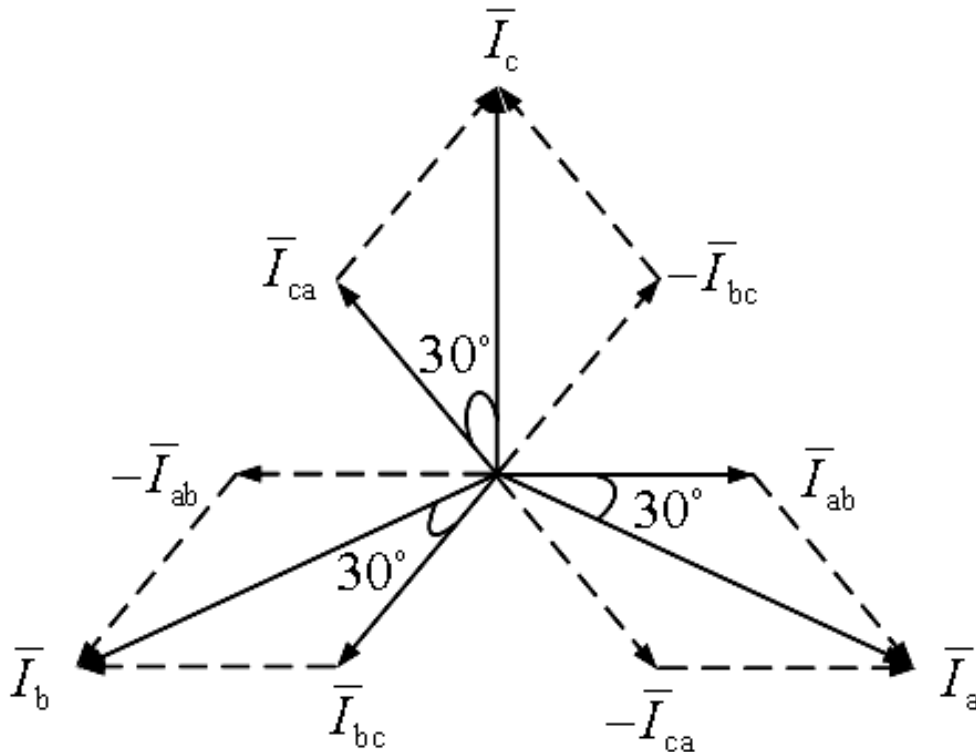
$$\bar{I}_a = \bar{I}_{ab} - \bar{I}_{ca} = |I_P| \angle 0^\circ - |I_P| \angle 120^\circ = \sqrt{3} |I_P| \angle -30^\circ$$

$$\bar{I}_b = \bar{I}_{bc} - \bar{I}_{ab} = |I_P| \angle -120^\circ - |I_P| \angle 0^\circ = \sqrt{3} |I_P| \angle -150^\circ$$

$$\bar{I}_c = \bar{I}_{ca} - \bar{I}_{bc} = |I_P| \angle 120^\circ - |I_P| \angle -120^\circ = \sqrt{3} |I_P| \angle -270^\circ = \sqrt{3} |I_P| \angle 90^\circ$$

فصل اول: مقدمه و آشنایی با سیستم های قدرت

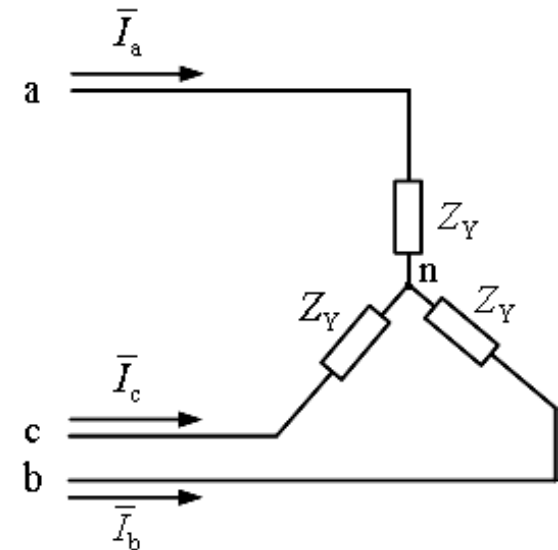
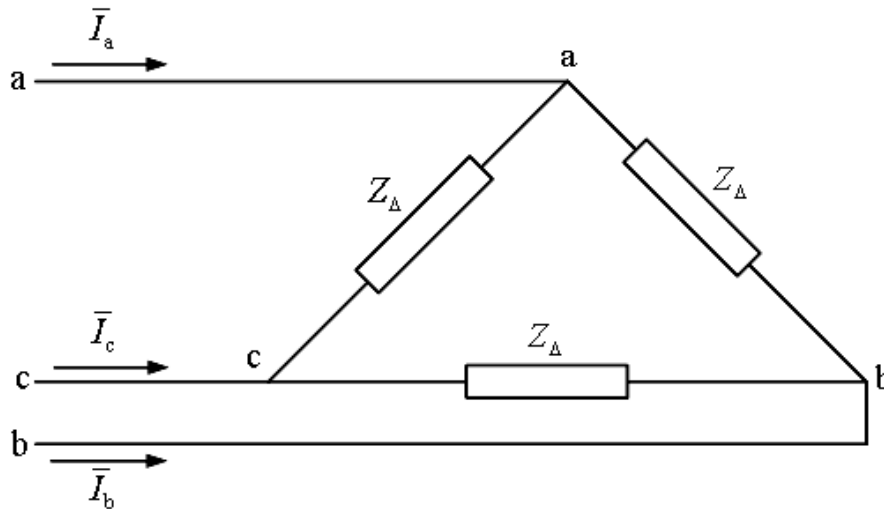
- بارهای با اتصال مثلث Δ



نکته: در اتصال مثلث اندازه جریان های خط $\sqrt{3}$ برابر اندازه جریان های فاز و از لحاظ فاز 30° عقب ترند. ولتاژهای خط و فاز با هم برابرند.

فصل اول: مقدمه و آشنایی با سیستم های قدرت

- تبدیل اتصال مثلث به ستاره معادل



$$Z_{\Delta} = \frac{\bar{V}_P}{\bar{I}_P} = \frac{\bar{V}_L}{(1/\sqrt{3})\bar{I}_L \angle +30^\circ} = \sqrt{3} \frac{\bar{V}_L}{\bar{I}_L} \angle -30^\circ \Rightarrow \frac{\bar{V}_L}{\bar{I}_L} \angle -30^\circ = \frac{Z_{\Delta}}{\sqrt{3}}$$

راه حل اول:

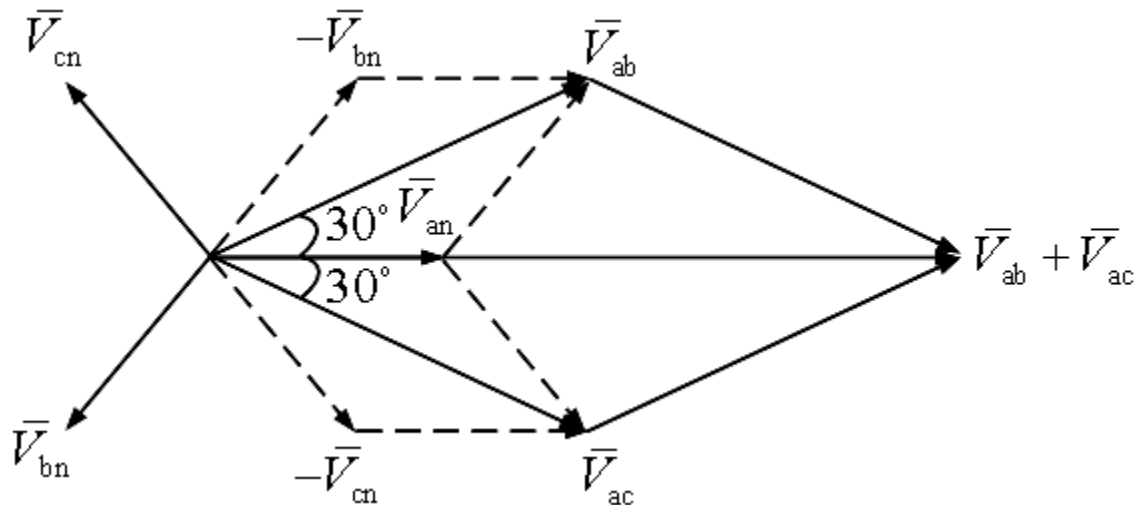
$$Z_Y = \frac{\bar{V}_P}{\bar{I}_P} = \frac{(1/\sqrt{3})\bar{V}_L \angle -30^\circ}{\bar{I}_L} = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{\bar{V}_L}{\bar{I}_L} \angle -30^\circ \Rightarrow \frac{\bar{V}_L}{\bar{I}_L} \angle -30^\circ = \sqrt{3} Z_Y$$

$$\Rightarrow \frac{\bar{V}_L}{\bar{I}_L} \angle -30^\circ = \frac{Z_{\Delta}}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} Z_Y \Rightarrow Z_{\Delta} = 3Z_Y, \quad Z_Y = \frac{Z_{\Delta}}{3}$$

فصل اول: مقدمه و آشنایی با سیستم های قدرت

راه حل دوم:

$$\Delta: \bar{I}_a = \frac{\bar{V}_{ab}}{Z_\Delta} + \frac{\bar{V}_{ac}}{Z_\Delta} = \frac{\bar{V}_{ab} + \bar{V}_{ac}}{Z_\Delta}$$



$$\Rightarrow \bar{I}_a = \frac{\sqrt{3}|V_P| \angle 30^\circ + \sqrt{3}|V_P| \angle -30^\circ}{Z_\Delta} = \frac{3|V_P| \angle 0^\circ}{Z_\Delta} = \frac{3\bar{V}_{an}}{Z_\Delta} \Rightarrow \bar{V}_{an} = \frac{Z_\Delta}{3} \bar{I}_a$$

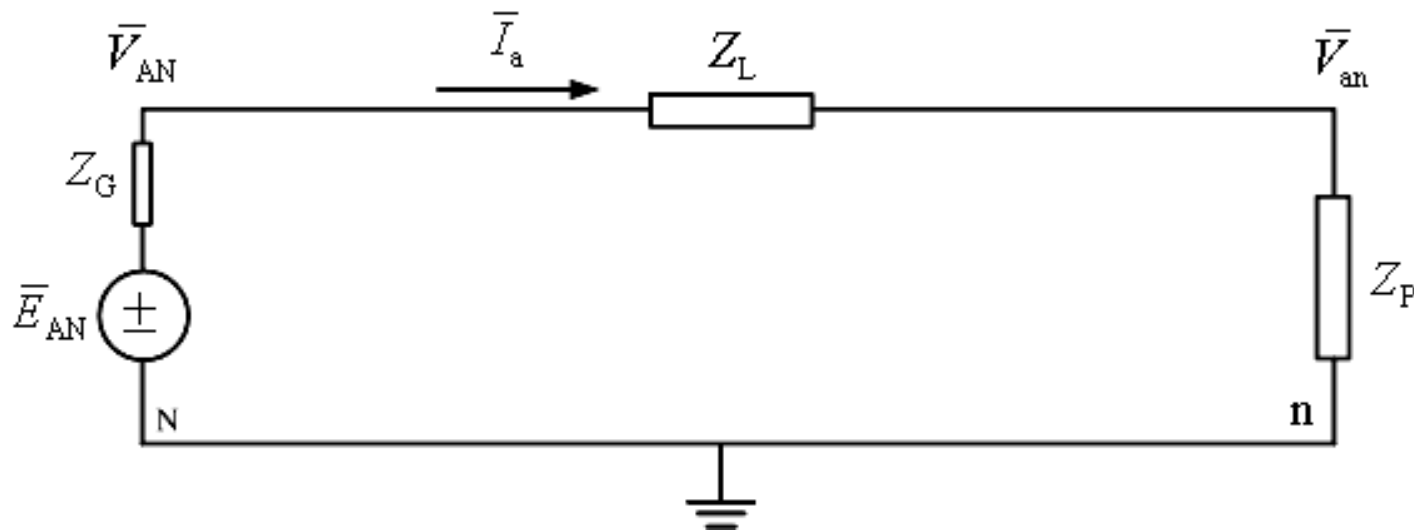
$$Y: \bar{V}_{an} = Z_Y \bar{I}_a \Rightarrow Z_Y = \frac{Z_\Delta}{3}$$

فصل اول: مقدمه و آشنایی با سیستم های قدرت

- تجزیه و تحلیل بر اساس هر فاز

$$\bar{I}_a + \bar{I}_b + \bar{I}_c = \bar{I}_n = 0$$

جریان سیم خنثی در بارهای با اتصال متعادل Y :



فصل اول: مقدمه و آشنایی با سیستم های قدرت

• توان در مدارهای سه فاز متعادل

✓ فرض: یک منبع سه فاز متصل به یک بار متعادل با اتصال ستاره یا مثلث داریم.

مقادیر مؤثر ولتاژ و جریان : $|I_p|$, $|V_p|$

$$v_{an}(t) = \sqrt{2}|V_p|\cos(\omega t + \theta_v)$$

$$i_a(t) = \sqrt{2}|I_p|\cos(\omega t + \theta_i)$$

$$v_{bn}(t) = \sqrt{2}|V_p|\cos(\omega t + \theta_v - 120^\circ)$$

$$i_b(t) = \sqrt{2}|I_p|\cos(\omega t + \theta_i - 120^\circ)$$

$$v_{cn}(t) = \sqrt{2}|V_p|\cos(\omega t + \theta_v - 240^\circ)$$

$$i_c(t) = \sqrt{2}|I_p|\cos(\omega t + \theta_i - 240^\circ)$$

$$p(t) = v_{an}(t).i_a(t) + v_{bn}(t).i_b(t) + v_{cn}(t).i_c(t) = 2|V_p||I_p|\left[\cos(\omega t + \theta_v)\cos(\omega t + \theta_i) + \cos(\omega t + \theta_v - 120^\circ)\cos(\omega t + \theta_i - 120^\circ) + \cos(\omega t + \theta_v - 240^\circ)\cos(\omega t + \theta_i - 240^\circ)\right]$$

فصل اول: مقدمه و آشنایی با سیستم های قدرت

$$\begin{aligned}\Rightarrow p(t) &= |V_p| |I_p| \left[\cos(\theta_v - \theta_i) + \cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i) + \cos(\theta_v - \theta_i) + \right. \\ &\quad \left. \cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i - 240^\circ) + \cos(\theta_v - \theta_i) + \cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i - 480^\circ) \right] \\ &= |V_p| |I_p| \left[3 \cos(\theta_v - \theta_i) + \cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i) + \cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i + 120^\circ) + \right. \\ &\quad \left. \cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i - 120^\circ) \right]\end{aligned}$$

$$\Rightarrow p(t) = 3 |V_p| |I_p| \cos(\theta_v - \theta_i) = 3 |V_p| |I_p| \cos \theta$$

نکته: با وجود ضربانی بودن توان هر فاز، توان لحظه ای سه فاز ثابت بوده و با سه برابر توان حقیقی هر فاز برابر است. (مزیت اصلی سیستم سه فاز)

تعمیم مفهوم توان مختلط برای سیستم های سه فاز:

$$P_{3\phi} = 3 |V_p| |I_p| \cos \theta, \quad Q_{3\phi} = 3 |V_p| |I_p| \sin \theta, \quad \bar{S}_{3\phi} = P_{3\phi} + jQ_{3\phi} = 3 \bar{V}_p \bar{I}_p^*$$

فصل اول: مقدمه و آشنایی با سیستم های قدرت

در اتصال ستاره:

$$|V_p| = \frac{|V_L|}{\sqrt{3}}, |I_p| = |I_L| \Rightarrow P_{3\phi} = 3 \frac{|V_L|}{\sqrt{3}} |I_L| \cos \theta = \sqrt{3} |V_L| |I_L| \cos \theta, Q_{3\phi} = \sqrt{3} |V_L| |I_L| \sin \theta$$

در اتصال مثلث:

$$|V_p| = |V_L|, |I_p| = \frac{|I_L|}{\sqrt{3}} \Rightarrow P_{3\phi} = 3 |V_L| \frac{|I_L|}{\sqrt{3}} \cos \theta = \sqrt{3} |V_L| |I_L| \cos \theta, Q_{3\phi} = \sqrt{3} |V_L| |I_L| \sin \theta$$

در نتیجه به طور کلی:

$$P_{3\phi} = \sqrt{3} |V_L| |I_L| \cos \theta, Q_{3\phi} = \sqrt{3} |V_L| |I_L| \sin \theta$$

نکته: در مسائل سه فاز معمولاً توان نامی داده شده، توان سه فاز بوده و ولتاژ نامی بر حسب ولتاژ خط است.

فصل اول: مقدمه و آشنایی با سیستم های قدرت

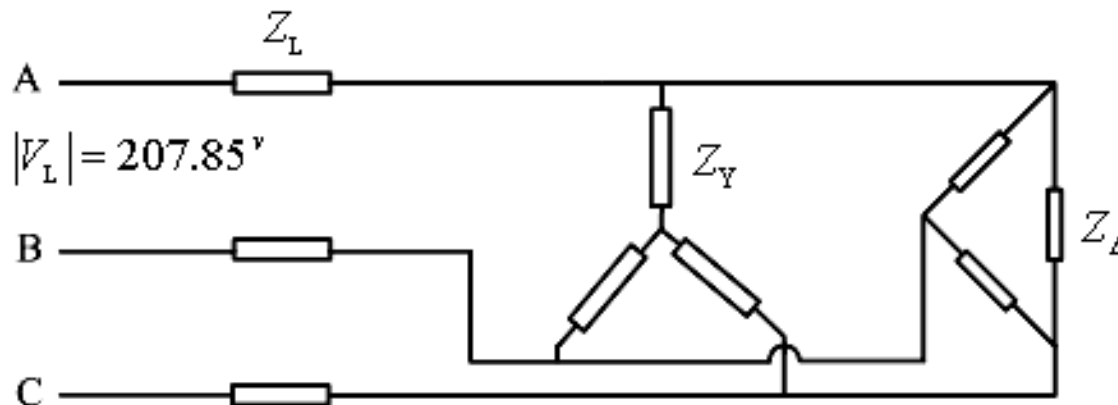
مثال: در سیستم سه فاز زیر با انتخاب ولتاژ فاز \bar{V}_A به عنوان مرجع تعیین کنید:

(الف) جریان، توان های اکتیو و راکتیو جذب شده از منبع تغذیه

(ب) ولتاژ خط در بارهای ترکیب شده

(ج) جریان فاز در هر یک از بارها

(د) توان های اکتیو و راکتیو کل هر یک از بارها و توان های عبوری از خط

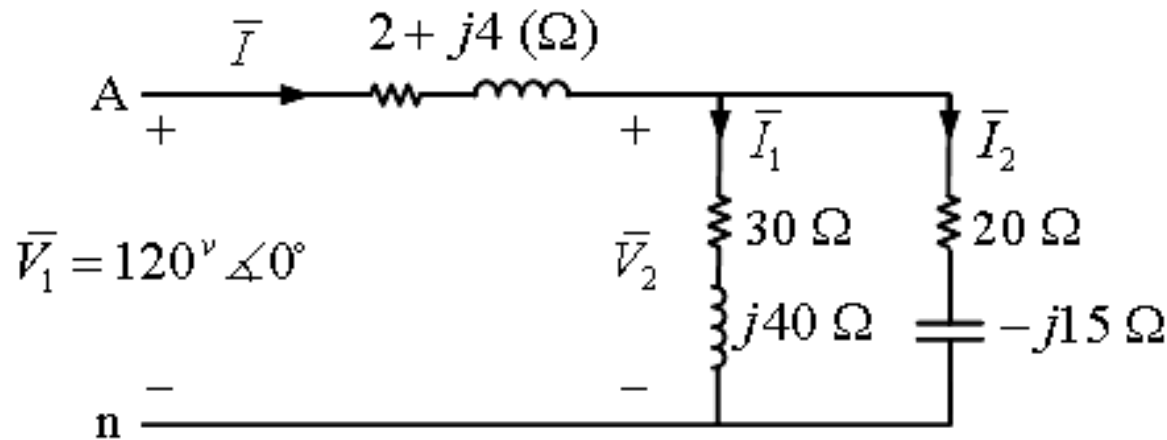


$$Z_L = 2 + j4 \ (\Omega), \quad Z_Y = 30 + j40 \ (\Omega), \quad Z_D = 60 - j45 \ (\Omega)$$

فصل اول: مقدمه و آشنایی با سیستم های قدرت

(حل مثال: الف)

$$\bar{V}_{An} = \bar{V}_1 = \frac{207.85}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ = 120^v \angle 0^\circ, \quad Z'_Y = \frac{Z_\Delta}{3} = 20 - j15 \text{ } (\Omega)$$



مدار معادل تکفاز

$$Z_{in} = 2 + j4 + \frac{(30 + j40)(20 - j15)}{50 + j25} = 24 \text{ } \Omega, \quad \bar{I} = \frac{120^v \angle 0^\circ}{24} = 5^A \angle 0^\circ$$

$$\bar{S}_{supply} = 3 \bar{V}_1 \bar{I}^* = 1800^W + j0^{VAR}$$

فصل اول: مقدمه و آشنایی با سیستم های قدرت

(ب)

$$\bar{V}_2 = 120^v \angle 0^\circ - (2 + j4)(5 \angle 0^\circ) = 111.8^v \angle -10.3^\circ$$

$$\bar{V}_{2, \text{Line}} = (\sqrt{3})(111.8) \angle (-10.3^\circ + 30^\circ) = 193.64^v \angle +19.7^\circ$$

(ج)

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{V}_2}{Z_Y} = \frac{111.8^v \angle -10.3^\circ}{30 + j40} = 2.236^A \angle -63.4^\circ$$

$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{V}_2}{Z'_Y} = \frac{111.8^v \angle -10.3^\circ}{20 - j15} = 4.472^A \angle 26.56^\circ, \bar{I}_{ab, \Delta} = \frac{\bar{I}_2}{\sqrt{3}} \angle 30^\circ = 2.582^A \angle 56.56^\circ$$

(د)

$$\bar{S}_1 = 3\bar{V}_2 \bar{I}_1^* = 3(111.8^v \angle -10.3^\circ)(2.236^A \angle 63.4^\circ) = 450^W + j600^{VAR}$$

$$\bar{S}_2 = 3\bar{V}_2 \bar{I}_2^* = 3(111.8^v \angle -10.3^\circ)(4.472^A \angle -26.56^\circ) = 1200^W - j900^{VAR}$$

$$\bar{S}_L = 3(R_L + jX_L) |\bar{I}|^2 = 3(2 + j4)(5)^2 = 150^W + j300^{VAR}$$

$$\bar{S}_{\text{supply}} = \bar{S}_1 + \bar{S}_2 + \bar{S}_L = 1800^W + j0^{VAR}$$

فصل دوم: محاسبه مقاومت و اندوکتانس خطوط انتقال انرژی

آشنایی با خطوط فشار قوی

استانداردهای ولتاژ در ایران: $220^v / 380^v$, 20^{kv} , 63^{kv} , 230^{kv} , 400^{kv}
توزیع فشار ضعیف توزیع فوق توزیع انتقال

انواع خطوط سه فاز

ساده: از سه سیم تشکیل شده

باندل: هر کدام از فازها از دو یا سه یا چهار سیم تشکیل شده است. در واقع به جای سه تک سیم، سه دو سیمه، سه سه سیمه و یا سه چهار سیمه داریم.

یک مداره (روی یک دکل یک سیستم سه فاز)

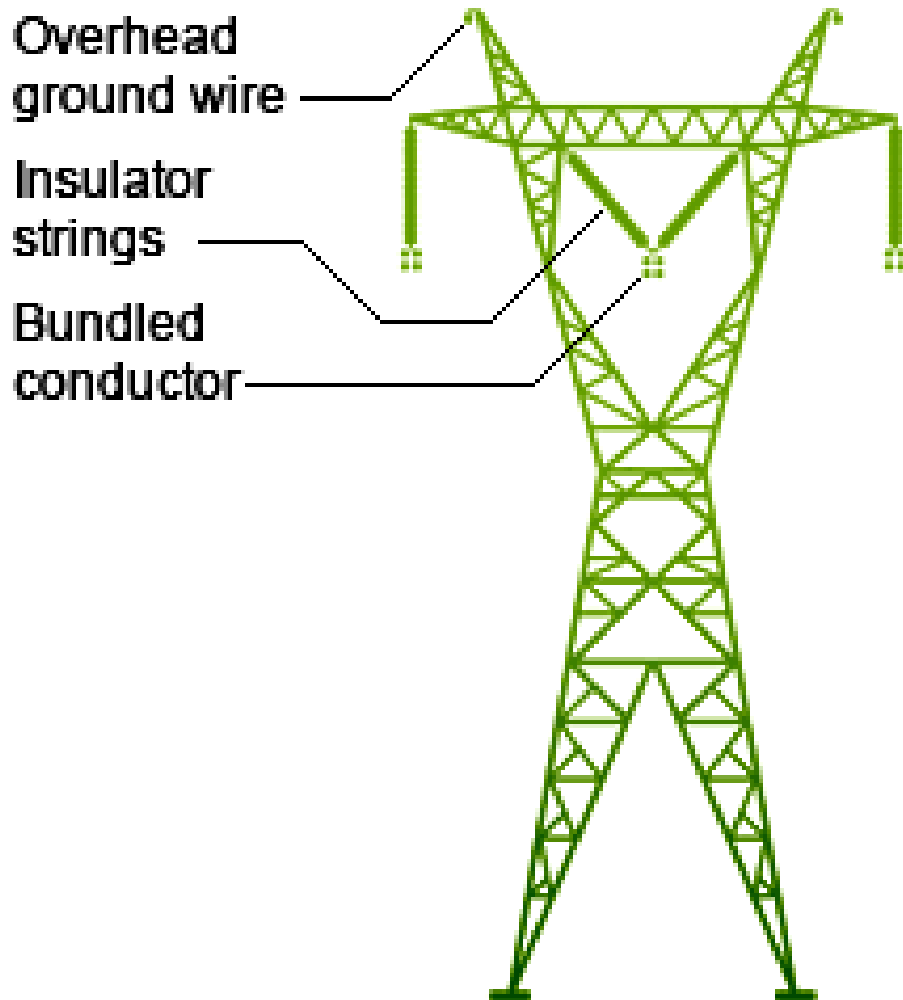
ساده

دو سیمه
سه سیمه
چهار سیمه

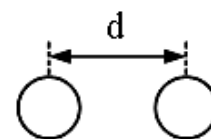
باندل

دو مداره (روی یک دکل دو سیستم سه فاز)

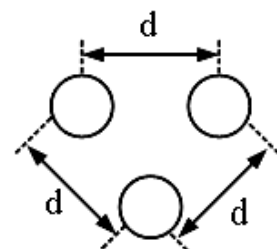
فصل دوم: محاسبه مقاومت و اندوکتانس خطوط انتقال انرژی



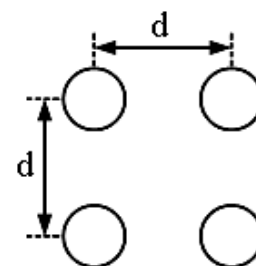
✓ خطوط سه فاز یک مداره



دو سیمه:



سه سیمه:



چهار سیمه:

فصل دوم: محاسبه مقاومت و اندوکتانس خطوط انتقال انرژی

✓ خطوط سه فاز دو مداره



ساده }
باندل }

فصل دوم: محاسبه مقاومت و اندوکتانس خطوط انتقال انرژی

• انواع هادی ها

➤ جنس هادی ها } مس ← خطوط فشار ضعیف
آلومینیوم ← خطوط فشار قوی

➤ مزایای مس: هدایت الکتریکی بهتر، قدرت کششی مکانیکی بهتر

➤ مزایای آلومینیوم: معمولاً ارزان تر، سبک تر و به طور نسبی سطح مقطع بزرگ تر

↓
از لحاظ پدیده کرونا بهتر است.

➤ پدیده کرونا (corona):

✓ یونیزه شدن هوای اطراف سیم های هادی و پدید آمدن یک هاله نورانی اطراف سیم

فصل دوم: محاسبه مقاومت و اندوکتانس خطوط انتقال انرژی

➤ پدیده کرونا (corona):

✓ هر چه سطح مقطع هادی بزرگ تر \Leftarrow شدت میدان الکتریکی اطراف هادی کمتر

\Leftarrow کمتر شدن یونیزه شدن هوا و کاهش تلفات خط

✓ برای کم کردن شدت میدان الکتریکی باید چگالی شار الکتریکی را کم کنیم.

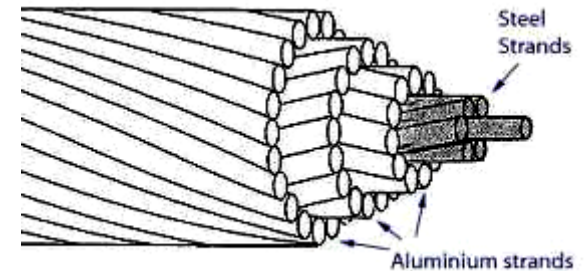
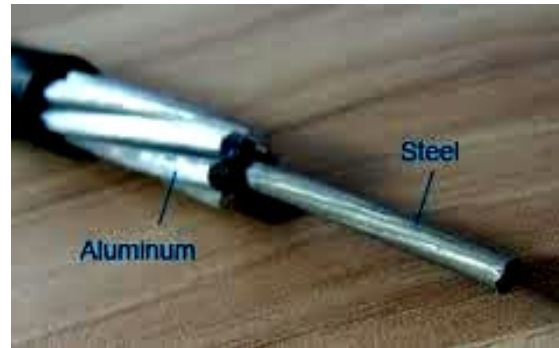
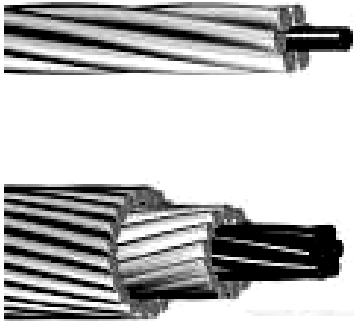
\Leftarrow باید از سیم های با سطح مقطع بزرگ تر استفاده کنیم و نیز بین دو سیم یا سه سیم یا چهار سیم در خطوط باندد فاصله ای ایجاد کنیم.

✓ ایجاد فاصله در خطوط باندد باعث کاهش تلفات کرونا، اغتشاشات صوتی و تداخل رادیویی می گردد. مزیت مهم دیگر گروه بندی (bundling) هادی ها، کاهش راکتانس خط است.

فصل دوم: محاسبه مقاومت و اندوکتانس خطوط انتقال انرژی

➤ هادی رشته ای متداول: A.C.S.R: Aluminum Conductor Still Reinforced

آلومینیوم تقویت شده با فولاد (هسته مرکزی از رشته های فولادی)



نکته: هادی های توپیر: برای سطح مقطع های کوچک

نکته: برای مراجعه آسان، کلمات رمز (اسامی پرندگان) به هر یک از هادی ها اختصاص یافته است.

فصل دوم: محاسبه مقاومت و اندوکتانس خطوط انتقال انرژی

• پارامترهای خط

- ✓ شامل: R یا مقاومت، L یا اندوکتانس، C یا ظرفیت خازنی و G یا رسانایی
- ✓ G یا رسانایی، بین هادی ها یا بین هادی ها و زمین: عامل ایجاد جریان نشتی در مقره های خطوط هوایی و در عایق بندی کابل ها
- ✓ معمولاً از جریان های نشتی به علت ناچیز بودن صرفه نظر می کنند.

• مقاومت خط، R

$$R_{dc} = \frac{\rho l}{A}, \quad \rho \text{ : مقاومت ویژه}$$

عوامل مؤثر:

❖ دما (درجه حرارت)

❖ اثر پیچش یا تاباندن رشته ها

❖ اثر پوستی

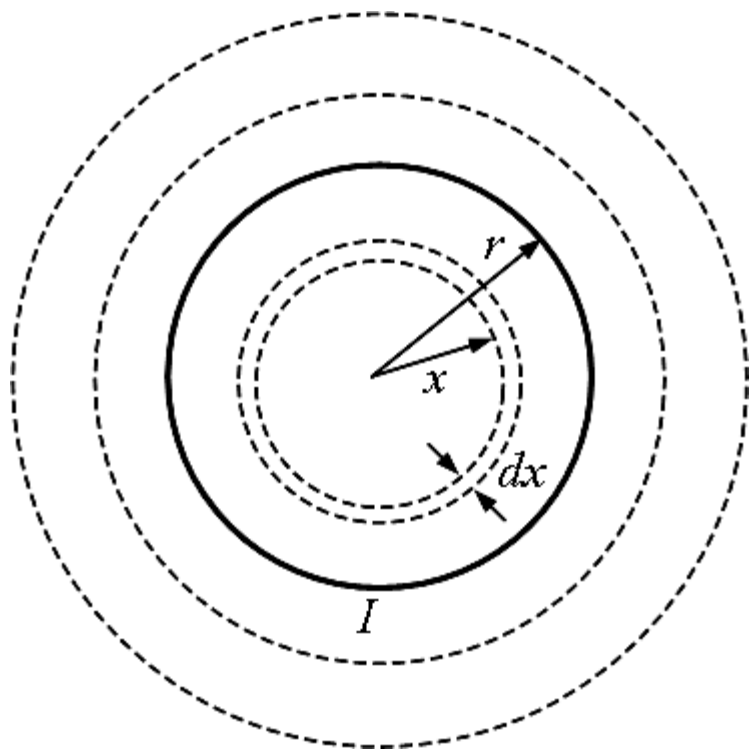
سازندگان: R^c

فصل دوم: محاسبه مقاومت و اندوکتانس خطوط انتقال انرژی

• محاسبه اندوکتانس خط، L

✓ تولید میدان مغناطیسی اطراف هادی هنگام عبور جریان از هادی

• هادی بلند با شعاع r و جریان I



$$L \triangleq \frac{\lambda}{I} \quad \text{تعریف اندوکتانس:}$$

قانون آمپر:

$$\int_0^{2\pi x} H_x \cdot dl = I_x$$

I_x : جریان احاطه شده با دایره ای به شعاع x

$$\Rightarrow H_x (2\pi x) = I_x \Rightarrow H_x = \frac{I_x}{2\pi x}$$

فصل دوم: محاسبه مقاومت و اندوکتانس خطوط انتقال انرژی

• اندوکتانس داخلی

با فرض چگالی جریان یکسان در سرتاسر سطح مقطع هادی:

$$\frac{I}{\pi r^2} = \frac{I_x}{\pi x^2} \Rightarrow I_x = \frac{x^2}{r^2} I, \quad H_x = \frac{I}{2\pi r^2} x, \quad B_x = \mu_0 H_x = \frac{\mu_0 I}{2\pi r^2} x$$

ضریب نفوذ پذیری مغناطیسی هوای آزاد: $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$

$$d\phi_x = B_x dA = B_x (dx \times 1) = B_x dx = \frac{\mu_0 I}{2\pi r^2} x dx$$

شار پیوندی با هادی از مرکز هادی تا دایره ای به شعاع x : $d\lambda_x = \frac{\pi x^2}{\pi r^2} d\phi_x = \frac{\mu_0 I}{2\pi r^4} x^3 dx$

$$\Rightarrow \lambda_{\text{int}} = \int_0^r d\lambda_x = \int_0^r \frac{\mu_0 I}{2\pi r^4} x^3 dx = \frac{\mu_0 I}{2\pi r^4} \left(\frac{1}{4} r^4 \right) = \frac{\mu_0}{8\pi} I \Rightarrow L_{\text{int}} = \frac{\lambda_{\text{int}}}{I} = \frac{\mu_0}{8\pi} = \frac{1}{2} \times 10^{-7} \text{ H/m}$$

نکته: اندوکتانس داخلی مستقل از شعاع هادی است.

فصل دوم: محاسبه مقاومت و اندوکتانس خطوط انتقال انرژی

• اندوکتانس خارجی

چون دایره به شعاع x کل جریان هادی را احاطه می کند: $I_x = I$

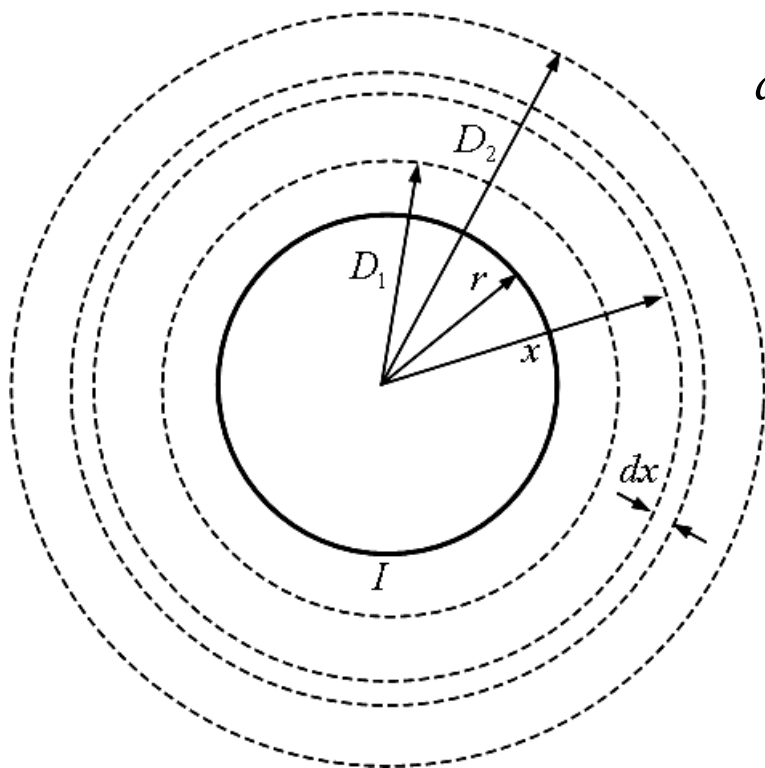
$$B_x = \mu_0 H_x = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$

$$d\phi_x = B_x dA = B_x (dx \times 1) = B_x dx = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} dx$$

از آنجا که کل جریان I با شار خارج از هادی پیوند دارد:

$$d\lambda_x = d\phi_x = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} dx$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \lambda_{\text{ext}} &= \int_{D_1}^{D_2} d\lambda_x = \int_{D_1}^{D_2} \frac{\mu_0 I}{2\pi x} dx \\ &= \frac{\mu_0 I}{2\pi} (\ln D_2 - \ln D_1) = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln \frac{D_2}{D_1} \end{aligned}$$



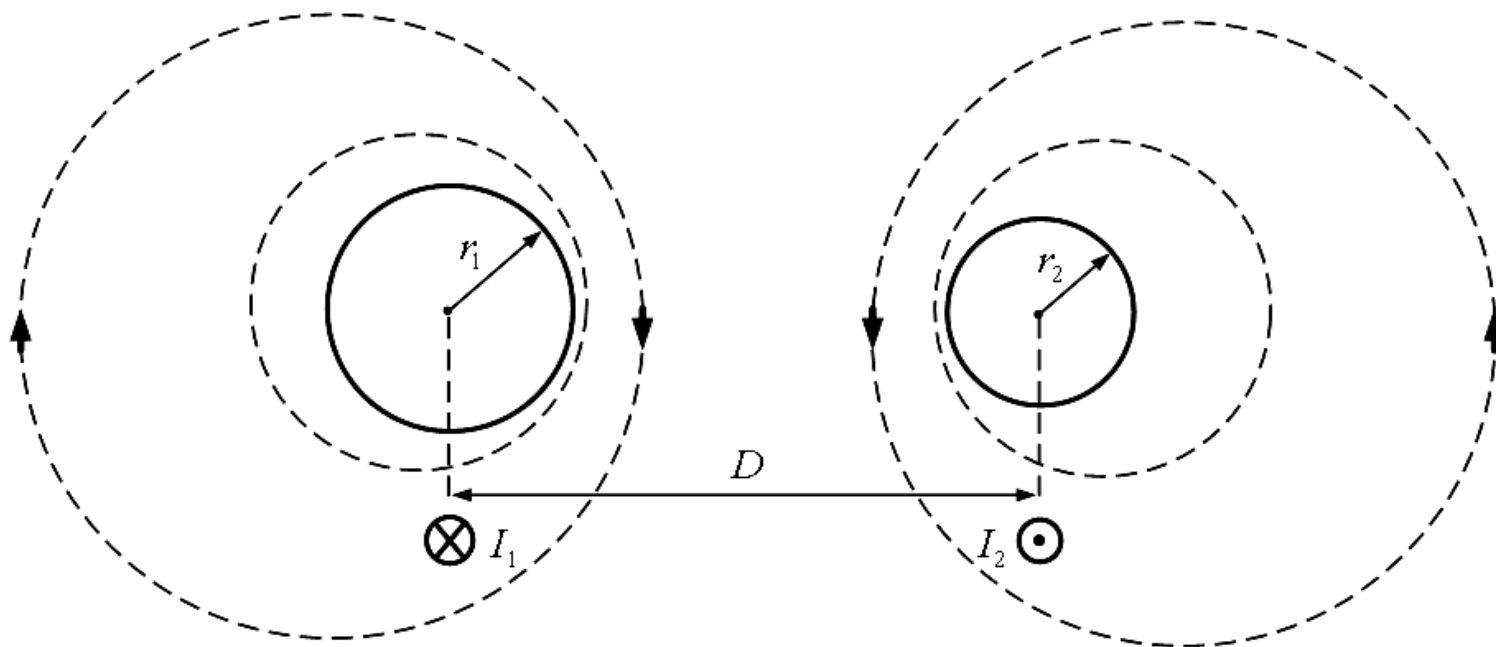
فصل دوم: محاسبه مقاومت و اندوکتانس خطوط انتقال انرژی

اندوکتانس بین دو نقطه خارج از هادی: $\Rightarrow L_{\text{ext}} = \frac{\lambda_{\text{ext}}}{I} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D_2}{D_1} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_2}{D_1} \text{ H/m}$

• اندوکتانس خطوط تکفاز

فرض: یک متر از خط تکفاز شامل دو هادی گرد توپر با شعاع های r_1 و r_2 داریم.

$$I_2 = -I_1$$



فصل دوم: محاسبه مقاومت و اندوکتانس خطوط انتقال انرژی

$$L_1(\text{int}) = \frac{1}{2} \times 10^{-7} H/m, \quad D_1 = r_1, \quad D_2 = D, \quad L_1(\text{ext}) = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r_1} H/m$$

اندوکتانس کل هادی ۱:

$$\begin{aligned} L_1 &= \frac{1}{2} \times 10^{-7} + 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r_1} = 2 \times 10^{-7} \left[\frac{1}{4} + \ln \frac{D}{r_1} \right] = 2 \times 10^{-7} \left[\frac{1}{4} + \ln \frac{1}{r_1} + \ln D \right] \\ &= 2 \times 10^{-7} \left[\ln e^{\frac{1}{4}} + \ln \frac{1}{r_1} + \ln D \right] = 2 \times 10^{-7} \left[\ln \frac{e^{\frac{1}{4}}}{r_1} + \ln D \right] = 2 \times 10^{-7} \left[\ln \frac{1}{e^{-\frac{1}{4}} r_1} + \ln D \right] \\ &= 2 \times 10^{-7} \left[\ln \frac{1}{r_1'} + \ln D \right] = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r_1'} H/m \end{aligned}$$

و به همین ترتیب اندوکتانس کل هادی ۲:

$$L_2 = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r_2'} H/m$$

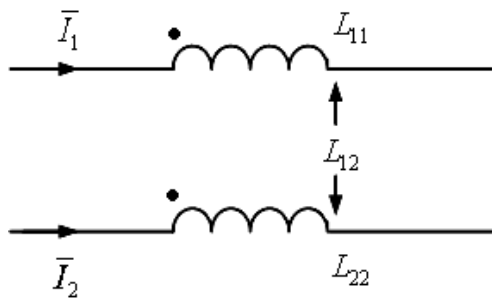
فصل دوم: محاسبه مقاومت و اندوکتانس خطوط انتقال انرژی

➤ کمیت $r' = re^{-\frac{1}{4}} \approx 0.7788r$ به عنوان فاصله متوسط هندسی دایره ای به شعاع r شناخته شده و به صورت مخفف GMR (Geometric Mean Radius) نوشته می شود. معمولاً GMR شعاع متوسط هندسی نامیده می شود و با علامت D_s نشان داده می شود.

$$\text{if } r_1 = r_2 = r \Rightarrow L_1 = L_2 = L = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r'} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{1}{r'} + 2 \times 10^{-7} \ln D \quad H/m$$

$$\text{از آنجا که } L = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{D_s} \quad H/m = 0.2 \ln \frac{D}{D_s} \quad mH/km$$

• شار پیوندی بر حسب اندوکتانس های خودی و متقابل



$$\begin{cases} \lambda_1 = L_{11}\bar{I}_1 + L_{12}\bar{I}_2 \\ \lambda_2 = L_{21}\bar{I}_1 + L_{22}\bar{I}_2 \end{cases}$$

فصل دوم: محاسبه مقاومت و اندوکتانس خطوط انتقال انرژی

$$\xrightarrow{\bar{I}_1 = -\bar{I}_2} \begin{cases} \lambda_1 = (L_{11} - L_{12})\bar{I}_1 \\ \lambda_2 = (-L_{21} + L_{22})\bar{I}_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow L_{11} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{1}{r_1'}, \quad L_{22} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{1}{r_2'}, \quad L_{12} = L_{21} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{1}{D}$$

تعمیم مفهوم اندوکتانس خودی و متقابل برای گروهی از n هادی:

$$\bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \dots + \bar{I}_n = 0 \Rightarrow \lambda_i = L_{ii}\bar{I}_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n L_{ij}\bar{I}_j \quad \frac{wb}{m}$$

$$\lambda_i = L_{ii}\bar{I}_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n L_{ij}\bar{I}_j \quad \text{or} \quad \lambda_i = 2 \times 10^{-7} \left(\bar{I}_i \ln \frac{1}{r_i'} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \bar{I}_j \ln \frac{1}{D_{ij}} \right) \frac{wb}{m}$$

فصل دوم: محاسبه مقاومت و اندوکتانس خطوط انتقال انرژی

راه دوم:

$$\begin{array}{l}
 1^\circ \\
 2^\circ \\
 3^\circ \\
 4^\circ \dots n^\circ
 \end{array}
 \times p
 \quad
 \bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \dots + \bar{I}_n = 0 \Rightarrow \bar{I}_n = -\bar{I}_1 - \bar{I}_2 - \dots - \bar{I}_{n-1}$$

جمع آثار:

λ_{1p} : شار پیوندی با هادی 1 ناشی از جریان همه هادی های گروه تا نقطه p

$$\lambda_{1p1} = 2 \times 10^{-7} \bar{I}_1 \ln \frac{D_{1p}}{r_1'} \quad : \text{شار پیوندی با هادی 1 ناشی از جریان } \bar{I}_1 \text{ تا نقطه p}$$

$$\lambda_{1p2} = 2 \times 10^{-7} \bar{I}_2 \ln \frac{D_{2p}}{D_{12}} \quad : \text{شار پیوندی با هادی 1 ناشی از جریان } \bar{I}_2 \text{ تا نقطه p}$$

$$\lambda_{1pn} = 2 \times 10^{-7} \bar{I}_n \ln \frac{D_{np}}{D_{1n}} \quad : \text{شار پیوندی با هادی 1 ناشی از جریان } \bar{I}_n \text{ تا نقطه p}$$

$$\Rightarrow \lambda_{1p} = 2 \times 10^{-7} \left(\bar{I}_1 \ln \frac{D_{1p}}{r_1'} + \bar{I}_2 \ln \frac{D_{2p}}{D_{12}} + \dots + \bar{I}_n \ln \frac{D_{np}}{D_{1n}} \right)$$

فصل دوم: محاسبه مقاومت و اندوکتانس خطوط انتقال انرژی

$$\Rightarrow \lambda_{1p} = 2 \times 10^{-7} \left(\bar{I}_1 \ln \frac{1}{r'_1} + \bar{I}_2 \ln \frac{1}{D_{12}} + \dots + \bar{I}_{n-1} \ln \frac{1}{D_{1(n-1)}} + \bar{I}_n \ln \frac{1}{D_{1n}} \right) + \text{راه دوم}$$

$$2 \times 10^{-7} \left(\bar{I}_1 \ln D_{1p} + \bar{I}_2 \ln D_{2p} + \dots + \bar{I}_{n-1} \ln D_{(n-1)p} + \bar{I}_n \ln D_{np} \right)$$

پرانتر دوم :

$$\bar{I}_1 \ln D_{1p} + \bar{I}_2 \ln D_{2p} + \dots + \bar{I}_{n-1} \ln D_{(n-1)p} + \bar{I}_n \ln D_{np} =$$

$$\bar{I}_1 \ln D_{1p} + \bar{I}_2 \ln D_{2p} + \dots + \bar{I}_{n-1} \ln D_{(n-1)p} + (-\bar{I}_1 - \bar{I}_2 - \dots - \bar{I}_{n-1}) \ln D_{np} =$$

$$\bar{I}_1 \ln \frac{D_{1p}}{D_{np}} + \bar{I}_2 \ln \frac{D_{2p}}{D_{np}} + \dots + \bar{I}_{n-1} \ln \frac{D_{(n-1)p}}{D_{np}}$$

if $p \rightarrow \infty \Rightarrow D_{1p} = D_{2p} = \dots = D_{(n-1)p} = D_{np} \Rightarrow$ پرانتر دوم $\rightarrow 0$

$$\Rightarrow \lambda_1 = 2 \times 10^{-7} \left(\bar{I}_1 \ln \frac{1}{r'_1} + \bar{I}_2 \ln \frac{1}{D_{12}} + \dots + \bar{I}_{n-1} \ln \frac{1}{D_{1(n-1)}} + \bar{I}_n \ln \frac{1}{D_{1n}} \right)$$

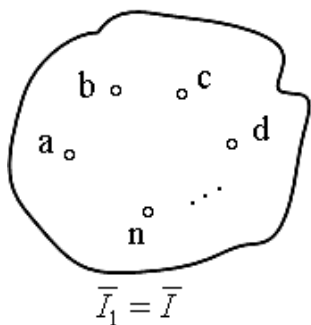
or :

$$\lambda_1 = 2 \times 10^{-7} \left(\bar{I}_i \ln \frac{1}{r'_i} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \bar{I}_j \ln \frac{1}{D_{ij}} \right)$$

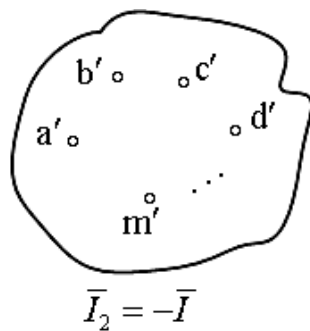
فصل دوم: محاسبه مقاومت و اندوکتانس خطوط انتقال انرژی

اندوکتانس هادی های مرکب

تعداد = n



تعداد = m



دسته X

دسته y

$$\bar{I} = \frac{\bar{I}}{n} \text{ هر هادی در دسته X}$$

$$\bar{I} = -\frac{\bar{I}}{m} \text{ هر هادی در دسته y}$$

$$\Rightarrow \lambda_a = 2 \times 10^{-7} \frac{\bar{I}}{n} \left(\ln \frac{1}{r'_a} + \ln \frac{1}{D_{ab}} + \dots + \ln \frac{1}{D_{an}} \right) - 2 \times 10^{-7} \frac{\bar{I}}{m} \left(\ln \frac{1}{D_{aa'}} + \ln \frac{1}{D_{ab'}} + \dots + \ln \frac{1}{D_{am'}} \right)$$

if $D_{aa} = r'_a$

$$\Rightarrow \lambda_a = 2 \times 10^{-7} \bar{I} \left[\frac{1}{n} \ln \left(\frac{1}{D_{aa} D_{ab} \dots D_{an}} \right) - \frac{1}{m} \ln \left(\frac{1}{D_{aa'} D_{ab'} \dots D_{am'}} \right) \right]$$

فصل دوم: محاسبه مقاومت و اندوکتانس خطوط انتقال انرژی

$$\Rightarrow \lambda_a = 2 \times 10^{-7} \bar{I} \ln \frac{\sqrt[m]{D_{aa'} D_{ab'} \dots D_{am'}}}{\sqrt[n]{D_{aa} D_{ab} \dots D_{an}}} \rightarrow L_a = \frac{\lambda_a}{\bar{I}_a} = \frac{\lambda_a}{\bar{I}/n} = 2n \times 10^{-7} \ln \frac{\sqrt[m]{D_{aa'} D_{ab'} \dots D_{am'}}}{\sqrt[n]{D_{aa} D_{ab} \dots D_{an}}}$$

$$, L_b = 2n \times 10^{-7} \ln \frac{\sqrt[m]{D_{ba'} D_{bb'} \dots D_{bm'}}}{\sqrt[n]{D_{ba} D_{bb} \dots D_{bn}}} , D_{bb} = r'_b , \dots$$

$$L_{av} = \frac{L_a + L_b + \dots + L_n}{n} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{\sqrt[m]{(D_{aa'} D_{ab'} \dots D_{am'}) (D_{ba'} D_{bb'} \dots D_{bm'}) \dots (D_{na'} D_{nb'} \dots D_{nm'})}}{\sqrt[n]{(D_{aa} D_{ab} \dots D_{an}) (D_{ba} D_{bb} \dots D_{bn}) \dots (D_{na} D_{nb} \dots D_{nn})}}$$

$$L_x = \frac{L_{av}}{n} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{\sqrt[mn]{(D_{aa'} D_{ab'} \dots D_{am'}) (D_{ba'} D_{bb'} \dots D_{bm'}) \dots (D_{na'} D_{nb'} \dots D_{nm'})}}{\sqrt[n^2]{(D_{aa} D_{ab} \dots D_{an}) (D_{ba} D_{bb} \dots D_{bn}) \dots (D_{na} D_{nb} \dots D_{nn})}}$$

فصل دوم: محاسبه مقاومت و اندوکتانس خطوط انتقال انرژی

$$L_y = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{\sqrt[mn]{(D_{a'a} D_{a'b} \dots D_{a'n})(D_{b'a} D_{b'b} \dots D_{b'n}) \dots (D_{m'a} D_{m'b} \dots D_{m'n})}}{\sqrt[m^2]{(D_{a'a'} D_{a'b'} \dots D_{a'm'}) (D_{b'a'} D_{b'b'} \dots D_{b'm'}) \dots (D_{m'a'} D_{m'b'} \dots D_{m'm'})}}$$

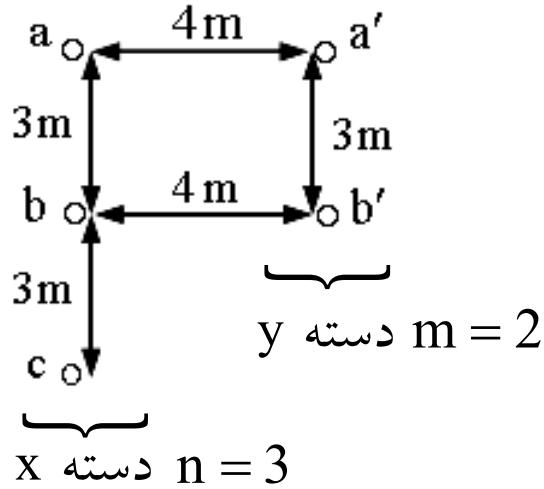
$$L_x = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_m}{(D_s)_x}, \quad L_y = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_m}{(D_s)_y}, \quad L_{\text{Line}} = L_x + L_y$$

$G.M.D \leftarrow D_m$: فاصله متوسط هندسی دو دسته نقاط

$(G.M.R)_x \leftarrow (D_s)_x$: شعاع متوسط هندسی در دسته X

$(G.M.R)_y \leftarrow (D_s)_y$: شعاع متوسط هندسی در دسته y

فصل دوم: محاسبه مقاومت و اندوکتانس خطوط انتقال انرژی



مثال: اندوکتانس هر نیمه مدار زیر را محاسبه کنید.

$$r = 2 \text{ cm}$$

هر هادی

حل مثال:

$$D_m = \sqrt[2 \times 3]{(D_{aa'} D_{ab'}) (D_{ba'} D_{bb'}) (D_{ca'} D_{cb'})} = \sqrt[6]{(4 \times 5)(5 \times 4)(\sqrt{52} \times 5)} = 4.93 \text{ m}$$

$$(D_s)_x = \sqrt[3^2]{(D_{aa} D_{ab} D_{ac}) (D_{ba} D_{bb} D_{bc}) (D_{ca} D_{cb} D_{cc})} = \sqrt[9]{(0.7788 \times 0.02 \times 3 \times 6)(3 \times 0.7788 \times 0.02 \times 3)(6 \times 3 \times 0.7788 \times 0.02)} = 0.606 \text{ m}$$

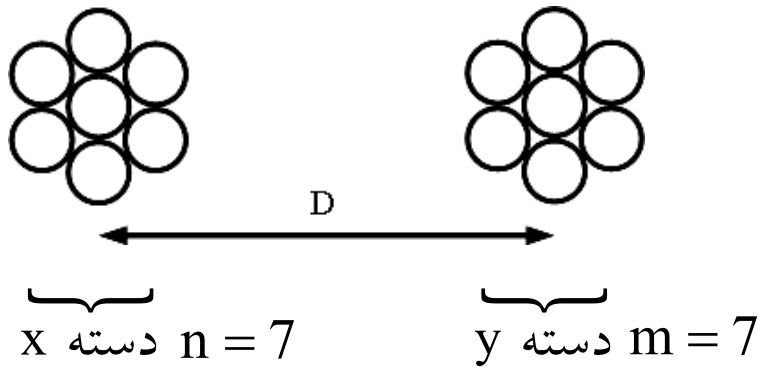
$$(D_s)_y = \sqrt[2^2]{(D_{a'a'} D_{a'b'}) (D_{b'a'} D_{b'b'})} = \sqrt[4]{(0.7788 \times 0.02 \times 3)(3 \times 0.7788 \times 0.02)} = 0.2162 \text{ m}$$

$$L_x = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{4.93}{0.606} = 0.419 \text{ mH/m}, \quad L_y = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{4.93}{0.2162} = 0.625 \text{ mH/m}$$

$$L_{\text{Line}} = L_x + L_y = 1.044 \text{ mH/m}$$

فصل دوم: محاسبه مقاومت و اندوکتانس خطوط انتقال انرژی

مثال: مطلوب است محاسبه اندوکتانس دو هادی رشته ای خط تکفاز زیر.



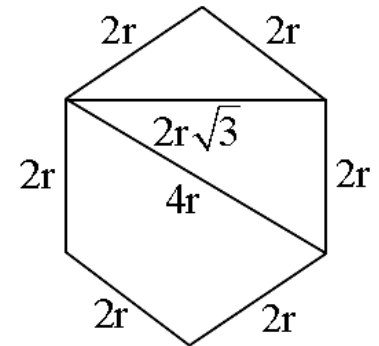
r = شعاع هر رشته

$$D \gg r$$

حل مثال:

$$L_x = L_y = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_m}{(D_s)_{x/y}}, \quad L_{\text{Line}} = L_x + L_y$$

$$D \gg r \Rightarrow D_m = \sqrt[7 \times 7]{\underbrace{(DD \dots D)}_7 \underbrace{(DD \dots D)}_7 \dots \underbrace{(DD \dots D)}_7} = \sqrt[49]{D^{49}} = D$$



$$(D_s)_{x/y} = \sqrt[7^2]{\left(0.7788r \times (2r)^6\right) \left(0.7788r \times 2r \times 2\sqrt{3}r \times 4r \times 2\sqrt{3}r \times 2r \times 2r\right)^6} \approx 2.1767r$$

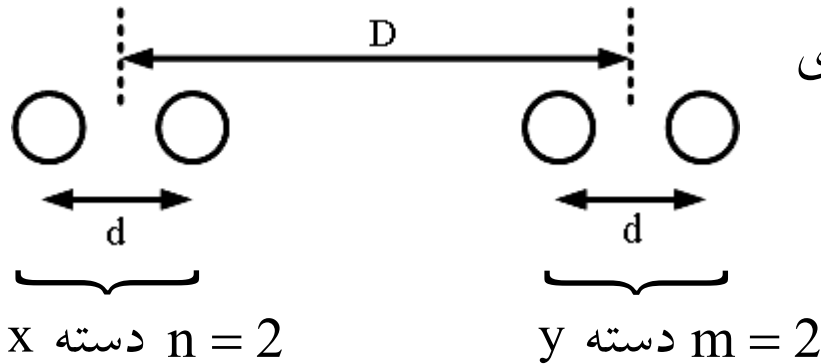
فصل دوم: محاسبه مقاومت و اندوکتانس خطوط انتقال انرژی

نتیجه نهایی : هادی توپر : $D_s = 0.7788r$

هادی رشته ای : D_s^c

• هادی های گروهی (Bundled Conductors)

فرض: خط تکفاز دو سیمه با هادی های رشته ای



$$D \gg d, d \gg r$$

$$D_m = \sqrt[2 \times 2]{D(D+d)(D-d)D} \approx \sqrt[4]{DDDD} = D, (D_s)_{x_y} = \sqrt[2]{(D_s^c \cdot d)^2}$$

$$\Rightarrow (D_s)_{x_y} = D_s^{b2} = \sqrt{D_s^c \cdot d}, L_x = L_y = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_m}{(D_s)_{x_y}} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{D_s^{b2}}, L_{Line} = L_x + L_y$$

فصل دوم: محاسبه مقاومت و اندوکتانس خطوط انتقال انرژی

فرض: خط تکفاز سه سیمه با هادی های رشته ای

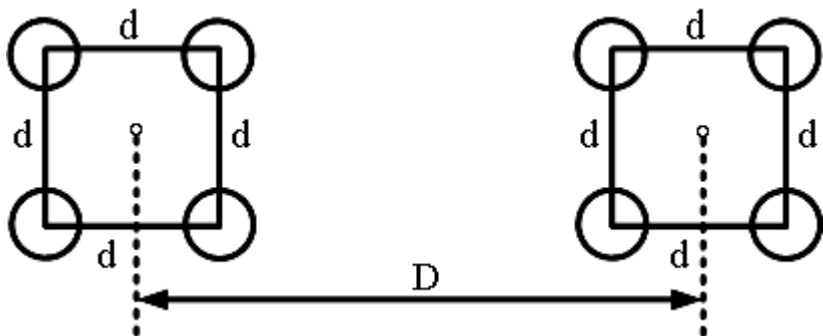


$$D \gg d, d \gg r$$

$$D_m \approx D, (D_s)_{x_y} = \sqrt[3]{(D_s^c \cdot d \cdot d)^3}$$

$$\Rightarrow (D_s)_{x_y} = D_s^{b3} = \sqrt[3]{D_s^c d^2}$$

فرض: خط تکفاز چهار سیمه با هادی های رشته ای



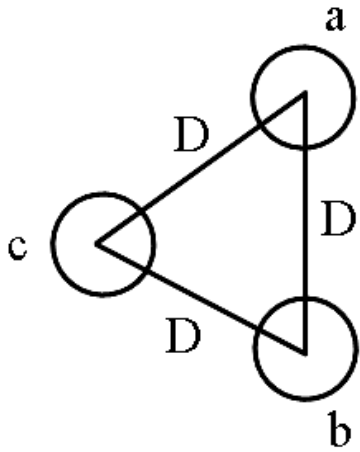
$$D \gg d, d \gg r$$

$$D_m \approx D, (D_s)_{x_y} = \sqrt[4]{(D_s^c \cdot d \cdot (\sqrt{2}d) \cdot d)^4}$$

$$\Rightarrow (D_s)_{x_y} = D_s^{b4} = 1.09 \sqrt[4]{D_s^c d^3}$$

فصل دوم: محاسبه مقاومت و اندوکتانس خطوط انتقال انرژی

- اندوکتانس خط سه فاز - فاصله گذاری متقارن



$$r_a = r_b = r_c = r, \quad \bar{I}_a + \bar{I}_b + \bar{I}_c = 0, \quad D_s = r' = 0.7788r$$

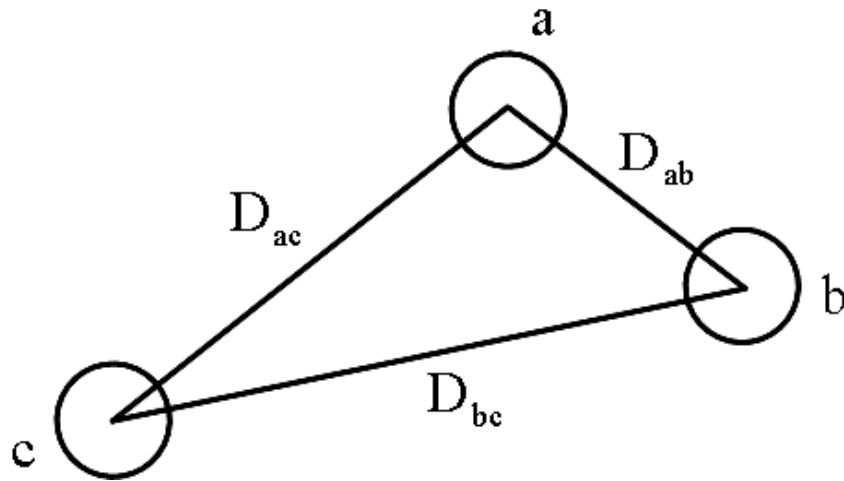
$$\lambda_i = 2 \times 10^{-7} \left(\bar{I}_i \ln \frac{1}{r'_i} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \bar{I}_j \ln \frac{1}{D_{ij}} \right)$$

$$\lambda_a = 2 \times 10^{-7} \left(\bar{I}_a \ln \frac{1}{r'} + \bar{I}_b \ln \frac{1}{D} + \bar{I}_c \ln \frac{1}{D} \right) = 2 \times 10^{-7} \left(\bar{I}_a \ln \frac{1}{r'} + \underbrace{(\bar{I}_b + \bar{I}_c)}_{-\bar{I}_a} \ln \frac{1}{D} \right)$$

$$\Rightarrow \lambda_a = 2 \times 10^{-7} \bar{I}_a \ln \frac{D}{r'} \Rightarrow L_{\substack{a \\ b \\ c}} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r'} \quad \text{or:} \quad L_{\substack{a \\ b \\ c}} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{D_s} \quad H/m$$

فصل دوم: محاسبه مقاومت و اندوکتانس خطوط انتقال انرژی

- فاصله گذاری نامتقارن



$$r_a = r_b = r_c = r, \quad \bar{I}_a + \bar{I}_b + \bar{I}_c = 0$$

$$D_{ab} \neq D_{bc} \neq D_{ac}$$

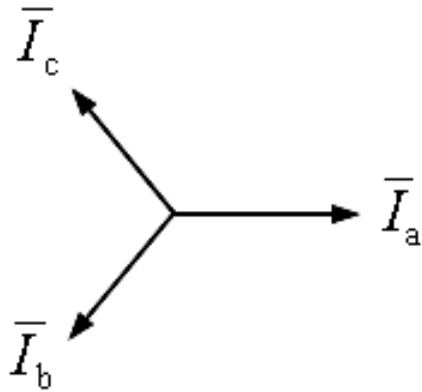
$$\lambda_i = 2 \times 10^{-7} \left(\bar{I}_i \ln \frac{1}{r'_i} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \bar{I}_j \ln \frac{1}{D_{ij}} \right)$$

$$\lambda_a = 2 \times 10^{-7} \left(\bar{I}_a \ln \frac{1}{r'} + \bar{I}_b \ln \frac{1}{D_{ab}} + \bar{I}_c \ln \frac{1}{D_{ac}} \right)$$

$$\lambda_b = 2 \times 10^{-7} \left(\bar{I}_b \ln \frac{1}{r'} + \bar{I}_a \ln \frac{1}{D_{ab}} + \bar{I}_c \ln \frac{1}{D_{bc}} \right)$$

$$\lambda_c = 2 \times 10^{-7} \left(\bar{I}_c \ln \frac{1}{r'} + \bar{I}_a \ln \frac{1}{D_{ac}} + \bar{I}_b \ln \frac{1}{D_{bc}} \right)$$

فصل دوم: محاسبه مقاومت و اندوکتانس خطوط انتقال انرژی



$$a \triangleq 1 \angle 120^\circ \Rightarrow a^2 = 1 \angle 240^\circ$$

$$\begin{cases} \bar{I}_c = a\bar{I}_a, & \bar{I}_b = a^2\bar{I}_a \\ \bar{I}_a = a\bar{I}_b, & \bar{I}_c = a^2\bar{I}_b \\ \bar{I}_b = a\bar{I}_c, & \bar{I}_a = a^2\bar{I}_c \end{cases}$$

$$\lambda_a = 2 \times 10^{-7} \bar{I}_a \left(\ln \frac{1}{r'} + a^2 \ln \frac{1}{D_{ab}} + a \ln \frac{1}{D_{ac}} \right), L_a = \frac{\lambda_a}{\bar{I}_a} = 2 \times 10^{-7} \left(\ln \frac{1}{r'} + a^2 \ln \frac{1}{D_{ab}} + a \ln \frac{1}{D_{ac}} \right)$$

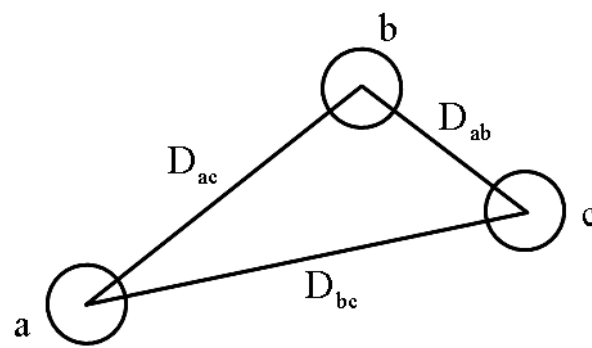
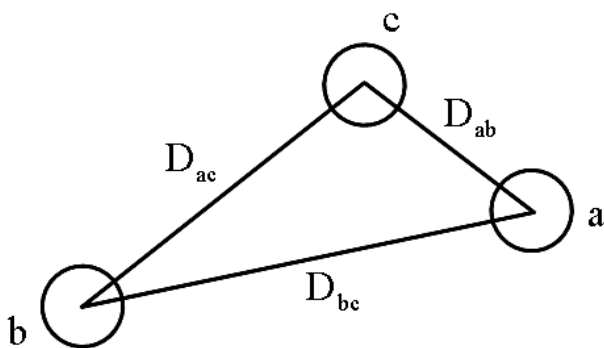
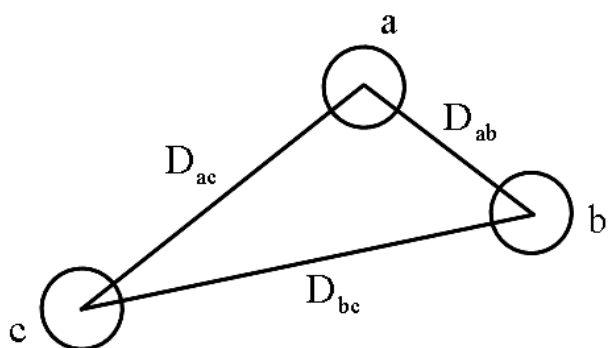
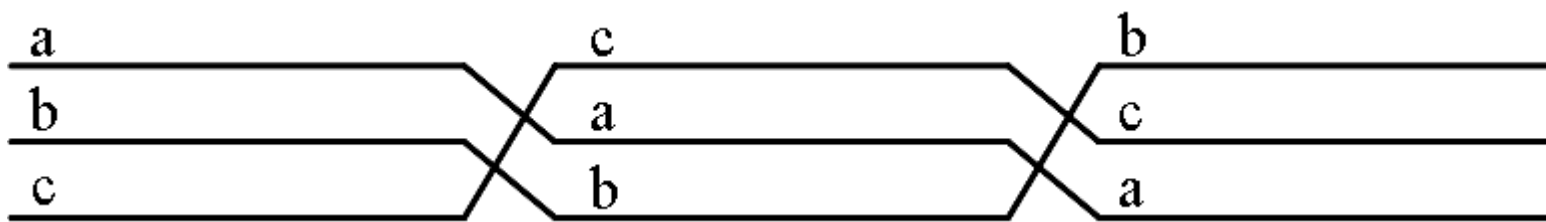
$$\lambda_b = 2 \times 10^{-7} \bar{I}_b \left(\ln \frac{1}{r'} + a \ln \frac{1}{D_{ab}} + a^2 \ln \frac{1}{D_{bc}} \right), L_b = \frac{\lambda_b}{\bar{I}_b} = 2 \times 10^{-7} \left(\ln \frac{1}{r'} + a \ln \frac{1}{D_{ab}} + a^2 \ln \frac{1}{D_{bc}} \right)$$

$$\lambda_c = 2 \times 10^{-7} \bar{I}_c \left(\ln \frac{1}{r'} + a^2 \ln \frac{1}{D_{ac}} + a \ln \frac{1}{D_{bc}} \right), L_c = \frac{\lambda_c}{\bar{I}_c} = 2 \times 10^{-7} \left(\ln \frac{1}{r'} + a^2 \ln \frac{1}{D_{ac}} + a \ln \frac{1}{D_{bc}} \right)$$

فصل دوم: محاسبه مقاومت و اندوکتانس خطوط انتقال انرژی

نکته: اندوکتانس های فازها با هم برابر نیستند و به واسطه اندوکتانس های متقابل دارای مؤلفه موهومی هستند.

راه حل: جابه جایی فازها (ترانسپوز کردن: Transposition)

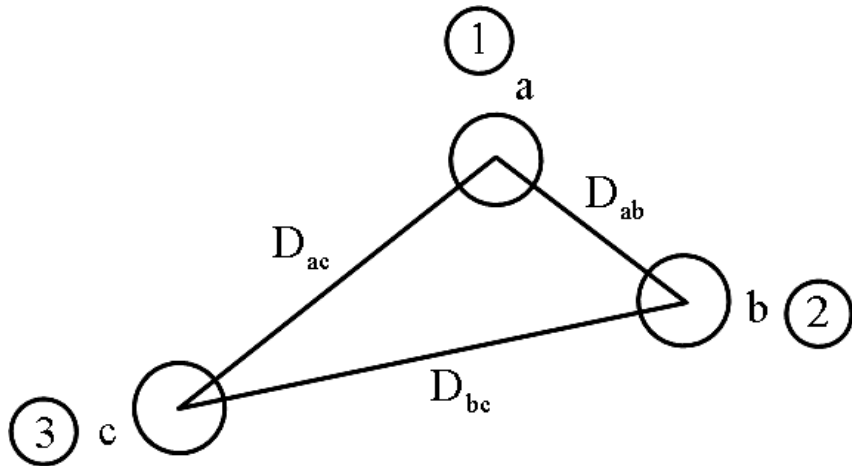


فصل دوم: محاسبه مقاومت و اندوکتانس خطوط انتقال انرژی

جابه جایی فازها در عمل:



فصل دوم: محاسبه مقاومت و اندوکتانس خطوط انتقال انرژی



$$\lambda_{a_1} = 2 \times 10^{-7} \left(\bar{I}_a \ln \frac{1}{r'} + \bar{I}_b \ln \frac{1}{D_{ab}} + \bar{I}_c \ln \frac{1}{D_{ac}} \right)$$

$$\lambda_{a_2} = 2 \times 10^{-7} \left(\bar{I}_a \ln \frac{1}{r'} + \bar{I}_b \ln \frac{1}{D_{bc}} + \bar{I}_c \ln \frac{1}{D_{ab}} \right)$$

$$\lambda_{a_3} = 2 \times 10^{-7} \left(\bar{I}_a \ln \frac{1}{r'} + \bar{I}_b \ln \frac{1}{D_{ac}} + \bar{I}_c \ln \frac{1}{D_{bc}} \right)$$

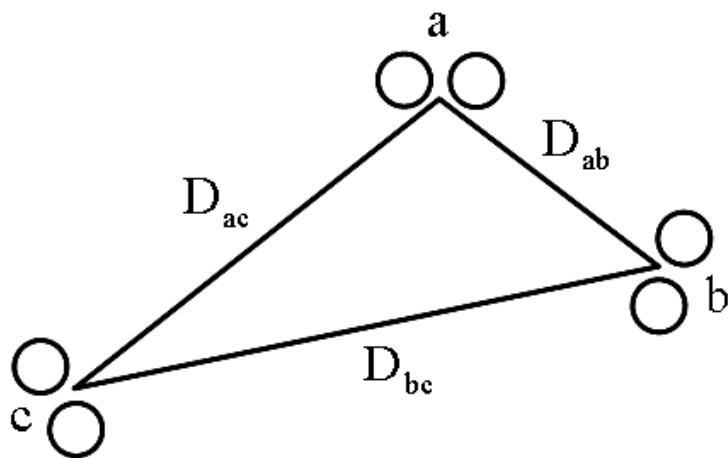
$$\lambda_a = \frac{\lambda_{a_1} + \lambda_{a_2} + \lambda_{a_3}}{3} = \frac{1}{3} \times 2 \times 10^{-7} \left(3\bar{I}_a \ln \frac{1}{r'} + \underbrace{(\bar{I}_b + \bar{I}_c)}_{-\bar{I}_a} \ln \frac{1}{D_{ab} D_{bc} D_{ac}} \right)$$

$$\lambda_a = 2 \times 10^{-7} \bar{I}_a \left(\ln \frac{1}{r'} - \frac{1}{3} \ln \frac{1}{D_{ab} D_{bc} D_{ac}} \right) = 2 \times 10^{-7} \bar{I}_a \left(\ln \frac{1}{r'} - \ln \frac{1}{\sqrt[3]{D_{ab} D_{bc} D_{ac}}} \right)$$

$$\Rightarrow \lambda_a = 2 \times 10^{-7} \bar{I}_a \ln \frac{D_{eq}}{r'}, \quad D_{eq} = \sqrt[3]{D_{ab} D_{bc} D_{ac}} \Rightarrow L_{a \begin{smallmatrix} b \\ c \end{smallmatrix}} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_{eq}}{r'} \quad H/m$$

فصل دوم: محاسبه مقاومت و اندوکتانس خطوط انتقال انرژی

- خطوط سه فاز گروهی (Bundled)



d : فاصله بانندی
 $D_{ab} \gg d$, $d \gg r$
 D_{bc}
 D_{ac}

$$D_{eq} = \sqrt[3]{D_{ab} D_{bc} D_{ac}}$$

$$(D_s)_{B/C}^A = 2^2 \sqrt{(D_s^c \cdot d)^2} = D_s^{b2} = \sqrt{D_s^c \cdot d} \Rightarrow L_{a/b/c} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_{eq}}{D_s^{b2}} \frac{H}{m}$$

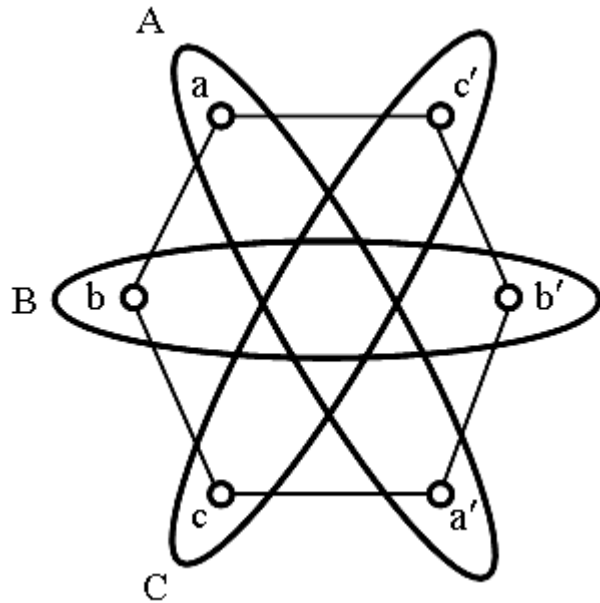
و به همین ترتیب خطوط سه فاز سه سیمه و چهار سیمه:

$$D_s^{b3} = \sqrt[3]{D_s^c d^2} \Rightarrow L_{a/b/c} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_{eq}}{D_s^{b3}} \frac{H}{m}$$

$$D_s^{b4} = 1.09 \sqrt[4]{D_s^c d^3} \Rightarrow L_{a/b/c} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_{eq}}{D_s^{b4}} \frac{H}{m}$$

فصل دوم: محاسبه مقاومت و اندوکتانس خطوط انتقال انرژی

- خطوط سه فاز دو مداره



$$D_{eq} = \sqrt[3]{D_m^{AB} D_m^{BC} D_m^{CA}}$$

$$D_m^{AB} = D_m^{BC} = 2 \times 2 \sqrt{(D_{ab} D_{ab'}) (D_{a'b} D_{a'b'})}$$

$$D_m^{CA} = 2 \times 2 \sqrt{(D_{ac} D_{ac'}) (D_{a'c} D_{a'c'})}$$

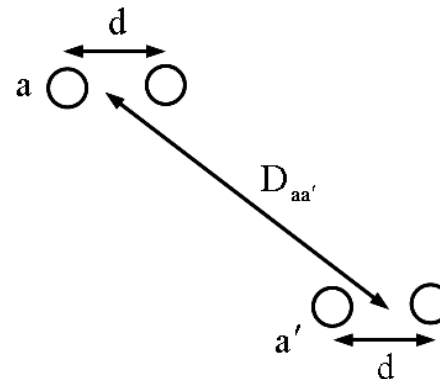
$$D_s = \sqrt[3]{(D_s)_{A_1} (D_s)_{A_2} (D_s)_{A_3}} = \sqrt[3]{(D_s)_{A_1} (D_s)_{B_1} (D_s)_{C_1}}$$

$$(D_s)_{A_1} = (D_s)_{C_1} = 2 \sqrt{(D_s^{\epsilon} \cdot D_{aa'})^2} = \sqrt{D_s^{\epsilon} \cdot D_{aa'}} \quad , \quad (D_s)_{B_1} = 2 \sqrt{(D_s^{\epsilon} \cdot D_{bb'})^2} = \sqrt{D_s^{\epsilon} \cdot D_{bb'}}$$

$$\Rightarrow L_{\frac{A}{B/C}} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_{eq}}{D_s}$$

$$(D_s)_{A_1} = 2 \sqrt{(D_s^{b2} \cdot D_{aa'})^2} = \sqrt{D_s^{b2} \cdot D_{aa'}}$$

$$D_s^{b2} = \sqrt{D_s^{\epsilon} \cdot d}$$



- خطوط سه فاز دو مداره باندد

فصل سوم: محاسبه کاپاسیتانس (ظرفیت خازنی) خطوط انتقال انرژی

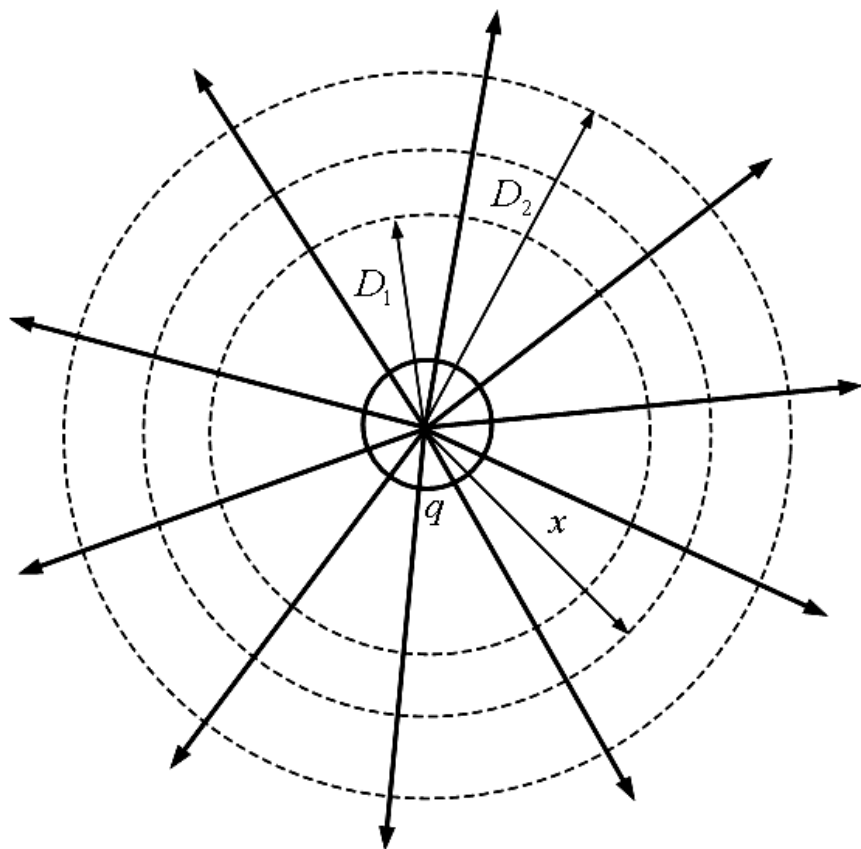
✓ هادی های خط انتقال به دلیل وجود اختلاف پتانسیل بین آنها، نسبت به یکدیگر ظرفیت خازنی دارند.

$$C \triangleq \frac{q}{v}$$

✓ ظرفیت خازنی میان هادی ها تابعی از اندازه هادی، فاصله میان آنها و ارتفاع آنها از زمین است.

• هادی بلند با شعاع r و دارای بار q کولن در هر متر

✓ تولید یک میدان الکتریکی با خطوط شار شعاعی در اطراف آن توسط بار روی هادی



فصل سوم: محاسبه کاپاسیتانس (ظرفیت خازنی) خطوط انتقال انرژی

✓ شدت میدان در هر نقطه به عنوان نیرو بر واحد بار تعریف شده که به شدت میدان الکتریکی موسوم است و با E نشان داده می شود.

✓ استوانه های هم مرکز که هادی را احاطه می کنند سطوح هم پتانسیل بوده و دارای چگالی و شار الکتریکی یکسان هستند.

✓ با استفاده از قانون گوس، چگالی شار الکتریکی در یک استوانه به شعاع x برای یک متر طول از هادی برابر است با:

$$D = \frac{q}{A} = \frac{q}{(2\pi x)(1)}, \quad E = \frac{D}{\epsilon_0}, \quad \epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$$

ضریب نفوذ پذیری الکتریکی هوای آزاد:

$$\Rightarrow E = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 x}$$

فصل سوم: محاسبه کاپاسیتانس (ظرفیت خازنی) خطوط انتقال انرژی

✓ اختلاف پتانسیل بین استوانه ها از نقطه D_1 تا D_2 به صورت کار انجام شده بر اثر حرکت دادن یک بار واحد یک کولنی از نقطه D_2 به D_1 و از میان میدان الکتریکی تولید شده توسط بار روی هادی تعریف می شود:

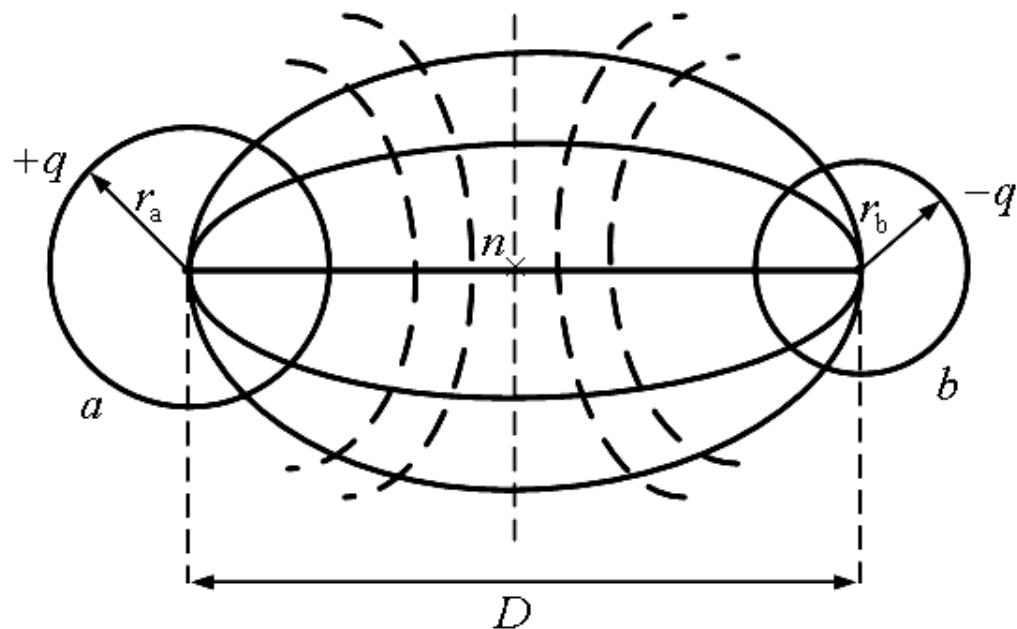
$$v_{12} = \int_{D_1}^{D_2} E \cdot dx = \int_{D_1}^{D_2} \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{dx}{x} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{D_2}{D_1}$$

✓ نماد v_{12} نشان می دهد که افت ولتاژ از نقطه ۱ به ۲ است، یعنی نقطه ۱ نسبت به نقطه ۲ مثبت می باشد. بار q علامت خود را خواهد داشت.

$$C = \frac{q}{\frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{D_2}{D_1}} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{D_2}{D_1}} F/m$$

فصل سوم: محاسبه کاپاسیتانس (ظرفیت خازنی) خطوط انتقال انرژی

ظرفیت خازنی خط تکفاز ساده



✓ فاصله میان هادی ها بزرگ تر از شعاع آنها بوده و ارتفاع هادی ها از زمین نیز در مقایسه با فاصله میان هادی ها بسیار بزرگ تر است. در نتیجه اثر غیر یکنواختی بر میدان کم بوده و توزیع بار روی سطح هادی ها یکنواخت در نظر گرفته می شود.

فصل سوم: محاسبه کاپاسیتانس (ظرفیت خازنی) خطوط انتقال انرژی

✓ جمع آثار: ابتدا فرض می کنیم که هادی a به تنهایی دارای بار q_a باشد، ولتاژ هادی a نسبت به هادی b برابر است با:

$$v_{ab}(q_a) = \frac{q_a}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{D}{r_a}$$

حال فرض می کنیم که هادی b به تنهایی دارای بار q_b باشد، ولتاژ هادی b نسبت به هادی a برابر است با:

$$v_{ba}(q_b) = \frac{q_b}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{D}{r_b} \Rightarrow v_{ab}(q_b) = -v_{ba}(q_b) = \frac{q_b}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_b}{D}$$

بنابراین اختلاف پتانسیل ناشی از حضور هر دو بار برابر است با:

$$v_{ab} = v_{ab}(q_a) + v_{ab}(q_b) = \frac{q_a}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{D}{r_a} + \frac{q_b}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_b}{D}, \quad r_a = r_b = r, \quad q_a = -q_b = q$$

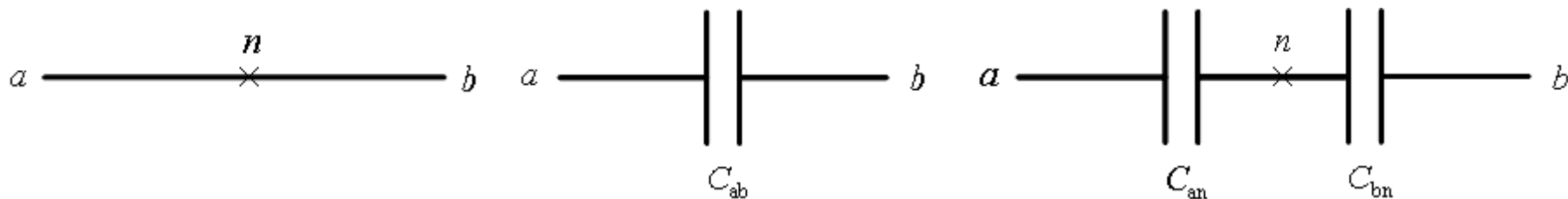
$$\Rightarrow v_{ab} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{D}{r} + \frac{-q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r}{D} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{D}{r} + \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{D}{r} = \frac{q}{\pi\epsilon_0} \ln \frac{D}{r}$$

فصل سوم: محاسبه کاپاسیتانس (ظرفیت خازنی) خطوط انتقال انرژی

بنابراین ظرفیت خازنی بین هادی ها:

$$C_{ab} = \frac{q}{v_{ab}} = \frac{\pi\epsilon_0}{\ln \frac{D}{r}} \frac{F}{m}$$

برای مدل سازی خط انتقال بهتر است که ظرفیت خازنی را میان یک هادی و نقطه خنثی تعریف کنیم. از آنجا که ولتاژ نسبت به نقطه خنثی نصف v_{ab} است، ظرفیت خازنی نسبت به نقطه خنثی مطابق رابطه زیر است:



$$\Rightarrow C_{an} = C_{bn} = 2C_{ab} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{D}{r}} \frac{F}{m}$$

فصل سوم: محاسبه کاپاسیتانس (ظرفیت خازنی) خطوط انتقال انرژی

اختلاف پتانسیل در آرایش هادی های متعدد

فرض: n هادی بلند و موازی دارای بارهای q_1, q_2, \dots, q_n کولن بر متر

فرض: توزیع یکنواخت بار در اطراف هادی ها و صرفه نظر از اثر غیر یکنواختی و قید:

$$q_1 + q_2 + \dots + q_n = 0$$

با استفاده از اصل جمع آثار و رابطه قبلی $v_{12} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{D_2}{D_1}$

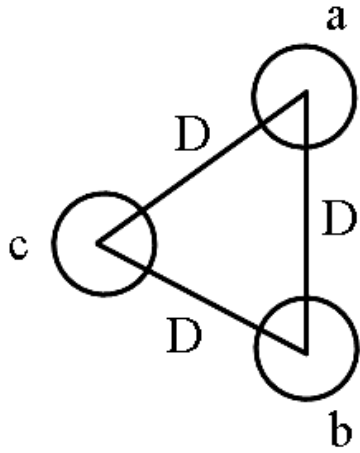
اختلاف پتانسیل بین هادی های i و j به واسطه حضور تمامی بارها برابر است با:

$$v_{ij} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \sum_{k=1}^n q_k \ln \frac{D_{kj}}{D_{ki}}, \quad D_{ii} = r_i$$

شعاع هادی: r_i

فصل سوم: محاسبه کاپاسیتانس (ظرفیت خازنی) خطوط انتقال انرژی

• خط سه فاز ساده متساوی الفاصله (فاصله گذاری متقارن)



$$q_a + q_b + q_c = 0, \quad r_a = r_b = r_c = r, \quad v_{ij} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \sum_{k=1}^n q_k \ln \frac{D_{kj}}{D_{ki}}$$

$$v_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(q_a \ln \frac{D}{r} + q_b \ln \frac{r}{D} + q_c \ln \frac{D}{D} \right)$$

$$v_{ac} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(q_a \ln \frac{D}{r} + q_b \ln \frac{D}{D} + q_c \ln \frac{r}{D} \right)$$

$$\bar{V}_{an} = |V_P| \angle 0^\circ, \quad \bar{V}_{bn} = |V_P| \angle -120^\circ, \quad \bar{V}_{cn} = |V_P| \angle -240^\circ$$

$$\bar{V}_{ab} = \bar{V}_{an} + \bar{V}_{nb} = \bar{V}_{an} - \bar{V}_{bn} = |V_P| \angle 0^\circ - |V_P| \angle -120^\circ$$

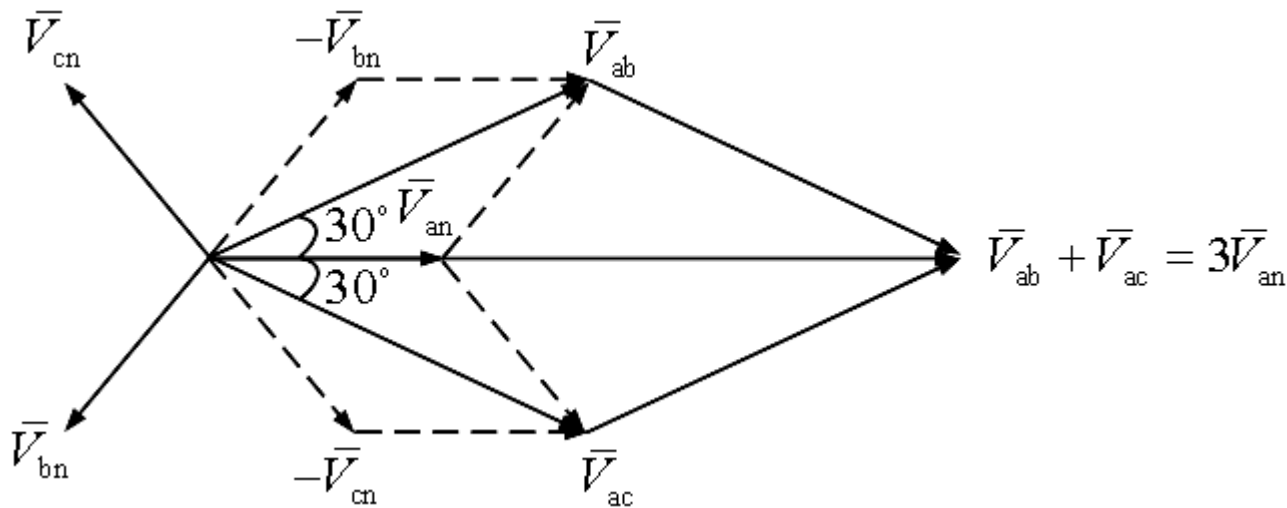
$$\bar{V}_{ac} = \bar{V}_{an} + \bar{V}_{nc} = \bar{V}_{an} - \bar{V}_{cn} = |V_P| \angle 0^\circ - |V_P| \angle -240^\circ$$

$$\bar{V}_{ab} + \bar{V}_{ac} = 2|V_P| \angle 0^\circ - |V_P| \angle -120^\circ - |V_P| \angle -240^\circ$$

$$= 3|V_P| \angle 0^\circ - (|V_P| \angle 0^\circ + |V_P| \angle -120^\circ + |V_P| \angle -240^\circ) = 3|V_P| \angle 0^\circ = 3\bar{V}_{an}$$

فصل سوم: محاسبه کاپاسیتانس (ظرفیت خازنی) خطوط انتقال انرژی

$$\Rightarrow \bar{V}_{ab} + \bar{V}_{ac} = 3\bar{V}_{an}$$

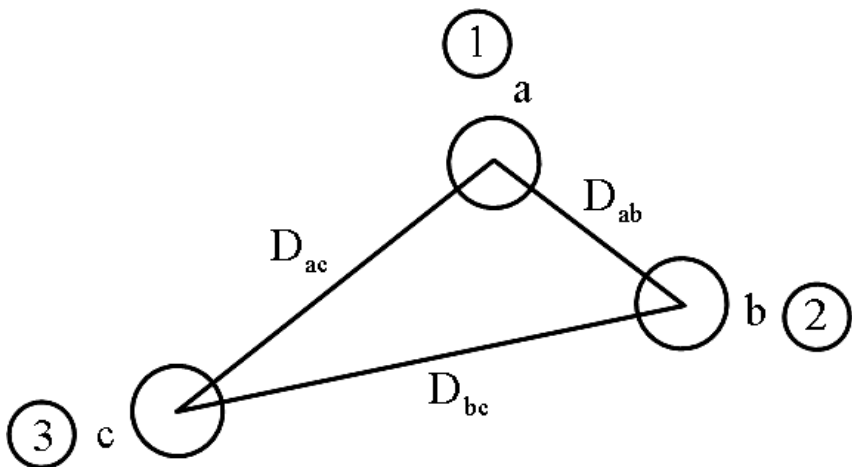


$$\Rightarrow 3v_{an} = v_{ab} + v_{ac} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(2q_a \ln \frac{D}{r} + \underbrace{(q_b + q_c)}_{-q_a} \ln \frac{r}{D} \right) = \frac{3q_a}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{D}{r}$$

$$\Rightarrow v_{an} = \frac{q_a}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{D}{r}, \quad C_{\substack{an \\ bn \\ cn}} = \frac{q_a}{v_{an}} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{D}{r}} \text{ F/m}$$

فصل سوم: محاسبه کاپاسیتانس (ظرفیت خازنی) خطوط انتقال انرژی

• خط سه فاز ساده نامتساوی الفاصله (فاصله گذاری نامتقارن)



$$q_a + q_b + q_c = 0, \quad r_a = r_b = r_c = r$$

$$v_{ij} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \sum_{k=1}^n q_k \ln \frac{D_{kj}}{D_{ki}}$$

$$(v_{ab})_1 = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(q_a \ln \frac{D_{ab}}{r} + q_b \ln \frac{r}{D_{ab}} + q_c \ln \frac{D_{bc}}{D_{ac}} \right)$$

$$(v_{ab})_2 = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(q_a \ln \frac{D_{bc}}{r} + q_b \ln \frac{r}{D_{bc}} + q_c \ln \frac{D_{ac}}{D_{ab}} \right)$$

$$(v_{ab})_3 = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(q_a \ln \frac{D_{ac}}{r} + q_b \ln \frac{r}{D_{ac}} + q_c \ln \frac{D_{ab}}{D_{bc}} \right)$$

فصل سوم: محاسبه کاپاسیتانس (ظرفیت خازنی) خطوط انتقال انرژی

$$\begin{aligned}
 v_{ab} &= \frac{(v_{ab})_1 + (v_{ab})_2 + (v_{ab})_3}{3} \\
 &= \left(\frac{1}{3}\right) \left(\frac{1}{2\pi\epsilon_0}\right) \left(q_a \ln \frac{D_{ab} D_{bc} D_{ac}}{r^3} + q_b \ln \frac{r^3}{D_{ab} D_{bc} D_{ac}} + q_c \ln \frac{D_{ab} D_{bc} D_{ac}}{D_{ab} D_{bc} D_{ac}} \right) \\
 &= \left(\frac{1}{3}\right) \left(\frac{1}{2\pi\epsilon_0}\right) \left(q_a \ln \frac{D_{eq}^3}{r^3} + q_b \ln \frac{r^3}{D_{eq}^3} \right) = \left(\frac{1}{2\pi\epsilon_0}\right) \left(q_a \ln \frac{D_{eq}}{r} + q_b \ln \frac{r}{D_{eq}} \right)
 \end{aligned}$$

$$D_{eq} = \sqrt[3]{D_{ab} D_{bc} D_{ac}} \quad , \quad (v_{ac})_1 = \dots \quad , \quad (v_{ac})_2 = \dots \quad , \quad (v_{ac})_3 = \dots \quad , \quad v_{ac} = \dots$$

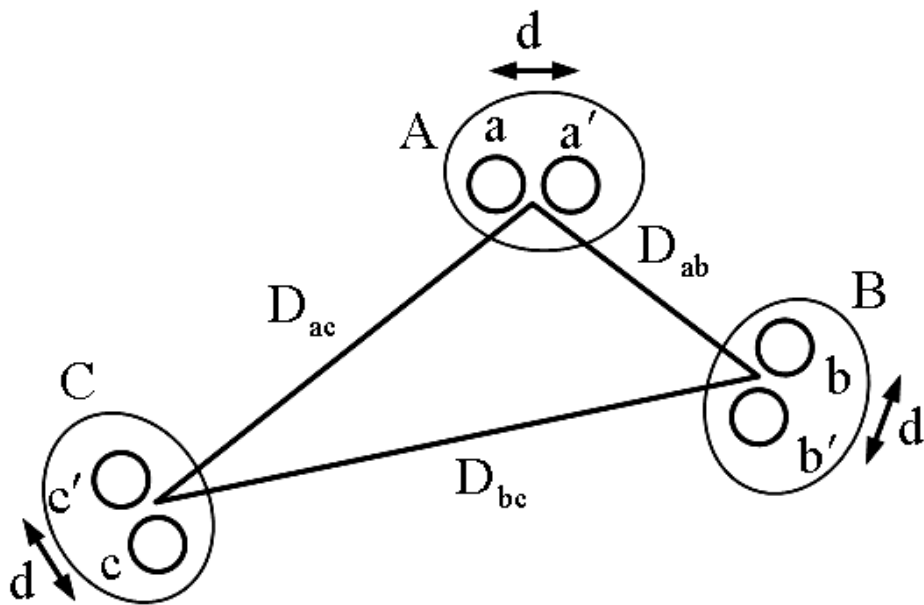
$$\bar{V}_{ab} + \bar{V}_{ac} = 3\bar{V}_{an} \quad , \quad \dots$$

$$\Rightarrow C_{\substack{an \\ bn \\ cn}} = \frac{q_a}{v_{an}} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{D_{eq}}{r}} \quad F/m$$

فصل سوم: محاسبه کاپاسیتانس (ظرفیت خازنی) خطوط انتقال انرژی

• اثر گروه بندی

هادی های هر گروه با هم موازی اند و می توان فرض کرد که بار هر گروه به تساوی میان هادی های گروه تقسیم می شوند.



$$q_A + q_B + q_C = 0, \quad r_a = r_b = r_c = r$$

$$q_a = q_{a'} = \frac{q_A}{2}, \quad q_b = q_{b'} = \frac{q_B}{2}$$

$$q_c = q_{c'} = \frac{q_C}{2}$$

$$(v_{ab})_1 = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_A}{2} \left(\underbrace{\ln \frac{D_{ab}}{r}}_a + \underbrace{\ln \frac{D_{ab}}{d}}_{a'} \right) + \frac{q_B}{2} \left(\underbrace{\ln \frac{r}{D_{ab}}}_b + \underbrace{\ln \frac{d}{D_{ab}}}_{b'} \right) + \frac{q_C}{2} \left(\underbrace{\ln \frac{D_{bc}}{D_{ac}}}_c + \underbrace{\ln \frac{D_{bc}}{D_{ac}}}_{c'} \right) \right)$$

فصل سوم: محاسبه کاپاسیتانس (ظرفیت خازنی) خطوط انتقال انرژی

$$(v_{ab})_1 = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(q_A \ln \frac{D_{ab}}{\sqrt{rd}} + q_B \ln \frac{\sqrt{rd}}{D_{ab}} + q_C \ln \frac{D_{bc}}{D_{ac}} \right)$$

$$(v_{ab})_2 = \dots, (v_{ab})_3 = \dots, v_{ac} = \dots, \bar{V}_{ab} + \bar{V}_{ac} = 3\bar{V}_{an}, D_{eq} = \sqrt[3]{D_{ab}D_{bc}D_{ac}}, \dots$$

$$\Rightarrow C_{\substack{an \\ bn \\ cn}} = \frac{q_a}{v_{an}} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{D_{eq}}{\sqrt{rd}}} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{D_{eq}}{D_{s,c}^{b2}}} F/m, \quad D_{s,c}^{b2} = \sqrt{rd}$$

و به همین ترتیب برای خطوط سه و چهار سیمه:

$$C_{\substack{an \\ bn \\ cn}} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{D_{eq}}{D_{s,c}^b}} F/m, \quad D_{s,c}^{b3} = \sqrt[3]{rd^2}, \quad D_{s,c}^{b4} = 1.09\sqrt[4]{rd^3}$$

و به همین ترتیب برای خطوط سه فاز دو مداره:

$$D_{eq} = \sqrt[3]{D_m^{AB} D_m^{BC} D_m^{AC}}, \quad D_{s,c} = \sqrt[3]{D_{s,c}^A D_{s,c}^B D_{s,c}^C}, \dots$$

فصل سوم: محاسبه کاپاسیتانس (ظرفیت خازنی) خطوط انتقال انرژی

• تأثیر زمین بر ظرفیت خطوط انتقال

زمین بر مقدار ظرفیت خطوط انتقال تأثیر می‌گذارد، زیرا حضورش میدان الکتریکی خط را تغییر می‌دهد. زمین در واقع به شکل یک صفحه مسطح رسانای کامل و نامحدود عمل می‌کند که بر میدان الکتریکی هادی‌های باردار واقع در نزدیکی آن تأثیر می‌گذارد.

مداری را مشتمل بر یک سیم هوایی با مسیر برگشت از زمین در نظر بگیرید. با آمدن بار از زمین به روی سیم، اختلاف پتانسیلی بین سیم و زمین ایجاد می‌شود. زمین باری خواهد داشت هم اندازه بار روی سیم اما با علامت مخالف. چون زمین رسانای کامل فرض شده، خطوط شار الکتریکی که از بارهای روی سیم به بارهای روی زمین می‌رسند، بر سطح زمین (سطح هم پتانسیل) عمودند. یک سیم مجازی هم اندازه و هم شکل با سیم هوایی را درست در زیر آن سیم به فاصله دو برابر فاصله سیم تا زمین در نظر می‌گیریم.

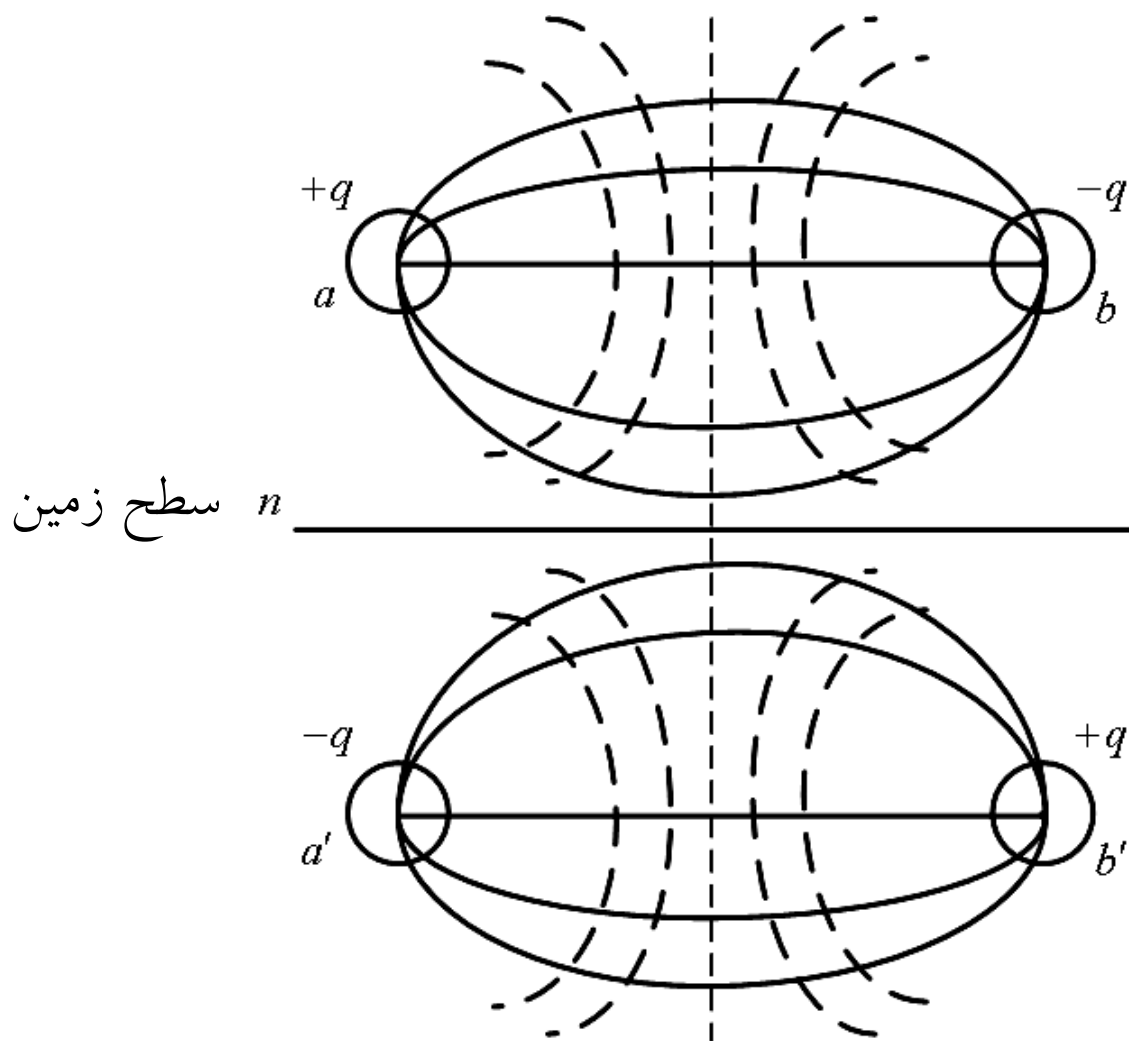
فصل سوم: محاسبه کاپاسیتانس (ظرفیت خازنی) خطوط انتقال انرژی

هادی مجازی زیر زمین و سیم هوایی بالای زمین، فاصله هایی مساوی تا سطح زمین دارند. اگر زمین را بر داریم و باری هم اندازه ولی با علامت مخالف بار روی سیم هوایی بر روی این هادی مجازی فرض کنیم، صفحه واقع در نیمراه میان دو سیم، سطحی هم پتانسیل می شود که در همان محل سطح هم پتانسیل زمین قرار دارد. شار الکتریکی بین سیم هوایی و این صفحه هم پتانسیل، برابر شار الکتریکی بین سیم و سطح زمین خواهد بود.

لذا، برای محاسبه ظرفیت می توان به جای زمین، یک هادی باردار مجازی در زیر زمین، هم فاصله با سیم هوایی تا سطح زمین گذاشت. چنین سیمی باری هم اندازه ولی با علامت مخالف بار روی سیم اصلی دارد و سیم تصویر نامیده می شود.

فصل سوم: محاسبه کاپاسیتانس (ظرفیت خازنی) خطوط انتقال انرژی

• خط تکفاز



$$D_{aa'} = H_{11}$$

$$D_{bb'} = H_{22}$$

$$D_{ab'} = H_{12}$$

$$D_{ba'} = H_{21}$$

$$D_{ab} = D$$

فصل سوم: محاسبه کاپاسیتانس (ظرفیت خازنی) خطوط انتقال انرژی

$$v_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(+q \ln \frac{D}{r} - q \ln \frac{r}{D} - q \ln \frac{H_{21}}{H_{11}} + q \ln \frac{H_{22}}{H_{12}} \right)$$

$$\Rightarrow v_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(2q \ln \frac{D}{r} - q \ln \frac{H_{21}}{H_{11}} - q \ln \frac{H_{12}}{H_{22}} \right)$$

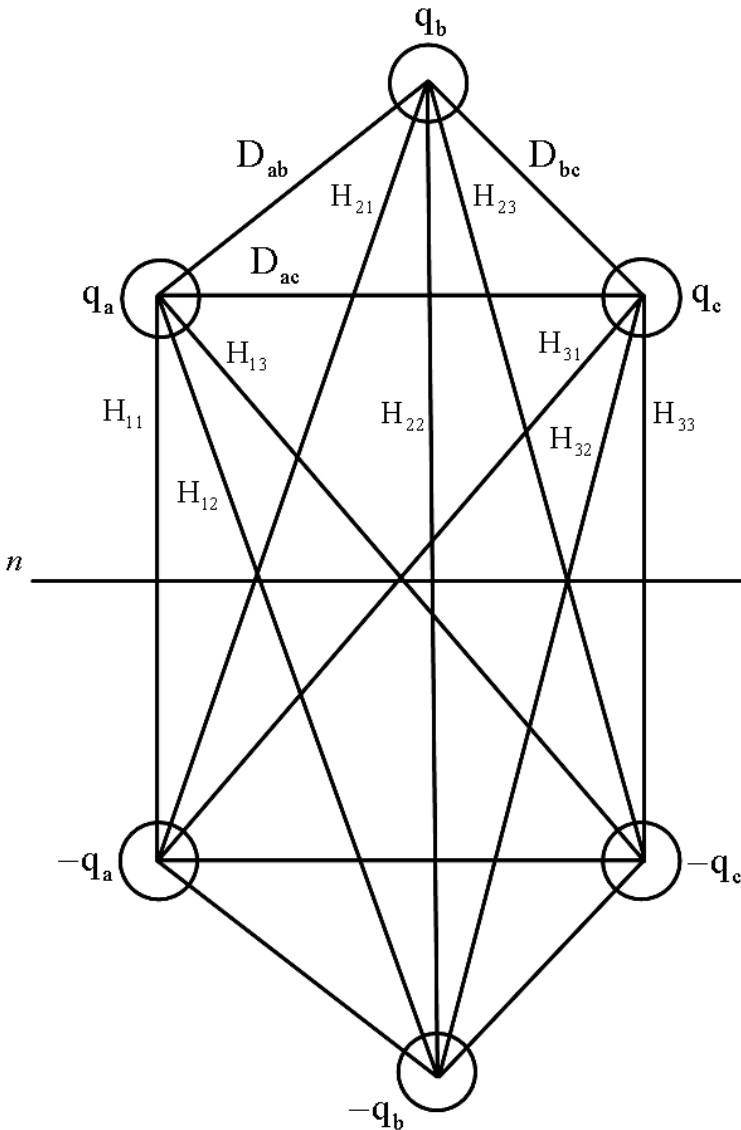
$$\Rightarrow v_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(2q \ln \frac{D}{r} - 2q \ln \frac{\sqrt{H_{12}H_{21}}}{\sqrt{H_{11}H_{22}}} \right)$$

$$\Rightarrow C_{ab} = \frac{q}{v_{ab}} = \frac{\pi\epsilon_0}{\ln \frac{D}{r} - \ln \frac{\sqrt{H_{12}H_{21}}}{\sqrt{H_{11}H_{22}}}} F/m$$

$$\Rightarrow C_{an} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{D}{r} - \ln \frac{\sqrt{H_{12}H_{21}}}{\sqrt{H_{11}H_{22}}}} F/m$$

فصل سوم: محاسبه کاپاسیتانس (ظرفیت خازنی) خطوط انتقال انرژی

• خطوط سه فاز یک مداره



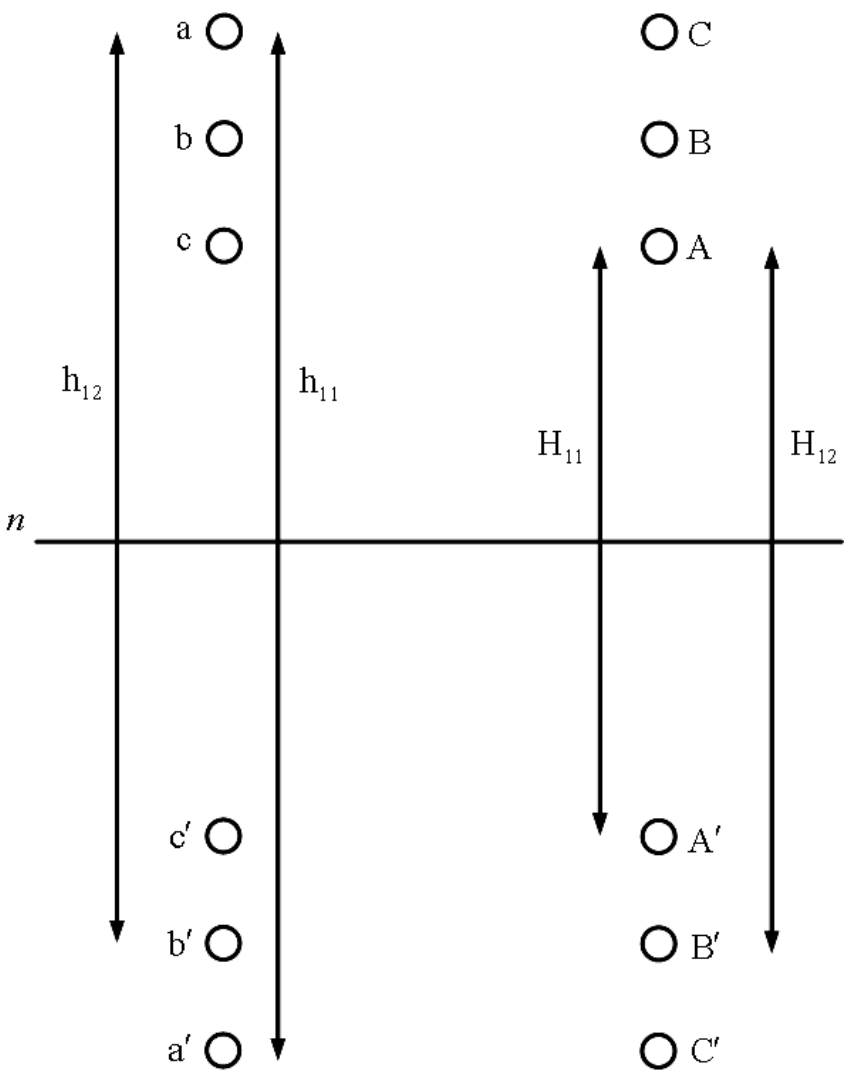
$$H_{12} = H_{21} , H_{23} = H_{32} , H_{13} = H_{31}$$

$$(v_{ab})_1 = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(q_a \left(\ln \frac{D_{ab}}{r} - \ln \frac{H_{21}}{H_{11}} \right) + q_b \left(\ln \frac{r}{D_{ab}} - \ln \frac{H_{22}}{H_{12}} \right) + q_c \left(\ln \frac{D_{bc}}{D_{ac}} - \ln \frac{H_{23}}{H_{13}} \right) \right) , \dots$$

$$\Rightarrow C_{\text{an bn cn}} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{D_{\text{eq}}}{r} - \ln \frac{\sqrt[3]{H_{12}H_{23}H_{13}}}{\sqrt[3]{H_{11}H_{22}H_{33}}}} F/m$$

فصل سوم: محاسبه کاپاسیتانس (ظرفیت خازنی) خطوط انتقال انرژی

• خطوط سه فاز دو مداره



$$\text{فرمول } H_{11} = \sqrt{h_{11} H_{11}} , \dots$$

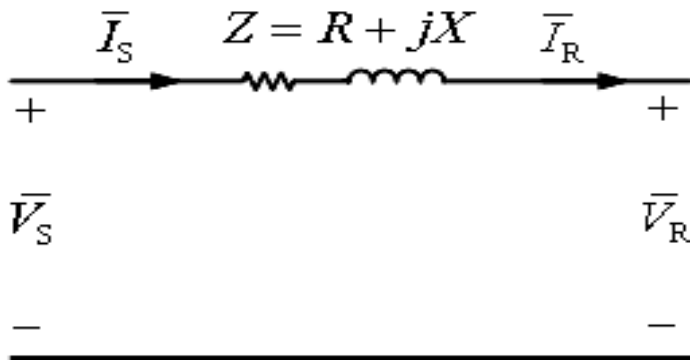
$$\text{فرمول } H_{12} = \sqrt{h_{12} H_{12}} , \dots$$

, ...

فصل چهارم: روابط ولتاژ - جریان در خطوط انتقال انرژی

خط } کوتاه: از اثر خازنی و نیز پراکندگی پارامترهای خط صرفه نظر می شود. $l \leq 80^{km} (50^{mi})$
 متوسط: از اثر پراکندگی پارامترهای خط صرفه نظر می شود. $(50^{mi}) 80^{km} \leq l \leq 240^{km} (150^{mi})$
 بلند: مدل دقیق خط در نظر گرفته می شود. $l \geq 240^{km} (150^{mi})$

• مدل خط کوتاه



$$Z = (r + j\omega L)l = R + jX$$

$$\bar{V}_S = \bar{V}_R + Z\bar{I}_R$$

$$\bar{I}_S = \bar{I}_R$$

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_S \\ \bar{I}_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_R \\ \bar{I}_R \end{bmatrix}$$

فصل چهارم: روابط ولتاژ - جریان در خطوط انتقال انرژی

• ثوابت انتقال

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_S \\ \bar{I}_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_R \\ \bar{I}_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A\bar{V}_R + B\bar{I}_R \\ C\bar{V}_R + D\bar{I}_R \end{bmatrix}$$

$$\left. \begin{array}{l} A = D = 1 \\ B = Z \\ C = 0 \end{array} \right\} \text{در خط کوتاه:}$$

$$\det \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} = AD - BC = 1$$

در سیستم های پسیو:

$$A = D$$

در سیستم های متقارن:

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_S \\ \bar{I}_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_R \\ \bar{I}_R \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \bar{V}_R \\ \bar{I}_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \bar{V}_S \\ \bar{I}_S \end{bmatrix} = \frac{1}{AD - BC} \begin{bmatrix} D & -B \\ -C & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_S \\ \bar{I}_S \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \bar{V}_R \\ \bar{I}_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D & -B \\ -C & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_S \\ \bar{I}_S \end{bmatrix}$$

فصل چهارم: روابط ولتاژ - جریان در خطوط انتقال انرژی

- تنظیم ولتاژ خط را می توان بر حسب درصد تغییر ولتاژ در انتهای خط (بیان شده بر حسب درصد ولتاژ در بار کامل) از حالت بی باری تا بار کامل تعریف کرد:

$$VR\% \triangleq \frac{|\bar{V}_R|^{NL} - |\bar{V}_R|^{FL}}{|\bar{V}_R|^{FL}} \times 100$$

$$\bar{V}_s = A\bar{V}_R^{NL} \Rightarrow \bar{V}_R^{NL} = \frac{\bar{V}_s}{A} \Rightarrow |\bar{V}_R^{NL}| = \frac{|\bar{V}_s|}{|A|}$$

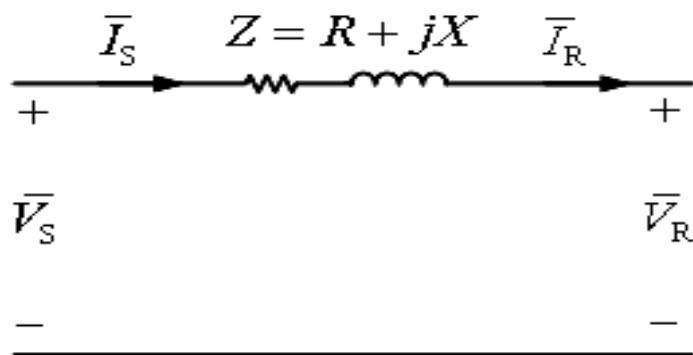
در حالت بی باری $\bar{I}_R = 0$ و داریم:

در خط کوتاه: $A=1$

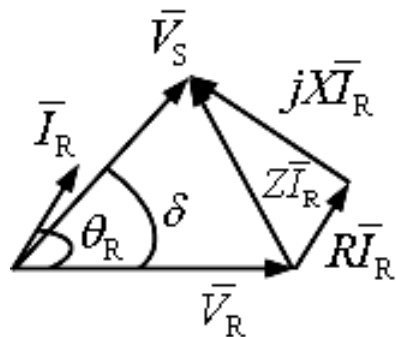
$$\Rightarrow VR\% = \frac{|\bar{V}_s| - |\bar{V}_R|}{|\bar{V}_R|} \times 100$$

- ✓ تنظیم ولتاژ معیاری از افت ولتاژ بوده و به ضریب قدرت بار بستگی دارد.

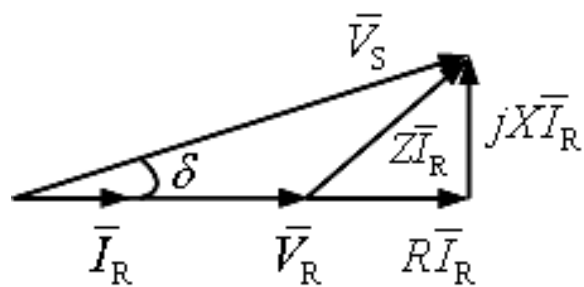
فصل چهارم: روابط ولتاژ - جریان در خطوط انتقال انرژی



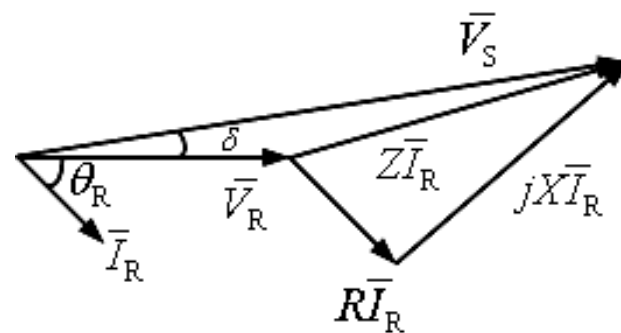
$$\begin{aligned}\bar{V}_S &= \bar{V}_R + Z\bar{I}_R = \bar{V}_R + (R + jX)\bar{I}_R \\ &= \bar{V}_R + R\bar{I}_R + jX\bar{I}_R\end{aligned}$$



بار با ضریب قدرت پیش فاز



بار با ضریب قدرت واحد



بار با ضریب قدرت پس فاز

فصل چهارم: روابط ولتاژ - جریان در خطوط انتقال انرژی

✓ توان مختلط انتهای خط برابر $\bar{S}_{3\phi}^R = 3\bar{V}_R \bar{I}_R^*$ و توان مختلط ابتدای خط برابر $\bar{S}_{3\phi}^S = 3\bar{V}_S \bar{I}_S^*$ می باشد، در نتیجه تلفات خط برابر است با: $\bar{S}_{3\phi}^L = \bar{S}_{3\phi}^S - \bar{S}_{3\phi}^R$. بازده خط انتقال به صورت زیر تعریف می شود:

$$\eta \% \triangleq \frac{P_{3\phi}^R}{P_{3\phi}^S} \times 100 = \frac{\text{توان اکتیو انتهای خط}}{\text{توان اکتیو ابتدای خط}} \times 100$$

مثال: یک خط انتقال سه فاز 220 کیلو ولت و 60 هرتز دارای طول 40 کیلومتر می باشد. مقاومت اهمی هر فاز 0.15 اهم در هر فاز در هر کیلومتر و اندوکتانس هر فاز 1.3263 میلی هانری در هر کیلومتر است. ولتاژ و توان در ابتدای خط و تنظیم ولتاژ و بازده خط را وقتی بارهای زیر در انتهای خط قرار می گیرند، محاسبه کنید: الف) 381 مگا ولت آمپر در ضریب قدرت 0.8 پس فاز ب) 381 مگا ولت آمپر در ضریب قدرت 0.8 پیش فاز.

فصل چهارم: روابط ولتاژ - جریان در خطوط انتقال انرژی

حل مثال:

$$Z = (r + j\omega L)l = (0.15 + j2\pi \times 60 \times 1.3263 \times 10^{-3}) \times 40 = 6 + j20 \Omega$$

هر فاز

$$\bar{V}_R = \frac{220^{kv}}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ = 127^{kv} \angle 0^\circ$$

(الف)

انتهای خط

$$\bar{S}_{3\phi}^R = 3\bar{V}_R \bar{I}_R^* \Rightarrow \bar{I}_R = \frac{\bar{S}_{3\phi}^{R*}}{3\bar{V}_R^*} = \frac{(381^{MVA} \angle + \cos^{-1} 0.8)^*}{3 \times 127^{kv} \angle 0^\circ} = 1^{kA} \angle -36.87^\circ$$

$$\bar{V}_S = \bar{V}_R + Z\bar{I}_R = 127^{kv} \angle 0^\circ + (6 + j20)(1^{kA} \angle -36.87^\circ) = 144.33^{kv} \angle 4.93^\circ$$

$$|\bar{V}_S^{\text{Line}}| = 144.33^{kv} \times \sqrt{3} = 250^{kv}, \quad \bar{I}_S = \bar{I}_R = 1^{kA} \angle -36.87^\circ$$

$$\bar{S}_{3\phi}^S = 3\bar{V}_S \bar{I}_S^* = 3 \times (144.33^{kv} \angle 4.93^\circ) \times (1^{kA} \angle +36.87^\circ) = 322.8^{MW} + j288.6^{MVAR}$$

$$VR\% = \frac{144.33 - 127}{127} \times 100 = \frac{250 - 220}{220} \times 100 = 13.6\%$$

فصل چهارم: روابط ولتاژ - جریان در خطوط انتقال انرژی

$$\bar{S}_{3\phi}^R = 381^{MVA} \angle +36.87^\circ = 304.8^{MW} + j228.6^{MVAR}$$

$$\eta\% = \frac{304.8}{322.8} \times 100 = 94.4\%$$

(ب)

$$\bar{I}_R = \frac{\bar{S}_{3\phi}^{R*}}{3\bar{V}_R^*} = \frac{(381^{MVA} \angle -\cos^{-1} 0.8)^*}{3 \times 127^{kv} \angle 0^\circ} = 1^{kA} \angle +36.87^\circ$$

$$\bar{V}_S = \bar{V}_R + Z\bar{I}_R = 127^{kv} \angle 0^\circ + (6 + j20)(1^{kA} \angle +36.87^\circ) = 121.39^{kv} \angle 9.29^\circ$$

$$|\bar{V}_S^{\text{Line}}| = 121.39^{kv} \times \sqrt{3} = 210.25^{kv}, \quad \bar{I}_S = \bar{I}_R = 1^{kA} \angle +36.87^\circ$$

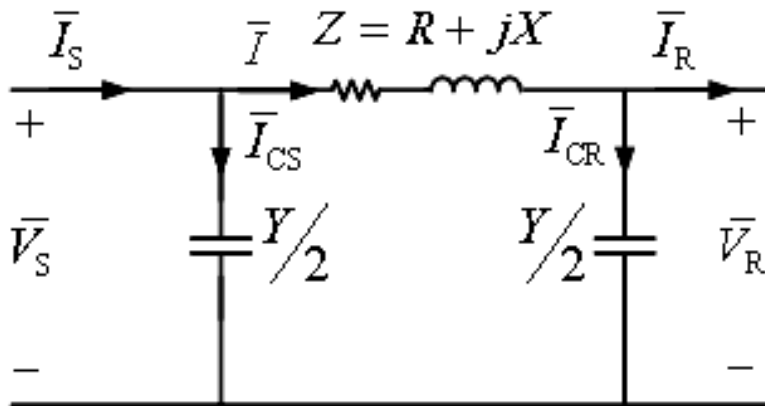
$$\bar{S}_{3\phi}^S = 3\bar{V}_S\bar{I}_S^* = 3 \times (121.39^{kv} \angle 9.29^\circ) \times (1^{kA} \angle -36.87^\circ) = 322.8^{MW} - j168.6^{MVAR}$$

$$VR\% = \frac{121.39 - 127}{127} \times 100 = \frac{210.25 - 220}{220} \times 100 = -4.43\%$$

$$\bar{S}_{3\phi}^R = 381^{MVA} \angle -36.87^\circ = 304.8^{MW} - j228.6^{MVAR}, \quad \eta\% = \frac{304.8}{322.8} \times 100 = 94.4\%$$

فصل چهارم: روابط ولتاژ - جریان در خطوط انتقال انرژی

• مدل خط متوسط



مدل π نامی:

$$Z = (r + j\omega L)l = R + jX, \quad Y = (g + j\omega C)l \approx j\omega Cl$$

$$\bar{V}_S = \bar{V}_R + Z\bar{I}, \quad \bar{I} = \bar{I}_R + \bar{I}_{CR}, \quad \bar{I}_S = \bar{I} + \bar{I}_{CS}, \quad \bar{I}_{CR} = \left(\frac{Y}{2}\right)\bar{V}_R, \quad \bar{I}_{CS} = \left(\frac{Y}{2}\right)\bar{V}_S$$

$$\bar{V}_S = \bar{V}_R + Z\bar{I} = \bar{V}_R + Z(\bar{I}_R + \bar{I}_{CR}) = \bar{V}_R + Z\left(\bar{I}_R + \left(\frac{Y}{2}\right)\bar{V}_R\right) = \left(1 + \frac{ZY}{2}\right)\bar{V}_R + Z\bar{I}_R$$

$$\bar{I}_S = \bar{I} + \bar{I}_{CS} = \bar{I}_R + \bar{I}_{CR} + \bar{I}_{CS} = \bar{I}_R + \left(\frac{Y}{2}\right)\bar{V}_R + \left(\frac{Y}{2}\right)\bar{V}_S$$

فصل چهارم: روابط ولتاژ - جریان در خطوط انتقال انرژی

$$\Rightarrow \bar{I}_S = \bar{I}_R + \left(\frac{Y}{2}\right)\bar{V}_R + \left(\frac{Y}{2}\right)\left\{\left(1 + \frac{ZY}{2}\right)\bar{V}_R + Z\bar{I}_R\right\}$$

$$\Rightarrow \bar{I}_S = \bar{I}_R + \left(\frac{Y}{2}\right)\bar{V}_R + \left(\frac{Y}{2}\right)\bar{V}_R + \left(\frac{Y}{2}\right)\left(\frac{ZY}{2}\right)\bar{V}_R + \left(\frac{Y}{2}\right)Z\bar{I}_R = \left(1 + \frac{ZY}{2}\right)\bar{I}_R + Y\left(1 + \frac{ZY}{4}\right)\bar{V}_R$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \bar{V}_S \\ \bar{I}_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(1 + \frac{ZY}{2}\right) & Z \\ Y\left(1 + \frac{ZY}{4}\right) & \left(1 + \frac{ZY}{2}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_R \\ \bar{I}_R \end{bmatrix}$$

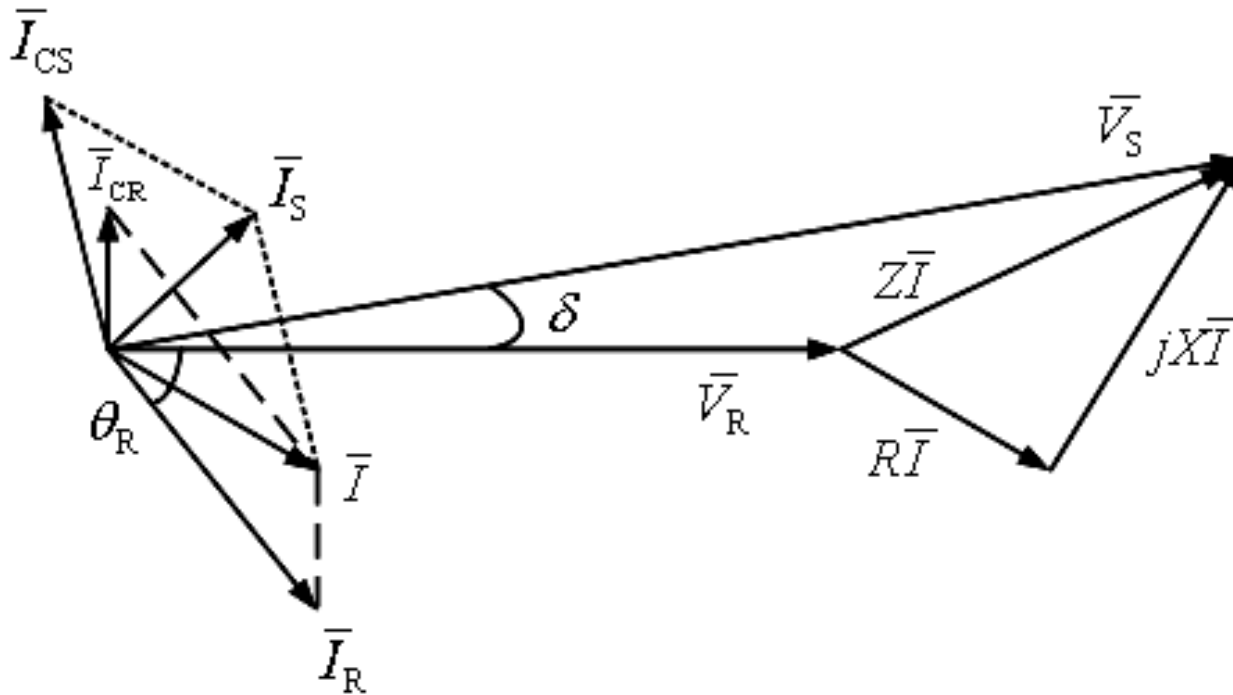
$$\Rightarrow A = D = \left(1 + \frac{ZY}{2}\right), \quad B = Z, \quad C = Y\left(1 + \frac{ZY}{4}\right)$$

$$AD - BC = \left(1 + \frac{ZY}{2}\right)^2 - ZY\left(1 + \frac{ZY}{4}\right) = 1 + \frac{Z^2Y^2}{4} + ZY - ZY - \frac{Z^2Y^2}{4} = 1$$

$$\Rightarrow VR\% = \frac{|\bar{V}_S|/|A| - |\bar{V}_R|}{|\bar{V}_R|} \times 100$$

فصل چهارم: روابط ولتاژ - جریان در خطوط انتقال انرژی

دیاگرام فازوری برای بار اهمی - سلفی:



$$\bar{V}_S = \bar{V}_R + Z\bar{I} \quad , \quad \bar{I} = \bar{I}_R + \bar{I}_{CR} \quad , \quad \bar{I}_S = \bar{I} + \bar{I}_{CS} \quad , \quad \bar{I}_{CR} = \left(\frac{Y}{2}\right)\bar{V}_R \quad , \quad \bar{I}_{CS} = \left(\frac{Y}{2}\right)\bar{V}_S$$

فصل چهارم: روابط ولتاژ - جریان در خطوط انتقال انرژی

مثال: در یک خط انتقال سه فاز به طول 130 کیلومتر، امپدانس سری در هر کیلومتر برابر $z = 0.036 + j0.3$ اهم در هر فاز و ادمیتانس موازی برابر $y = j4.22 \times 10^{-6}$ مهو (زیمنس) در هر فاز در هر کیلومتر می باشد. ولتاژ ابتدای خط 345 کیلو ولت و جریان ابتدای آن 400 آمپر در ضریب قدرت 0.95 پس فاز می باشد. ولتاژ، جریان و توان را در انتهای خط و نیز تنظیم ولتاژ را محاسبه کنید.

حل مثال:

$$\bar{V}_s = \frac{345^{kv}}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ = 199.2^{kv} \angle 0^\circ, \quad \bar{I}_s = 400^A \angle -\cos^{-1} 0.95 = 400^A \angle -18.19^\circ$$

$$Z = (0.036 + j0.3) \times 130 = 4.68 + j39 \Omega, \quad Y = j4.22 \times 10^{-6} \times 130 = j548.6 \times 10^{-6} \text{ S}$$

$$A = D = \left(1 + \frac{ZY}{2} \right) = 0.9893 + j0.0012837, \quad B = 4.68 + j39,$$

$$C = Y \left(1 + \frac{ZY}{4} \right) = -3.5213 \times 10^{-7} + j0.00054566$$

فصل چهارم: روابط ولتاژ - جریان در خطوط انتقال انرژی

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_R \\ \bar{I}_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D & -B \\ -C & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_S \\ \bar{I}_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 190932.79^v \angle -4.2^\circ \\ 441.83^A \angle -31.6^\circ \end{bmatrix}$$

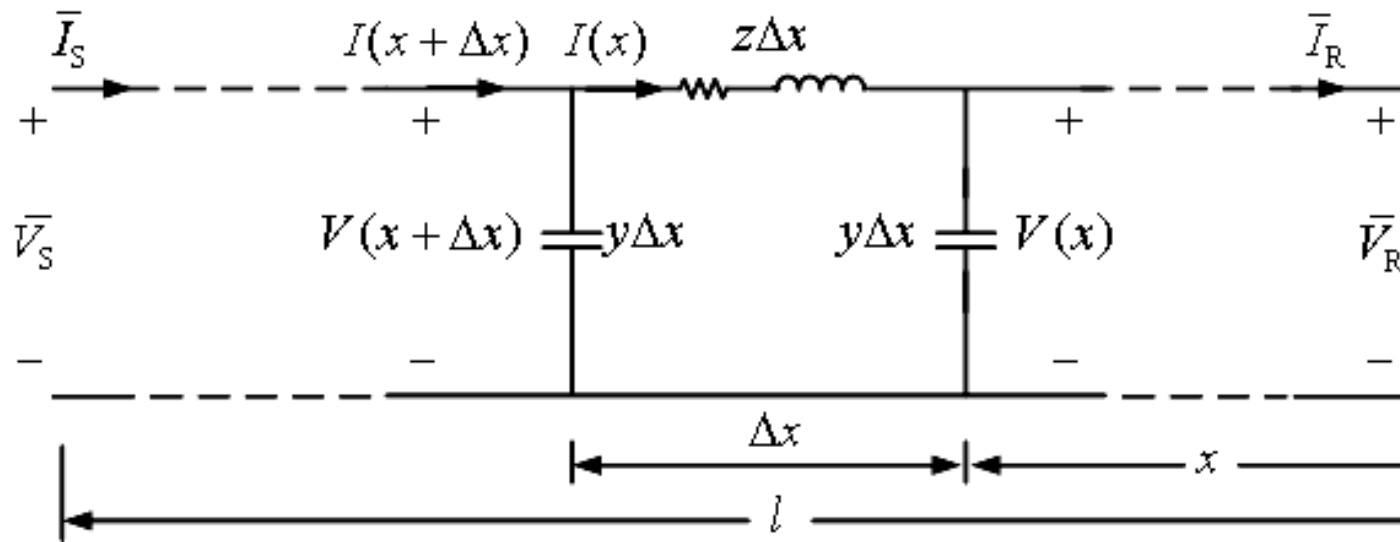
$$\bar{S}_{3\phi}^R = 3\bar{V}_R \bar{I}_R^* = 3(190932.79^v \angle -4.2^\circ)(441.83^A \angle 31.6^\circ) = 224.688^{MW} + j116.467^{MVAR}$$

$$|\bar{V}_R^{\text{Line}}| = 190932.79^v \times \sqrt{3} = 330.7^{kv}, \quad \bar{I}_R = 441.83^A \angle -31.6^\circ$$

$$VR \% = \frac{|\bar{V}_S|/|A| - |\bar{V}_R|}{|\bar{V}_R|} \times 100 = \frac{345 - 330.7}{330.7} \times 100 = 5.45\%$$

فصل چهارم: روابط ولتاژ - جریان در خطوط انتقال انرژی

- مدل خط بلند



خط بلند با پارامترهای گسترده

امپدانس سری هر فاز در واحد طول: $z = r + j\omega L$

ادمیتانس موازی هر فاز در واحد طول: $y = j\omega C$

فصل چهارم: روابط ولتاژ - جریان در خطوط انتقال انرژی

$$V(x + \Delta x) = V(x) + z\Delta x I(x) \Rightarrow \frac{V(x + \Delta x) - V(x)}{\Delta x} = zI(x)$$

$$\Delta x \rightarrow 0 \Rightarrow \frac{dV(x)}{dx} = zI(x) \quad (1)$$

$$I(x + \Delta x) = I(x) + y\Delta x V(x + \Delta x) \Rightarrow \frac{I(x + \Delta x) - I(x)}{\Delta x} = yV(x + \Delta x)$$

$$\Delta x \rightarrow 0 \Rightarrow \frac{dI(x)}{dx} = yV(x) \quad (2)$$

$$(1) \text{ و } (2) \rightarrow \frac{d^2V(x)}{dx^2} = z \frac{dI(x)}{dx} = zyV(x), \quad \frac{d^2I(x)}{dx^2} = y \frac{dV(x)}{dx} = zyI(x)$$

جواب های پیشنهادی:

$$V(x) = A_1 e^{\sqrt{yz}x} + A_2 e^{-\sqrt{yz}x}$$

$$I(x) = \frac{A_1}{\sqrt{\frac{z}{y}}} e^{\sqrt{yz}x} - \frac{A_2}{\sqrt{\frac{z}{y}}} e^{-\sqrt{yz}x}$$

$$Z_c = \sqrt{\frac{z}{y}} : \text{امپدانس مشخصه}$$

$$\gamma = \sqrt{yz} : \text{ثابت (ضریب) انتشار}$$

فصل چهارم: روابط ولتاژ - جریان در خطوط انتقال انرژی

$$\text{شرایط مرزی: } \begin{cases} x=0 \\ V(x) = \bar{V}_R \\ I(x) = \bar{I}_R \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \bar{V}_R = A_1 + A_2 \\ \bar{I}_R = \frac{1}{Z_c} A_1 - \frac{1}{Z_c} A_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A_1 = \frac{\bar{V}_R + Z_c \bar{I}_R}{2} \\ A_2 = \frac{\bar{V}_R - Z_c \bar{I}_R}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} V(x) = \frac{\bar{V}_R + Z_c \bar{I}_R}{2} e^{\gamma x} + \frac{\bar{V}_R - Z_c \bar{I}_R}{2} e^{-\gamma x} \\ I(x) = \frac{\bar{V}_R / Z_c + \bar{I}_R}{2} e^{\gamma x} - \frac{\bar{V}_R / Z_c - \bar{I}_R}{2} e^{-\gamma x} \end{cases} \quad (*)$$

روابط ولتاژ و جریان خط بلند
در هر نقطه به فاصله x
از انتهای خط

$$(*) \Rightarrow \begin{cases} V(x) = \left(\frac{e^{\gamma x} + e^{-\gamma x}}{2} \right) \bar{V}_R + Z_c \left(\frac{e^{\gamma x} - e^{-\gamma x}}{2} \right) \bar{I}_R = \cosh(\gamma x) \bar{V}_R + Z_c \sinh(\gamma x) \bar{I}_R \\ I(x) = \frac{1}{Z_c} \left(\frac{e^{\gamma x} - e^{-\gamma x}}{2} \right) \bar{V}_R + \left(\frac{e^{\gamma x} + e^{-\gamma x}}{2} \right) \bar{I}_R = \frac{1}{Z_c} \sinh(\gamma x) \bar{V}_R + \cosh(\gamma x) \bar{I}_R \end{cases}$$

فصل چهارم: روابط ولتاژ - جریان در خطوط انتقال انرژی

$$\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}, \quad \sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

$$\cosh^2(x) - \sinh^2(x) = \frac{1}{4}[e^{2x} + e^{-2x} + 2] - \frac{1}{4}[e^{2x} + e^{-2x} - 2] = 1$$

$$\text{شرایط مرزی: } \begin{cases} x = l \\ V(x) = \bar{V}_S \\ I(x) = \bar{I}_S \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \bar{V}_S = \cosh(\gamma l) \bar{V}_R + Z_c \sinh(\gamma l) \bar{I}_R \\ \bar{I}_S = \frac{1}{Z_c} \sinh(\gamma l) \bar{V}_R + \cosh(\gamma l) \bar{I}_R \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \bar{V}_S \\ \bar{I}_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma l) & Z_c \sinh(\gamma l) \\ \frac{1}{Z_c} \sinh(\gamma l) & \cosh(\gamma l) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_R \\ \bar{I}_R \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A = D = \cosh(\gamma l), \quad B = Z_c \sinh(\gamma l), \quad C = \frac{1}{Z_c} \sinh(\gamma l), \quad AD - BC = 1$$

فصل چهارم: روابط ولتاژ - جریان در خطوط انتقال انرژی

$$\gamma = \sqrt{yz} = \text{ثابت (ضریب) انتشار} = \alpha + j\beta$$

ثابت (ضریب) تضعیف، واحد: نپر بر واحد طول: α

ثابت (ضریب) فاز، واحد: رادیان بر واحد طول: β

$$\textcircled{*} \rightarrow \begin{cases} V(x) = \frac{\bar{V}_R + Z_c \bar{I}_R}{2} e^{\alpha x} e^{j\beta x} + \frac{\bar{V}_R - Z_c \bar{I}_R}{2} e^{-\alpha x} e^{-j\beta x} = v^+ + v^- \\ I(x) = \frac{\bar{V}_R / Z_c + \bar{I}_R}{2} e^{\alpha x} e^{j\beta x} + \left(-\frac{\bar{V}_R / Z_c - \bar{I}_R}{2} e^{-\alpha x} e^{-j\beta x} \right) = i^+ + i^- \end{cases}$$

مؤلفه تابش (تابنده) ولتاژ و جریان: v^+, i^+

مؤلفه منعکس (باز تابنده) ولتاژ و جریان: v^-, i^-

فصل چهارم: روابط ولتاژ - جریان در خطوط انتقال انرژی

$$\text{if } \bar{V}_R^+ = \frac{\bar{V}_R + Z_c \bar{I}_R}{2}, \bar{V}_R^- = \frac{\bar{V}_R - Z_c \bar{I}_R}{2} \Rightarrow v^+ = \bar{V}_R^+ e^{\alpha x} e^{j\beta x}, v^- = \bar{V}_R^- e^{-\alpha x} e^{-j\beta x}$$

$$\text{if } \bar{I}_R = 0, x=0 \Rightarrow \bar{V}_R^+ = \bar{V}_R^-, v^+ = v^-, i^+ = -i^-$$

ته خط بی باری

دامنه $v^+ :: \bar{V}_R^+ e^{\alpha x}$: به اندازه $e^{\alpha x}$ بزرگتر از دامنه \bar{V}_R^+

فاز $v^+ :: \bar{V}_R^+ e^{j\beta x}$: به اندازه βx بزرگتر از فاز \bar{V}_R^+

اندازه v^+ با زیاد شدن فاصله از ته خط بزرگتر می شود و پیش افتی فاز می یابد. بر عکس هر چه از سر خط به سوی ته خط پیش برویم، اندازه این جمله کوچکتر می شود و پس افتی فاز می یابد. این مشخصه یک موج رونده است و به رفتار موج در آب شباهت دارد که اندازه اش در هر نقطه با زمان تغییر می کند، در حالی که متناسب با فاصله از منشأ، پس افتی فاز می یابد و مقدار ماکزیممش کم می شود. این جمله ولتاژ تابنده نامیده می شود.

فصل چهارم: روابط ولتاژ - جریان در خطوط انتقال انرژی

جمله دوم رفتاری بر عکس جمله اول دارد و ولتاژ بازتابنده نامیده می شود. ولتاژ هر نقطه در طول خط حاصل جمع دو مؤلفه تابنده و بازتابنده ولتاژ در آن نقطه است. (به همین ترتیب برای معادله جریان)

نکته: اگر خط انتقال به امپدانس مساوی با امپدانس مشخصه اش Z_c ختم شود، در این صورت هیچ موج ولتاژ و جریان بازتابنده ای وجود نخواهد داشت. به چنین خطی، خط هموار یا خط نامحدود گفته می شود. ($Z_c = Z_R$) اصطلاحاً در خط انتقال بی اتلاف، امپدانس مشخصه، امپدانس ضربه ای یا امپدانس موجی (surge impedance) نامیده می شود.

$$r = 0 \rightarrow \gamma = \sqrt{yz} = \sqrt{(j\omega C)(r + j\omega L)} \approx j\omega\sqrt{LC}$$

$$\Rightarrow \alpha = 0, \beta = \omega\sqrt{LC}, Z_c = \sqrt{\frac{z}{y}} = \sqrt{\frac{r + j\omega L}{j\omega C}} \approx \sqrt{\frac{L}{C}} \Omega \quad (\text{اهمی خالص})$$

فصل چهارم: روابط ولتاژ - جریان در خطوط انتقال انرژی

در خط سه فاز یک مداره ساده: $Z_c \approx 400 \Omega$

در خط سه فاز یک مداره باندد: $Z_c \approx 300 \Omega$

در خط سه فاز دو مداره ساده: $Z_c \approx 250 \Omega$

در خط سه فاز دو مداره باندد: $Z_c \approx 200 \Omega$

هنگامی که با فرکانس های بالا یا با ضربه های حاصل از آذرخش سرو کار داریم، غالباً اتلاف ها نا دیده گرفته می شود و امپدانس ضربه ای خط اهمیت می یابد. بارگذاری امپدانس ضربه ای (SIL) یک خط انتقال، توانی است که خط به یک بار مقاومتی خالص مساوی با امپدانس ضربه ایش تحویل می دهد. در این صورت جریان خط عبارت است از:

$$|\bar{I}_L| = \frac{|\bar{V}_L|}{\sqrt{3} \times \sqrt{L/C}} \text{ A} \rightarrow SIL = \sqrt{3} |\bar{V}_L| \frac{|\bar{V}_L|}{\sqrt{3} \times \sqrt{L/C}} \Rightarrow SIL = \frac{|\bar{V}_L|^2}{\sqrt{L/C}} \text{ MW}$$

فصل چهارم: روابط ولتاژ - جریان در خطوط انتقال انرژی

$$\left\{ \begin{array}{l} V(x) = \cosh(\gamma x) \bar{V}_R + Z_c \sinh(\gamma x) \bar{I}_R \\ I(x) = \frac{1}{Z_c} \sinh(\gamma x) \bar{V}_R + \cosh(\gamma x) \bar{I}_R \end{array} \quad \begin{array}{l} \gamma = \alpha + j\beta \\ \alpha = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \gamma \approx j\beta \quad \text{خط بی تلف:}$$

$$\cosh(\gamma x) = \cosh(j\beta x) = \frac{e^{j\beta x} + e^{-j\beta x}}{2} = \frac{\cos(\beta x) + j\sin(\beta x) + \cos(-\beta x) + j\sin(-\beta x)}{2}$$

$$\Rightarrow \cosh(\gamma x) = \frac{\cos(\beta x) + j\sin(\beta x) + \cos(\beta x) - j\sin(\beta x)}{2} = \cos(\beta x)$$

$$\sinh(\gamma x) = \sinh(j\beta x) = \frac{e^{j\beta x} - e^{-j\beta x}}{2} = \frac{\cos(\beta x) + j\sin(\beta x) - \cos(-\beta x) - j\sin(-\beta x)}{2}$$

$$\Rightarrow \sinh(\gamma x) = \frac{\cos(\beta x) + j\sin(\beta x) - \cos(\beta x) + j\sin(\beta x)}{2} = j\sin(\beta x)$$

فصل چهارم: روابط ولتاژ - جریان در خطوط انتقال انرژی

$$\text{if } \bar{V}_R = Z_c \bar{I}_R \Rightarrow \begin{cases} V(x) = [\cos(\beta x) + j \sin(\beta x)] \bar{V}_R = e^{j\beta x} \bar{V}_R = \bar{V}_R \angle \beta x \\ I(x) = [\cos(\beta x) + j \sin(\beta x)] \bar{I}_R = e^{j\beta x} \bar{I}_R = \bar{I}_R \angle \beta x \end{cases}$$

نکته: در نتیجه در خط بی تلف در بارگذاری امیدانس ضربه ای، اندازه ولتاژ و جریان در هر نقطه از خط ثابت بوده و با مقادیر متناظر آنها در سمت دریافت خط برابر می باشند. از آنجا که Z_c مؤلفه راکتیو ندارد، توان راکتیوی در خط وجود نداشته و $Q_S = Q_R = 0$.

در نتیجه در باری معادل SIL، تلفات راکتیو در اندوکتانس خط دقیقاً با توان راکتیو تحویل داده شده توسط ظرفیت خازنی خط خنثی می گردد:

$$\omega L |\bar{I}_R|^2 = \omega C |\bar{V}_R|^2 \rightarrow \frac{|\bar{V}_R|^2}{|\bar{I}_R|^2} = \frac{L}{C} \Rightarrow \frac{|\bar{V}_R|}{|\bar{I}_R|} = \sqrt{\frac{L}{C}} = Z_c \Rightarrow \text{رابطه قبلی تأیید می گردد.}$$

فصل چهارم: روابط ولتاژ - جریان در خطوط انتقال انرژی

نکته: SIL معیار مناسبی از ظرفیت خط انتقال است، زیرا نشان دهنده بارگذاری است که نیاز توان راکتیو آن کم می باشد. در بارهایی که به نحو قابل توجهی بیشتر از SIL می باشند، برای حداقل کردن افت ولتاژ در خط باید از خازن های موازی استفاده نمود. برای بارهایی که به نحو قابل توجهی کمتر از SIL می باشند، باید از راکتورهای موازی استفاده نمود. عموماً بار کامل خط انتقال با SIL آن متفاوت است.

نکته: طول موج (λ) عبارت است از فاصله ای در طول خط بین دو نقطه از یک موج که با هم 360° یا 2π رادیان اختلاف فاز داشته باشند. اگر β تغییر فاز بر حسب رادیان بر مایل باشد، طول موج بر حسب مایل عبارت است از: $\lambda = 2\pi/\beta$ (مثلاً در فرکانس 60 هرتز، $\lambda \approx 3000 \text{ mi}$) سرعت انتشار موج بر حسب مایل بر ثانیه عبارت است از حاصل ضرب طول موج بر حسب مایل و فرکانس بر حسب هرتز:

$$v = f\lambda = \frac{2\pi f}{2\pi} \lambda = \frac{\omega}{\beta}$$

فصل چهارم: روابط ولتاژ - جریان در خطوط انتقال انرژی

$$\text{خط بی تلف: } \alpha = 0, \beta = \omega\sqrt{LC} \Rightarrow v = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \lambda = \frac{1}{f\sqrt{LC}}$$

اگر از شار پیوندی داخلی یک هادی صرفه نظر کنیم، داریم: $GMR_L = GMR_C$

$$L = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{GMD}{GMR_L} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{GMD}{GMR_L}, \quad C = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{GMD}{GMR_C}}$$

$$\Rightarrow LC \approx \mu_0\epsilon_0 \Rightarrow v = \frac{1}{\sqrt{LC}} \approx \frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}} = 300000 \text{ km/sec} \quad \text{سرعت نور}$$

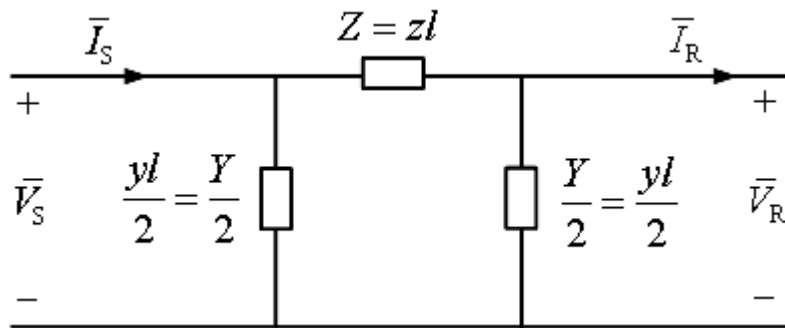
$$\lambda = \frac{1}{f\sqrt{LC}} \approx \frac{1}{f\sqrt{\mu_0\epsilon_0}}, \quad \text{if } f = 60 \text{ HZ} \Rightarrow \lambda = 5000 \text{ km}$$

$$Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \ln \frac{GMD}{GMR_L} \approx 60 \ln \frac{GMD}{GMR_L}$$

فصل چهارم: روابط ولتاژ - جریان در خطوط انتقال انرژی

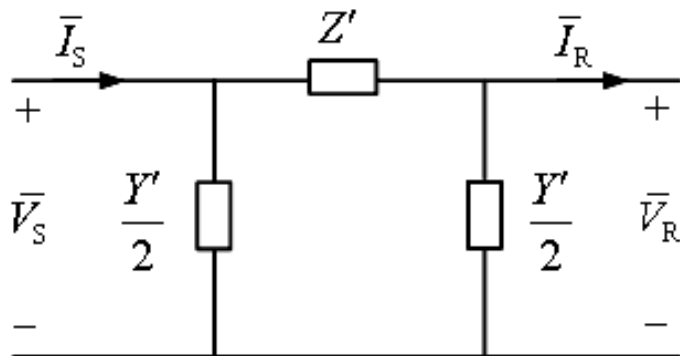
- مدار معادل یک فاز خط بلند در مدل π

در خط متوسط داریم:



$$\begin{bmatrix} \bar{V}_S \\ \bar{I}_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(1 + \frac{ZY}{2}\right) & Z \\ Y\left(1 + \frac{ZY}{4}\right) & \left(1 + \frac{ZY}{2}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_R \\ \bar{I}_R \end{bmatrix}$$

حال داریم:



$$\begin{bmatrix} \bar{V}_S \\ \bar{I}_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(1 + \frac{Z'Y'}{2}\right) & Z' \\ Y'\left(1 + \frac{Z'Y'}{4}\right) & \left(1 + \frac{Z'Y'}{2}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_R \\ \bar{I}_R \end{bmatrix}$$

فصل چهارم: روابط ولتاژ - جریان در خطوط انتقال انرژی

از طرفی:

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_S \\ \bar{I}_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma l) & Z_c \sinh(\gamma l) \\ \frac{1}{Z_c} \sinh(\gamma l) & \cosh(\gamma l) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_R \\ \bar{I}_R \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow Z' = Z_c \sinh(\gamma l), \quad \left(1 + \frac{Z'Y'}{2}\right) = \cosh(\gamma l) \Rightarrow \frac{Y'}{2} = \frac{\cosh(\gamma l) - 1}{Z'} = \frac{\cosh(\gamma l) - 1}{Z_c \sinh(\gamma l)}$$

$$\Rightarrow Z' = Z_c \sinh(\gamma l) = \sqrt{\frac{z}{y}} \sinh(\gamma l) = \sqrt{\frac{zz}{yz}} \frac{l}{l} \sinh(\gamma l) = \frac{zl}{\gamma l} \sinh(\gamma l) = Z \frac{\sinh(\gamma l)}{\gamma l}$$

$$\text{if } l < 240 \text{ km} \rightarrow \sinh(\gamma l) \approx \gamma l \Rightarrow Z' \approx Z$$

فصل چهارم: روابط ولتاژ - جریان در خطوط انتقال انرژی

$$\frac{Y'}{2} = \frac{\cosh(\gamma l) - 1}{Z'} = \frac{\cosh(\gamma l) - 1}{Z_c \sinh(\gamma l)} = \frac{1}{Z_c} \frac{\frac{e^{\gamma l} + e^{-\gamma l}}{2} - 1}{\frac{e^{\gamma l} - e^{-\gamma l}}{2}} = \frac{1}{Z_c} \frac{e^{\gamma l} + e^{-\gamma l} - 2}{e^{\gamma l} - e^{-\gamma l}}$$

$$\Rightarrow \frac{Y'}{2} = \frac{1}{Z_c} \frac{\left(e^{\frac{\gamma l}{2}} - e^{-\frac{\gamma l}{2}} \right)^2}{\left(e^{\frac{\gamma l}{2}} + e^{-\frac{\gamma l}{2}} \right) \left(e^{\frac{\gamma l}{2}} - e^{-\frac{\gamma l}{2}} \right)} = \frac{1}{Z_c} \frac{\left(e^{\frac{\gamma l}{2}} - e^{-\frac{\gamma l}{2}} \right)}{\left(e^{\frac{\gamma l}{2}} + e^{-\frac{\gamma l}{2}} \right)}$$

$$\Rightarrow \frac{Y'}{2} = \frac{1}{Z_c} \frac{\frac{e^{\frac{\gamma l}{2}} - e^{-\frac{\gamma l}{2}}}{2}}{\frac{e^{\frac{\gamma l}{2}} + e^{-\frac{\gamma l}{2}}}{2}} = \frac{1}{Z_c} \frac{\sinh\left(\frac{\gamma l}{2}\right)}{\cosh\left(\frac{\gamma l}{2}\right)} = \frac{1}{Z_c} \tanh\left(\frac{\gamma l}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{\frac{zy}{yy}}} \tanh\left(\frac{\gamma l}{2}\right)$$

فصل چهارم: روابط ولتاژ - جریان در خطوط انتقال انرژی

$$\Rightarrow \frac{Y'}{2} = \frac{y \frac{l}{2}}{\gamma \frac{l}{2}} \tanh\left(\frac{\gamma l}{2}\right) = \frac{Y \tanh\left(\frac{\gamma l}{2}\right)}{\frac{\gamma l}{2}} \quad \text{if } l < 240 \text{ km} \rightarrow \tanh\left(\frac{\gamma l}{2}\right) \approx \frac{\gamma l}{2} \Rightarrow \frac{Y'}{2} \approx \frac{Y}{2}$$

مثال: یک خط انتقال سه فاز 60 هرتز تک مداره 370 کیلومتر (230 مایل) طول دارد. امپدانس سری خط برابر $z = 0.1603 + j0.8277$ اهم در هر مایل و ادمیتانس موازی آن برابر $y = j5.105 \times 10^{-6}$ مهو در هر مایل است. بار این خط معادل 125 مگا وات در ولتاژ 215 کیلو ولت با ضریب قدرت % 100 است.

(الف) ولتاژ، جریان و توان را در سر خط و افت ولتاژ خط را به دست آورید.

(ب) طول موج و سرعت انتشار موج را در خط تعیین کنید.

(ج) مدار π معادل خط را به دست آورید.

فصل چهارم: روابط ولتاژ - جریان در خطوط انتقال انرژی

(حل مثال: الف)

$$\gamma = \sqrt{yz} = \sqrt{(j5.105 \times 10^{-6})(0.1603 + j0.8277)} = 2.0746 \times 10^{-3} \angle 84.52^\circ$$

$$\Rightarrow \gamma = 1.9812 \times 10^{-4} + j2.0651 \times 10^{-3} = \alpha + j\beta$$

$$\Rightarrow \gamma l = 0.4772 \angle 84.52^\circ = 0.0456 + j\underbrace{0.475}_{\text{رادیان}} = \alpha l + j\beta l$$

رادیان

$$Z_c = \sqrt{\frac{z}{y}} = \sqrt{\frac{0.1603 + j0.8277}{5.105 \times 10^{-6}}} = 406.4 \Omega \angle -5.48^\circ$$

$$\bar{V}_R = \frac{215^{kv}}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ = 124.13^{kv} \angle 0^\circ, \quad \bar{I}_R = \frac{125^{MW}}{\sqrt{3} \times 215 \times 1} \angle 0^\circ = 335.7^A \angle 0^\circ$$

$$\cosh(\gamma l) = \cosh(\alpha l + j\beta l) = \frac{e^{\alpha l + j\beta l} + e^{-\alpha l - j\beta l}}{2} = \frac{e^{\alpha l} e^{j\beta l} + e^{-\alpha l} e^{-j\beta l}}{2}$$

$$\Rightarrow \cosh(\gamma l) = \frac{e^{\alpha l} [\cos(\beta l) + j \sin(\beta l)] + e^{-\alpha l} [\cos(-\beta l) + j \sin(-\beta l)]}{2}$$

فصل چهارم: روابط ولتاژ - جریان در خطوط انتقال انرژی

$$\Rightarrow \cosh(\gamma l) = \frac{e^{\alpha l} [\cos(\beta l) + j \sin(\beta l)] + e^{-\alpha l} [\cos(\beta l) - j \sin(\beta l)]}{2}$$

$$\Rightarrow \cosh(\gamma l) = \frac{\cos(\beta l) [e^{\alpha l} + e^{-\alpha l}] + j \sin(\beta l) [e^{\alpha l} - e^{-\alpha l}]}{2}$$

$$\Rightarrow \cosh(\gamma l) = \cos(\beta l) \frac{[e^{\alpha l} + e^{-\alpha l}]}{2} + j \sin(\beta l) \frac{[e^{\alpha l} - e^{-\alpha l}]}{2}$$

$$\Rightarrow \cosh(\gamma l) = \cosh(\alpha l + j\beta l) = \cosh(\alpha l) \cos(\beta l) + j \sinh(\alpha l) \sin(\beta l)$$

$$\sinh(\gamma l) = \sinh(\alpha l + j\beta l) = \frac{e^{\alpha l + j\beta l} - e^{-\alpha l - j\beta l}}{2} = \frac{e^{\alpha l} e^{j\beta l} - e^{-\alpha l} e^{-j\beta l}}{2}$$

$$\Rightarrow \sinh(\gamma l) = \frac{e^{\alpha l} [\cos(\beta l) + j \sin(\beta l)] - e^{-\alpha l} [\cos(-\beta l) + j \sin(-\beta l)]}{2}$$

فصل چهارم: روابط ولتاژ - جریان در خطوط انتقال انرژی

$$\Rightarrow \sinh(\gamma l) = \frac{e^{\alpha l} [\cos(\beta l) + j \sin(\beta l)] - e^{-\alpha l} [\cos(\beta l) - j \sin(\beta l)]}{2}$$

$$\Rightarrow \sinh(\gamma l) = \frac{\cos(\beta l) [e^{\alpha l} - e^{-\alpha l}] + j \sin(\beta l) [e^{\alpha l} + e^{-\alpha l}]}{2}$$

$$\Rightarrow \sinh(\gamma l) = \cos(\beta l) \frac{[e^{\alpha l} - e^{-\alpha l}]}{2} + j \sin(\beta l) \frac{[e^{\alpha l} + e^{-\alpha l}]}{2}$$

$$\Rightarrow \sinh(\gamma l) = \sinh(\alpha l + j\beta l) = \sinh(\alpha l) \cos(\beta l) + j \cosh(\alpha l) \sin(\beta l)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \cosh(\gamma l) &= \cosh(0.0456 + j0.475) \\ &= \cosh(0.0456) \cos(0.475) + j \sinh(0.0456) \sin(0.475) \\ &= 0.8904 \angle 1.34^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} , \sinh(\gamma l) &= \sinh(0.0456 + j0.475) \\ &= \sinh(0.0456) \cos(0.475) + j \cosh(0.0456) \sin(0.475) \\ &= 0.4596 \angle 84.94^\circ \end{aligned}$$

فصل چهارم: روابط ولتاژ - جریان در خطوط انتقال انرژی

$$A = D = \cosh(\gamma l) = 0.8904 \angle 1.34^\circ, \quad B = Z_c \sinh(\gamma l) = 186.78 \angle 79.46^\circ$$

$$C = \frac{1}{Z_c} \sinh(\gamma l) = 0.001131 \angle 90.42^\circ$$

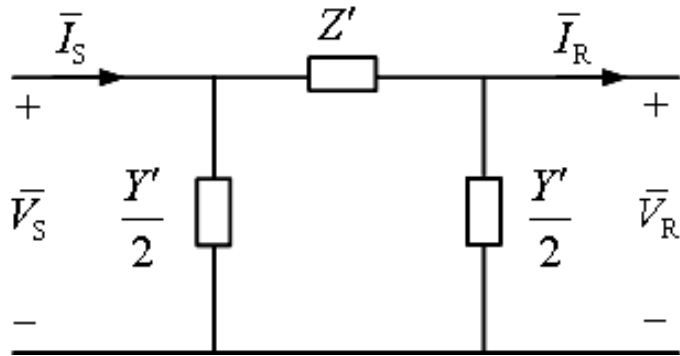
$$\begin{bmatrix} \bar{V}_S \\ \bar{I}_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_R \\ \bar{I}_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 137651^V \angle 27.77^\circ \\ 332.27^A \angle 26.33^\circ \end{bmatrix}$$

$$|\bar{V}_S^{\text{Line}}| = 137651^V \times \sqrt{3} = 238.8^{kv}, \quad \cos \theta_s = \cos(27.77^\circ - 26.33^\circ) = 0.9997 \approx 1$$

$$VR \% = \frac{|\bar{V}_S| / |A| - |\bar{V}_R|}{|\bar{V}_R|} \times 100 = \frac{\frac{137.65^{kv}}{0.8904} - 124.13^{kv}}{124.13^{kv}} \times 100 = 24.7\%$$

فصل چهارم: روابط ولتاژ - جریان در خطوط انتقال انرژی

$$\beta = 0.002065 \text{ rad/mi}, \quad \lambda = \frac{2\pi}{\beta} = 3045 \text{ mi}, \quad v = f\lambda = 182580 \text{ mi/sec}$$



$$Z' = Z_c \sinh(\gamma l) = B = 186.78 \Omega \angle 79.46^\circ$$

$$\frac{Y'}{2} = \frac{\cosh(\gamma l) - 1}{Z'} = \frac{0.8904 \angle 1.34^\circ - 1}{186.78 \Omega \angle 79.46^\circ} = 0.000599 \text{ S} \angle 89.81^\circ$$

$$Z = zl = (0.1603 + j0.8277) \times 230 = 193.9 \Omega \angle 79.04^\circ$$

$$\frac{Y}{2} = \frac{yl}{2} = \frac{(5.105 \times 10^{-6}) \times 230}{2} = 0.000587 \text{ S} \angle 90^\circ$$

جهت مقایسه

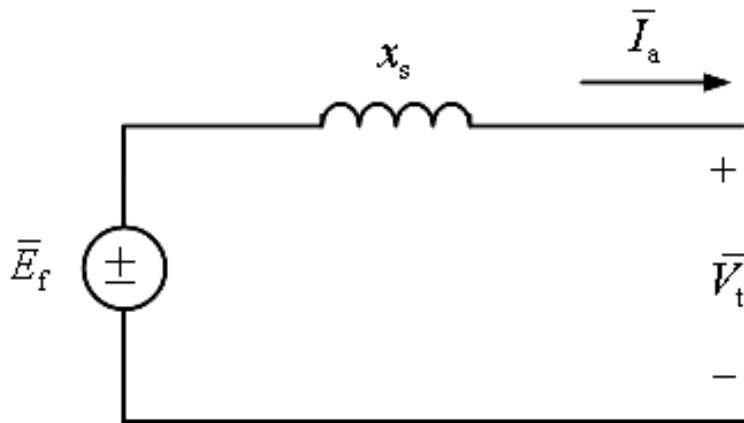
(ب)

(ج)

فصل پنجم: مدل سازی سیستم قدرت و محاسبات پخش بار

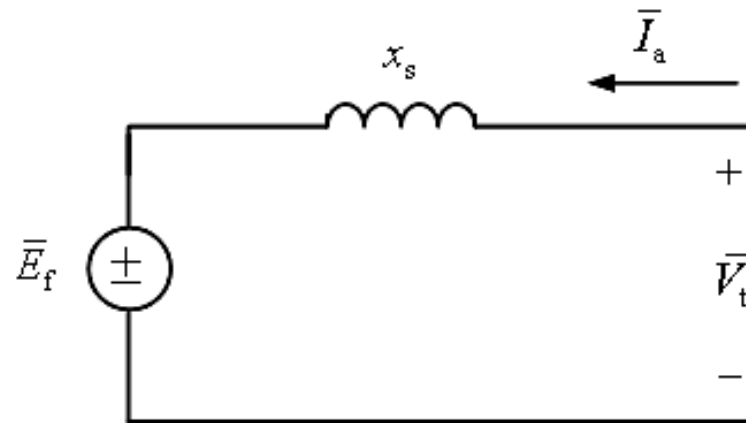
✓ برای تحلیل شبکه سیستم قدرت باید آن را مدل سازی کرد.

• مدار معادل ژنراتور و موتور سنکرون



مدار معادل یک فاز ژنراتور سنکرون

$$\bar{V}_t = \bar{E}_f - jx_s \bar{I}_a$$



مدار معادل یک فاز موتور سنکرون

$$\bar{V}_t = \bar{E}_f + jx_s \bar{I}_a$$

ولتاژ داخلی (تحریک) و ولتاژ ترمینال (خروجی) و راکتانس سنکرون، جریان آرمیچر (استاتور)، ولتاژ ترمینال (خروجی) و ولتاژ داخلی (تحریک)

فصل پنجم: مدل سازی سیستم قدرت و محاسبات پخش بار

توان خروجی ژنراتور سنکرون:

$$\bar{V}_t = \bar{E}_f - jx_s \bar{I}_a \Rightarrow \bar{E}_f = \bar{V}_t + jx_s \bar{I}_a, \quad \bar{V}_t = |\bar{V}_t| \angle 0^\circ, \quad \bar{E}_f = |\bar{E}_f| \angle \delta \rightarrow \text{زاویه توان}$$

$$\bar{I}_a = \frac{\bar{E}_f - \bar{V}_t}{jx_s} = \frac{|\bar{E}_f| \angle \delta - |\bar{V}_t| \angle 0^\circ}{x_s \angle 90^\circ} = \frac{|\bar{E}_f|}{x_s} \angle (\delta - 90^\circ) - \frac{|\bar{V}_t|}{x_s} \angle -90^\circ$$

$$\bar{S}_t^{3\phi} = 3\bar{V}_t \bar{I}_a^* = 3 \left(|\bar{V}_t| \angle 0^\circ \right) \left(\frac{|\bar{E}_f|}{x_s} \angle (\delta - 90^\circ) - \frac{|\bar{V}_t|}{x_s} \angle -90^\circ \right)^*$$

$$\Rightarrow \bar{S}_t^{3\phi} = 3 \frac{|\bar{E}_f| |\bar{V}_t|}{x_s} \angle (90^\circ - \delta) - 3 \frac{|\bar{V}_t|^2}{x_s} \angle 90^\circ$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P_t^{3\phi} = 3 \frac{|\bar{E}_f| |\bar{V}_t|}{x_s} \cos(90^\circ - \delta) - 3 \frac{|\bar{V}_t|^2}{x_s} \cos(90^\circ) = 3 \frac{|\bar{E}_f| |\bar{V}_t|}{x_s} \sin(\delta) \\ Q_t^{3\phi} = 3 \frac{|\bar{E}_f| |\bar{V}_t|}{x_s} \sin(90^\circ - \delta) - 3 \frac{|\bar{V}_t|^2}{x_s} \sin(90^\circ) = 3 \frac{|\bar{V}_t|}{x_s} (|\bar{E}_f| \cos(\delta) - |\bar{V}_t|) \end{cases}$$

فصل پنجم: مدل سازی سیستم قدرت و محاسبات پخش بار

مثال: یک ژنراتور سنکرون سه فاز، 50 MVA، 30 kv و 60 Hz دارای راکتانس سنکرون 9 اهم در هر فاز می باشد. این ژنراتور قدرت نامی را در ضریب قدرت 0.8 پس فاز در ولتاژ نامی پایانه خود به شبکه بینهایت تحویل می دهد. الف) ولتاژ تحریک در هر فاز و زاویه توان را تعیین کنید.

ب) با ثابت نگه داشتن تحریک در مقدار تعیین شده در بند الف، گشتاور ورودی آنقدر کاهش یافته است که ژنراتور توان 25 MW را تحویل دهد. جریان آرمیچر و ضریب قدرت را محاسبه کنید. همچنین حداکثر توان حالت ماندگار که ماشین می تواند قبل از خروج از همگامی (سنکرونیزم) تحویل دهد، چقدر است. جریان آرمیچر در این حالت چقدر است؟

حل مثال: الف)

$$\bar{V}_t = \frac{30^{kv}}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ = 17.32^{kv} \angle 0^\circ, \bar{S}_t^{3\phi} = 50^{MVA} \angle + \cos^{-1} 0.8 = 40^{MW} + j30^{MVAR}$$

فصل پنجم: مدل سازی سیستم قدرت و محاسبات پخش بار

$$\bar{I}_a = \frac{\bar{S}_t^{3\phi*}}{3\bar{V}_t^*} = 962.28^A \angle -36.87^\circ, \quad \bar{E}_f = \bar{V}_t + jx_s \bar{I}_a = 23558^V \angle 17.1^\circ$$

در نتیجه ولتاژ تحریک در هر فاز (خط به ختی) 23.56 kv و زاویه توان 17.1 درجه است.

(ب)

$$P_t^{3\phi} = 3 \frac{|\bar{E}_f| |\bar{V}_t|}{x_s} \sin(\delta) \Rightarrow \delta = \sin^{-1} \left(\frac{P_t^{3\phi} \times x_s}{3 |\bar{E}_f| |\bar{V}_t|} \right) = \sin^{-1} \left(\frac{25 \times 10^6 \times 9}{3 \times 17.32 \times 23.56 \times 10^6} \right) = 10.591^\circ$$

$$\bar{I}_a = \frac{23.56^{kv} \angle 10.591^\circ - 17.32^{kv} \angle 0^\circ}{j9} = 807.7^A \angle -53.44^\circ \rightarrow \cos \varphi = 0.596 \text{ پس فاز}$$

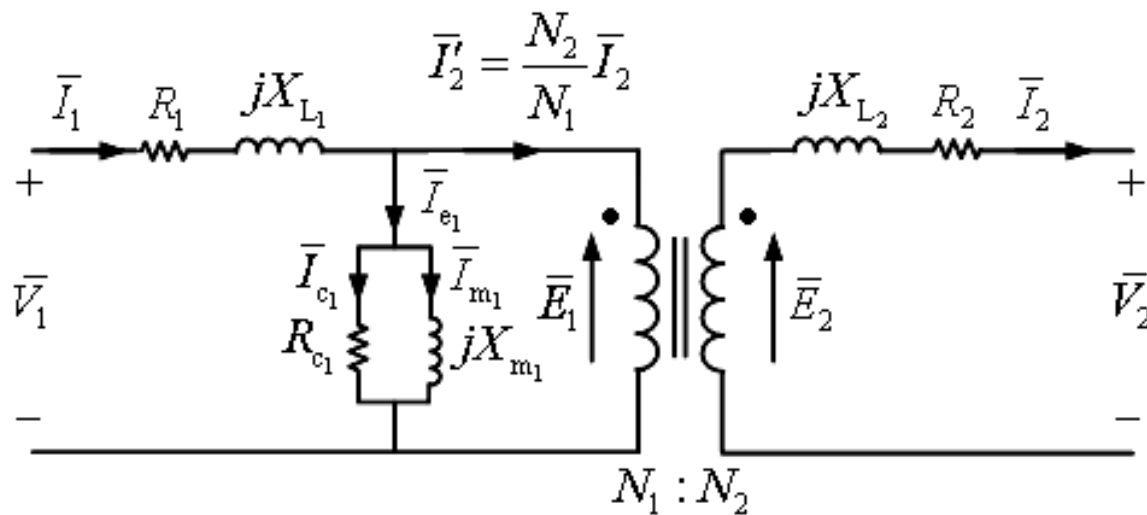
$$P_{\max} \rightarrow \delta = 90^\circ \rightarrow P_{t,\max}^{3\phi} = 3 \frac{|\bar{E}_f| |\bar{V}_t|}{x_s} = 3 \frac{17.32 \times 23.56}{9} = 136^{MW}$$

$$\bar{I}_a = \frac{23.56^{kv} \angle 90^\circ - 17.32^{kv} \angle 0^\circ}{j9} = 3249^A \angle +36.32^\circ \rightarrow \cos \varphi = 0.8057 \text{ پیش فاز}$$

فصل پنجم: مدل سازی سیستم قدرت و محاسبات پخش بار

- مدار معادل ترانسفورماتور قدرت

مدار معادل ترانسفورماتور واقعی:

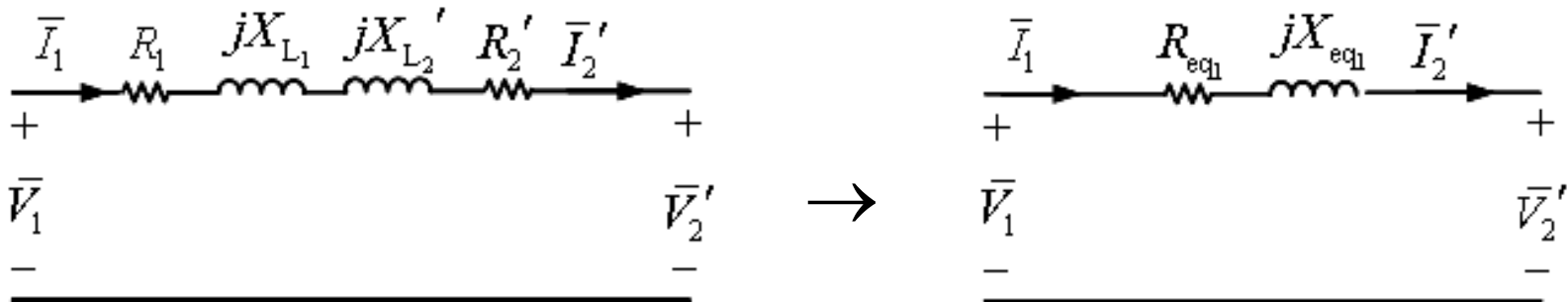


$$\frac{\bar{E}_1}{\bar{E}_2} = \frac{N_1}{N_2} = a, \quad \frac{\bar{I}'_2}{\bar{I}_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{a}$$

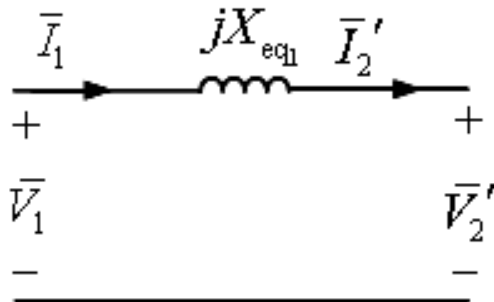
فصل پنجم: مدل سازی سیستم قدرت و محاسبات پخش بار

- مدار معادل ترانسفورماتور قدرت

مدار معادل ساده شده ارجاع شده به سمت اولیه:



$$Z_{eq1} = R_{eq1} + jX_{eq1}, \quad R_{eq1} = R_1 + R_2', \quad X_{eq1} = X_{L1} + X_{L2}'$$



معمولاً از R_{eq} نیز در مقایسه با X_{eq} صرفه نظر می شود:

فصل پنجم: مدل سازی سیستم قدرت و محاسبات پخش بار

• سیستم پریونیت Per Unit

تحلیل سیستم قدرت به هم پیوسته با چندین سطوح ولتاژ مختلف به تبدیلات پرزحمتی شامل تغییر تمامی امپدانس ها به یک سطح ولتاژ خاص نیاز دارد. سیستم پریونیت راه حل این مسأله است؛ به این صورت که کمیت های فیزیکی مختلف مانند توان، ولتاژ، جریان و امپدانس به صورت اعداد اعشاری یا ضربی از کمیت های مبنا بیان می شوند. مقدار پریونیت هر کمیت به صورت زیر تعریف می شود:

$$\text{کمیت بر حسب پریونیت} = \frac{\text{مقدار واقعی کمیت}}{\text{مقدار مبنای کمیت}}$$

$$\bar{S}_{\text{pu}} = \frac{\bar{S}}{S_B}, \quad \bar{V}_{\text{pu}} = \frac{\bar{V}}{V_B}, \quad \bar{I}_{\text{pu}} = \frac{\bar{I}}{I_B}, \quad Z_{\text{pu}} = \frac{Z}{Z_B}$$

فصل پنجم: مدل سازی سیستم قدرت و محاسبات پخش بار

معمولاً ولت آمپر سه فاز S_B یا MVA_B و ولتاژ خط به خط V_B یا kv_B انتخاب می شوند؛ جریان و امپدانس مبنا به S_B و V_B بستگی داشته و باید از قوانین مداری پیروی کنند:

$$I_B = \frac{S_B}{\sqrt{3}V_B}, \quad Z_B = \frac{V_B / \sqrt{3}}{I_B} = \frac{V_B / \sqrt{3}}{S_B / \sqrt{3}V_B} = \frac{V_B^2}{S_B} = \frac{(kv_B)^2}{MVA_B}$$

مثال: ولتاژ خط به خط دو سر بار با اتصال ستاره ای که از سه امپدانس مساوی $20^\Omega \angle 30^\circ$ تشکیل شده 4.4^{kv} است. امپدانس هر یک از سه خطی که بار را به شینه ای واقع در یک پست برق وصل می کنند $1.4^\Omega \angle 75^\circ$ است. با استفاده از سیستم پریونیت و با انتخاب ولتاژ 4.4^{kv} و 127^A به عنوان مبنا، ولتاژ خط به خط را در شینه پست برق به دست آورید.

فصل پنجم: مدل سازی سیستم قدرت و محاسبات پخش بار

حل مثال:

$$V_B = 4.4 \text{ kv} , I_B = 127 \text{ A} \Rightarrow Z_B = \frac{V_B / \sqrt{3}}{I_B} = 20 \Omega$$

$$Z_{\text{Load}}^{\text{pu}} = \frac{20 \angle 30^\circ}{20} = 1^{\text{pu}} \angle 30^\circ , Z_{\text{Line}}^{\text{pu}} = \frac{1.4 \angle 75^\circ}{20} = 0.07^{\text{pu}} \angle 75^\circ$$

$$\bar{V}_{\text{Load}}^{\text{pu}} = \frac{4400 \angle 0^\circ}{4400} = 1^{\text{pu}} \angle 0^\circ , \bar{I}_{\text{Load}}^{\text{pu}} = \frac{\bar{V}_{\text{Load}} / \sqrt{3}}{Z_{\text{Load}}} = \frac{4400 \angle 0^\circ / \sqrt{3}}{20 \angle 30^\circ} = 1^{\text{pu}} \angle -30^\circ$$

$$\bar{V}_a^{\text{pu}} = 1^{\text{pu}} \angle 0^\circ + (1^{\text{pu}} \angle -30^\circ)(0.07^{\text{pu}} \angle 75^\circ) = 1 + 0.07 \angle 45^\circ = 1.051^{\text{pu}} \angle 2.7^\circ$$

$$V_{\text{LN}} = |\bar{V}_a^{\text{pu}}| \times V_B^\varphi = 1.051 \times \frac{4400}{\sqrt{3}} = 2.67 \text{ kv}$$

$$V_{\text{LL}} = |\bar{V}_a^{\text{pu}}| \times V_B^{\text{L}} = 1.051 \times 4400 = 4.62 \text{ kv}$$

فصل پنجم: مدل سازی سیستم قدرت و محاسبات پخش بار

• تغییر مبنا

گاهی امپدانس پریونیت عنصری از یک سیستم با مبنایی غیر از مبنای انتخاب شده برای آن بخش از سیستم که عنصر مذکور در آن قرار دارد، داده می شود. چون در هنگام انجام محاسبات، همه امپدانس های یک سیستم باید در یک مبنا بیان شوند، لازم است که بتوانیم امپدانس های پریونیت را از یک مبنا به مبنایی دیگر تبدیل کنیم:

$$Z_{pu}^{old} = \frac{Z}{Z_B^{old}}, \quad Z_{pu}^{new} = \frac{Z}{Z_B^{new}} \Rightarrow Z_{pu}^{new} = Z_{pu}^{old} \frac{Z_B^{old}}{Z_B^{new}} = Z_{pu}^{old} \frac{V_B^{old^2} / S_B^{old}}{V_B^{new^2} / S_B^{new}}$$

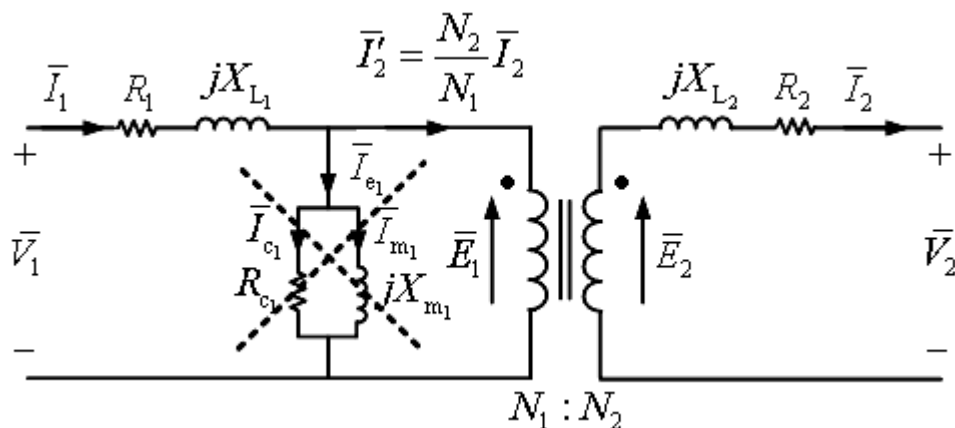
$$\Rightarrow Z_{pu}^{new} = Z_{pu}^{old} \left(\frac{S_B^{new}}{S_B^{old}} \right) \left(\frac{V_B^{old}}{V_B^{new}} \right)^2$$

فصل پنجم: مدل سازی سیستم قدرت و محاسبات پخش بار

مثال: راکتانس یک ژنراتور (x_s) با مبنای 18^{kv} و 500^{MVA} (مقادیر پلاک مشخصات ژنراتور) به صورت 0.25^{pu} داده شده است. مبنای انجام محاسبات 20^{kv} و 100^{MVA} است. x_s در مبنای جدید را محاسبه کنید.

$$x_{s,pu}^{new} = x_{s,pu}^{old} \left(\frac{S_B^{new}}{S_B^{old}} \right) \left(\frac{V_B^{old}}{V_B^{new}} \right)^2 = (0.25) \left(\frac{100}{500} \right) \left(\frac{18}{20} \right)^2 = 0.0405^{pu} \quad \text{حل مثال:}$$

• سیستم پریونیت در ترانسفورماتور تکفاز



$$\begin{aligned} & S_B \\ & V_{B_1}, V_{B_2} \\ & I_{B_1}, I_{B_2} \\ & Z_{B_1}, Z_{B_2} \end{aligned}$$

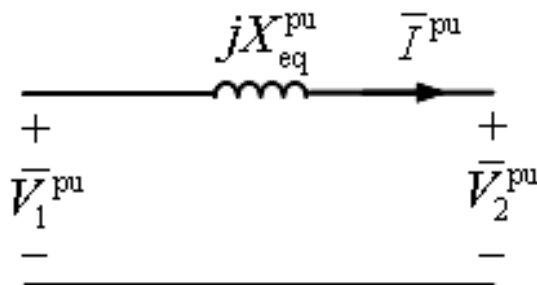
فصل پنجم: مدل سازی سیستم قدرت و محاسبات پخش بار

$$\frac{V_{B_1}}{V_{B_2}} = \frac{N_1}{N_2} = a, \quad \frac{I_{B_1}}{I_{B_2}} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{a} \Rightarrow V_{B_1} = aV_{B_2}, \quad I_{B_1} = \frac{1}{a}I_{B_2}$$

$$\bar{I}_1^{\text{pu}} = \frac{\bar{I}_1}{I_{B_1}} = \frac{\frac{1}{a}\bar{I}_2}{\frac{1}{a}I_{B_2}} = \frac{\bar{I}_2}{I_{B_2}} = \bar{I}_2^{\text{pu}} \Rightarrow \bar{I}_1^{\text{pu}} = \bar{I}_2^{\text{pu}}$$

$$Z_1^{\text{pu}} = \frac{Z_1}{Z_{B_1}} = \frac{a^2 Z_2}{\frac{V_{B_1}}{I_{B_1}}} = \frac{a^2 Z_2}{\frac{aV_{B_2}}{1/a I_{B_2}}} = \frac{a^2 Z_2}{a^2 \frac{V_{B_2}}{I_{B_2}}} = \frac{a^2 Z_2}{a^2 Z_{B_2}} = \frac{Z_2}{Z_{B_2}} = Z_2^{\text{pu}} \Rightarrow Z_1^{\text{pu}} = Z_2^{\text{pu}}$$

در نتیجه در سیستم پریونیت، ترانس ایده ال حذف می گردد.



مدار معادل ترانسفورماتور در سیستم پریونیت:

$$\bar{V}_1^{\text{pu}} = \bar{V}_2^{\text{pu}} + jX_{\text{eq}}^{\text{pu}} \bar{I}_{\text{pu}}$$

فصل پنجم: مدل سازی سیستم قدرت و محاسبات پخش بار

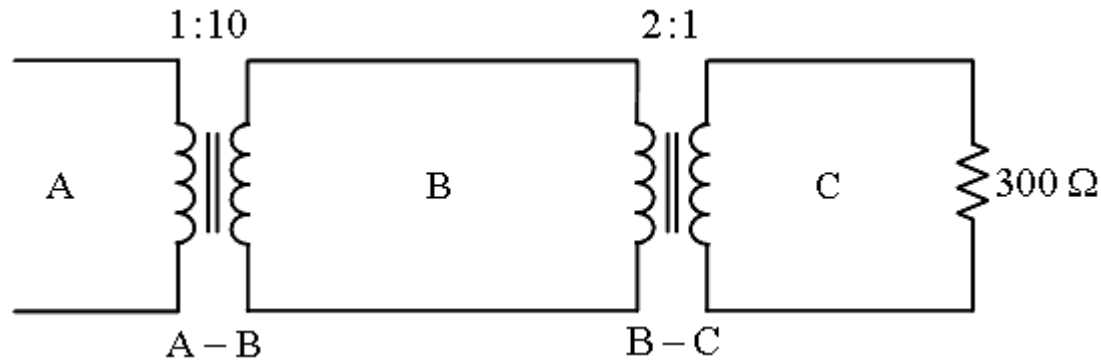
مثال: A، B، C سه بخش یک سیستم الکتریکی تکفاز را مشخص می کنند. این سه بخش از طریق دو ترانس تکفاز به هم وصل شده اند:

ترانس A-B: 10 MVA ، $138\text{ kv} / 13.8\text{ kv}$ ، 10% راکتانس نشت

ترانس B-C: 10 MVA ، $69\text{ kv} / 138\text{ kv}$ ، 8% راکتانس نشت

اگر مبنا در مدار B را 10 MVA ، 138 kv انتخاب کنیم، امپدانس پریونیت بار 300 اهمی در مدار C را وقتی به مدار C، B یا A ارجاع داده شود، به دست آورید. نمودار امپدانس های مدار را رسم کنید. ولتاژ ورودی به مدار A را در صورتی که ولتاژ بار 66 کیلو ولت باشد، محاسبه کنید.

فصل پنجم: مدل سازی سیستم قدرت و محاسبات پخش بار



حل مثال:

$$S_{\text{Base}} = S_B = 10 \text{ MVA}$$

$$V_{\text{Base}}^B = 138 \text{ kv} \rightarrow V_{\text{Base}}^A = \frac{1}{10} \times 138 \text{ kv} = 13.8 \text{ kv} , V_{\text{Base}}^C = \frac{1}{2} \times 138 \text{ kv} = 69 \text{ kv}$$

$$Z_{\text{Base}}^A = \frac{(V_{\text{Base}}^A)^2}{S_B} = \frac{13.8^2}{10} = 19.044 \Omega , Z_{\text{Base}}^B = \frac{(V_{\text{Base}}^B)^2}{S_B} = \frac{138^2}{10} = 1904.4 \Omega$$

$$Z_{\text{Base}}^C = \frac{(V_{\text{Base}}^C)^2}{S_B} = \frac{69^2}{10} = 476.1 \Omega$$

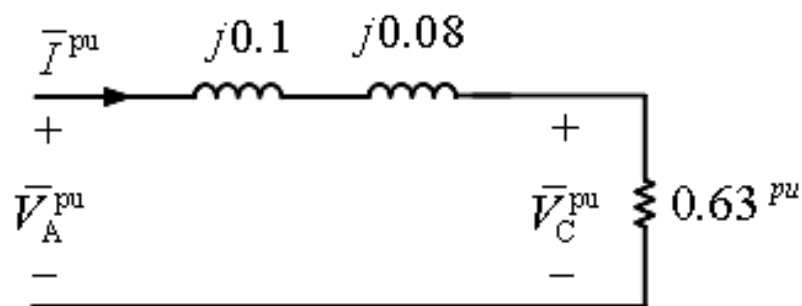
فصل پنجم: مدل سازی سیستم قدرت و محاسبات پخش بار

$$Z_{pu}^C = \frac{Z_C}{Z_{Base}^C} = \frac{300}{476.1} = 0.63 \text{ pu}, \quad Z_{pu}^B = \frac{Z'_C}{Z_{Base}^B} = \frac{300 \times 2^2}{1904.4} = 0.63 \text{ pu}$$

$$Z_{pu}^A = \frac{(Z'_C)'}{Z_{Base}^A} = \frac{(300 \times 2^2) \times 0.1^2}{19.044} = 0.63 \text{ pu}$$

$$\Rightarrow Z_{pu}^A = Z_{pu}^B = Z_{pu}^C = 0.63 \text{ pu}$$

راکتانس های نشت ترانس ها مطابق مبنای انتخاب شده هستند. در نتیجه داریم:



$$\bar{V}_{pu}^C = \frac{66^{kv} \angle 0^\circ}{69^{kv}} = 0.956^{pu} \angle 0^\circ$$

$$\Rightarrow \bar{I}^{pu} = \frac{0.956^{pu} \angle 0^\circ}{0.63} = 1.52^{pu} \angle 0^\circ$$

$$\bar{V}_{pu}^A = 0.956^{pu} \angle 0^\circ + j(0.1 + 0.08) \times 1.52^{pu} \angle 0^\circ = 0.994^{pu} \angle 15.97^\circ$$

$$\bar{V}_A = 0.994 \times 13.8 = 13.72^{kv}$$

فصل پنجم: مدل سازی سیستم قدرت و محاسبات پخش بار

• ترانسفورماتور سه فاز

نسبت تبدیل در مدار معادل تکفاز بستگی به نوع اتصال دارد:

$$YY: k = \frac{\text{ولتاژ خط اولیه}}{\text{ولتاژ خط ثانویه}} = \frac{\bar{V}_1^L}{\bar{V}_2^L} = \frac{\sqrt{3}\bar{V}_1^\phi}{\sqrt{3}\bar{V}_2^\phi} = \frac{\bar{V}_1^\phi}{\bar{V}_2^\phi} = \frac{\text{ولتاژ فاز اولیه}}{\text{ولتاژ فاز ثانویه}} = \frac{N_1}{N_2} = a$$

$$\Delta\Delta: k = \frac{\text{ولتاژ خط اولیه}}{\text{ولتاژ خط ثانویه}} = \frac{\bar{V}_1^L}{\bar{V}_2^L} = \frac{\bar{V}_1^\phi}{\bar{V}_2^\phi} = \frac{N_1}{N_2} = a$$

$$\Delta Y: k = \frac{\text{ولتاژ خط اولیه}}{\text{ولتاژ خط ثانویه}} = \frac{\bar{V}_1^L}{\bar{V}_2^L} = \frac{\bar{V}_1^\phi}{\sqrt{3}\bar{V}_2^\phi} = \frac{N_1}{\sqrt{3}N_2} = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

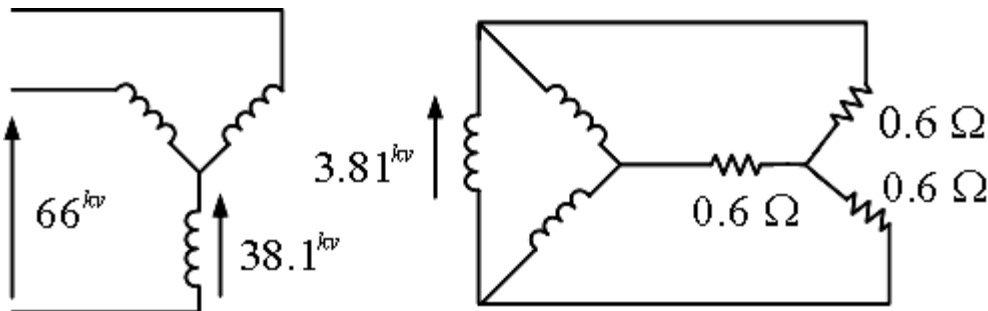
$$Y\Delta: k = \frac{\text{ولتاژ خط اولیه}}{\text{ولتاژ خط ثانویه}} = \frac{\bar{V}_1^L}{\bar{V}_2^L} = \frac{\sqrt{3}\bar{V}_1^\phi}{\bar{V}_2^\phi} = \frac{\sqrt{3}N_1}{N_2} = a\sqrt{3}$$

فصل پنجم: مدل سازی سیستم قدرت و محاسبات پخش بار

در اتصال های ستاره-مثلث و مثلث-ستاره بهتر است که اتصال مثلث با معادل ستاره آن جایگزین گردد و سپس مدار معادل تکفاز بررسی شود.

$$Z_Y = \frac{Z_{\Delta}}{3}$$

مثال: سه ترانس با اندازه های نامی $25 MVA$, $38.1^{kv}/3.81^{kv}$ مطابق شکل زیر به صورت ستاره-مثلث بسته شده اند و سه بار مقاومتی 0.6 اهمی با اتصال ستاره دارند. مبنایی برابر 66^{kv} , $75 MVA$ برای طرف فشار قوی انتخاب کنید و مبنای فشار ضعیف را به دست آورید. مقدار پریونیت مقاومت بار را در مبنای طرف فشار ضعیف تعیین کنید. سپس مقدار ارجاع شده مقاومت بار را در طرف فشار قوی و نیز مقدار پریونیتی آن را در مبنای انتخاب شده بیابید.



فصل پنجم: مدل سازی سیستم قدرت و محاسبات پخش بار

حل مثال: اندازه های نامی ترانس به صورت گروه سه فاز عبارت است از:

$$66^{kv} Y/3.81^{kv} \Delta, 75 MVA$$

بنابراین مبنا برای طرف فشار ضعیف عبارت است از: 3.81^{kv} , $75 MVA$

$$Z_B^L = \frac{(3.81)^2}{75} = 0.1935 \Omega, R_{Load}^{pu,L} = \frac{0.6}{0.1935} = 3.1^{pu}, R_{Load}^H = R_{Load}^L \times k_{Y-\Delta}^2$$

$$\Rightarrow R_{Load}^H = 0.6 \times \left(\frac{\sqrt{3} 38.1}{3.81} \right)^2 = 180 \Omega, Z_B^H = \frac{(66)^2}{75} = 58.08 \Omega, R_{Load}^{pu,H} = \frac{180}{58.08} = 3.1^{pu}$$

مثال: ترانس سه فازی دارای اندازه های نامی $220^{kv} Y/22^{kv} \Delta, 400 MVA$ است. امیدانس اتصال کوتاه اندازه گیری شده در طرف فشار ضعیف ترانس 0.121Ω است. راکتانس پریونیت ترانس را تعیین کنید. اگر مبنا در طرف فشار قوی $230^{kv}, 100 MVA$ باشد، این مقدار چقدر است؟ (از مقاومت اهمی ترانس صرف نظر کنید).

فصل پنجم: مدل سازی سیستم قدرت و محاسبات پخش بار

حل مثال:

$$Z_B^L = \frac{(22)^2}{400} = 1.21 \Omega, \quad x^{pu} = \frac{0.121}{1.21} = 0.1^{pu}$$

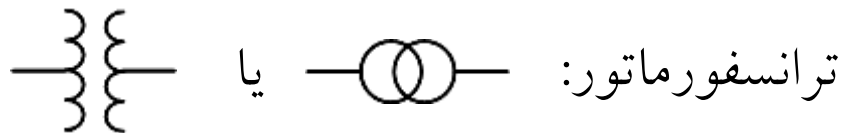
$$x_{new}^{pu} = 0.1 \times \frac{100}{400} \times \left(\frac{220}{230}\right)^2 = 0.0228^{pu}$$

• نمودار تک خطی

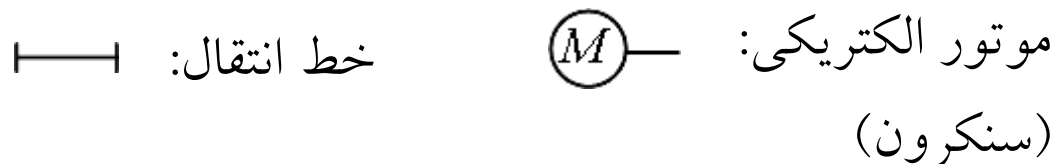
نمادهای تجهیزات سیستم قدرت:



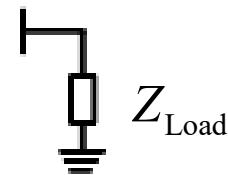
ژنراتور:



ترانسفورماتور:



موتور الکتریکی:
(سنکرون)



بار استاتیکی:

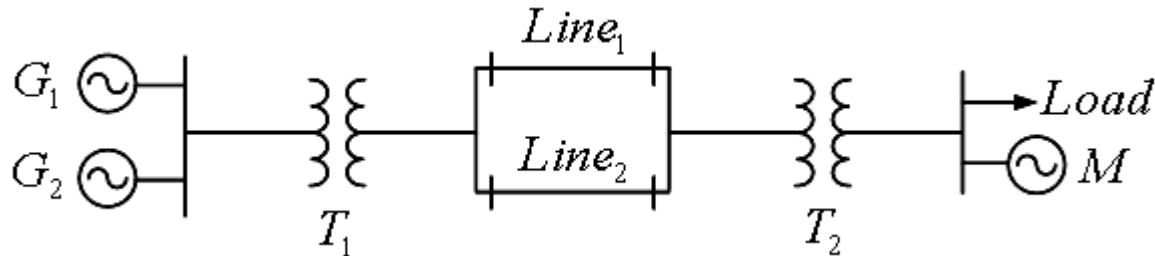


بار دینامیکی:

(موتور القایی، ...)

فصل پنجم: مدل سازی سیستم قدرت و محاسبات پخش بار

مثال:



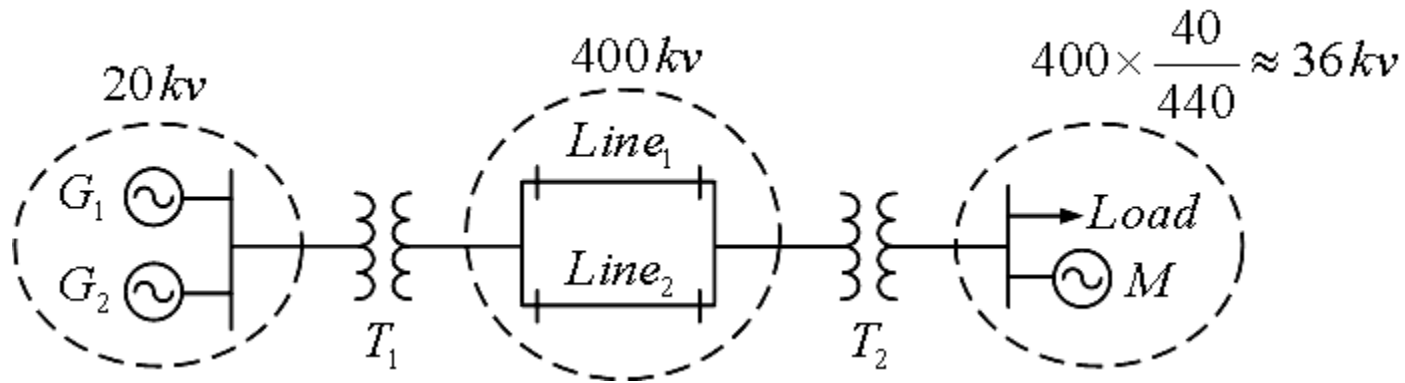
$$G_1 \begin{cases} 100 \text{ MVA} \\ 20 \text{ kv} \\ 100\% \end{cases}, G_2 \begin{cases} 120 \text{ MVA} \\ 20 \text{ kv} \\ 110\% \end{cases}, T_1 \begin{cases} 200 \text{ MVA} \\ 20 \text{ kv}/400 \text{ kv} \\ 10\% \end{cases}, T_2 \begin{cases} 200 \text{ MVA} \\ 440 \text{ kv}/40 \text{ kv} \\ 10\% \end{cases}, M \begin{cases} 80 \text{ MVA} \\ 40 \text{ kv} \\ 120\% \end{cases}$$

$$Z_{\text{line}_1} = Z_{\text{line}_2} = j160 \frac{\Omega}{\phi}, \bar{S}_{\text{Load}} = (80 + j60)^{\text{MVA}}$$

چنانچه موتور در شرایط نامی در ضریب قدرت واحد کار کند، مطلوب است محاسبه توان مختلط تولیدی ژنراتورها؟

فصل پنجم: مدل سازی سیستم قدرت و محاسبات پخش بار

حل مثال:



$$S_B = 100 \text{ MVA}, V_{\text{base}}^G = 20 \text{ kv}$$

$$x_{G_1}^{\text{pu}} = 1 \text{ pu}, x_{G_2}^{\text{pu}} = 1.1 \left(\frac{100}{120} \right) \left(\frac{20}{20} \right)^2 = 0.917 \text{ pu}$$

$$x_{T_1}^{\text{pu}} = 0.1 \left(\frac{100}{200} \right) \left(\frac{20}{20} \right)^2 = 0.05 \text{ pu}$$

$$x_{T_2}^{\text{pu}} = 0.1 \left(\frac{100}{200} \right) \left(\frac{440}{400} \right)^2 = 0.1 \left(\frac{100}{200} \right) \left(\frac{40}{36} \right)^2 = 0.0605 \text{ pu}$$

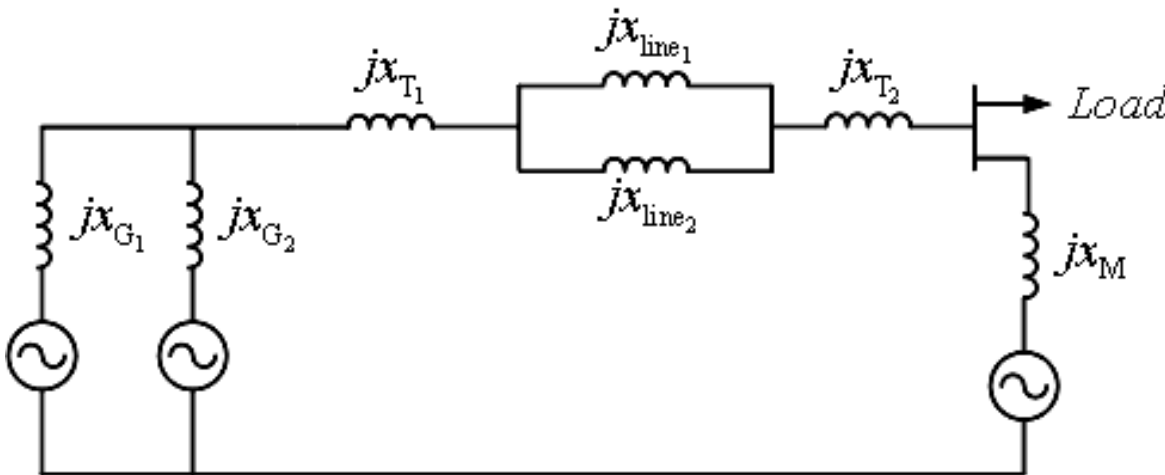
فصل پنجم: مدل سازی سیستم قدرت و محاسبات پخش بار

$$x_M^{pu} = 1.2 \left(\frac{100}{80} \right) \left(\frac{40}{36} \right)^2 = 1.852 \text{ pu} , \quad \bar{S}_{Load}^{pu} = \frac{80 + j60}{100} = 0.8 + j0.6 \text{ pu}$$

$$Z_{base}^{line} = \frac{(400)^2}{100} = 1600 \Omega \Rightarrow Z_{line_1}^{pu} = Z_{line_2}^{pu} = \frac{j160}{1600} = j0.1 \text{ pu}$$

نقطه کار :

$$\begin{cases} \bar{S}_M^{pu} = \frac{80 \angle 0^\circ}{100} = 0.8^{pu} \angle 0^\circ \\ \bar{V}_M^{pu} = \frac{40 \angle 0^\circ}{36} = 1.1^{pu} \angle 0^\circ \end{cases} , \quad \bar{I}_M^{pu} = \frac{(\bar{S}_M^{pu})^*}{(\bar{V}_M^{pu})^*} = \dots$$



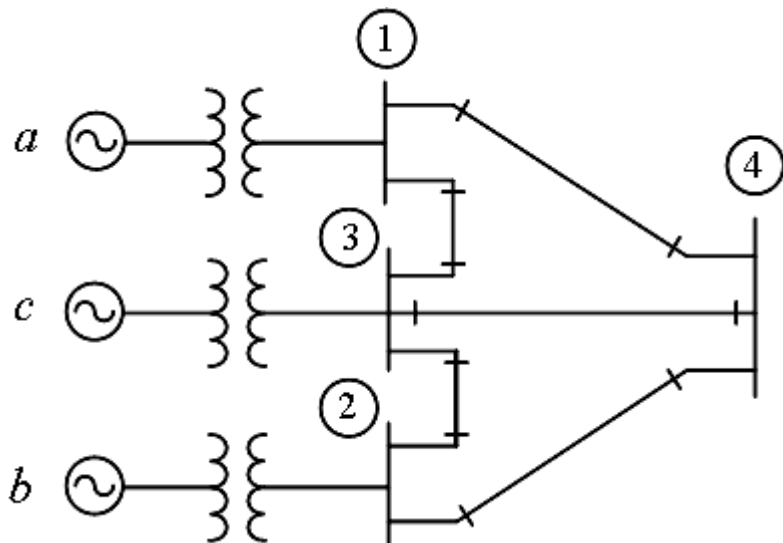
مدار معادل امپدانس یک فاز
نمودار تک خطی در
سیستم پریونیت:

فصل پنجم: مدل سازی سیستم قدرت و محاسبات پخش بار

• معادله های گرهی

هر نقطه اتصال سرهای دو یا چند عنصر مدار (C, L, R) و منبع ایده ال ولتاژ یا جریان) به یکدیگر گره نام دارد. گره های اصلی به گره هایی گفته می شود که به آنها بیش از دو عنصر وصل می شود. اصطلاحاً به گره هایی که وجود خارجی دارند، باس بار یا شینه می گویند. تعداد باس بارها نشان دهنده نوع سیستم (از لحاظ اندازه) است.

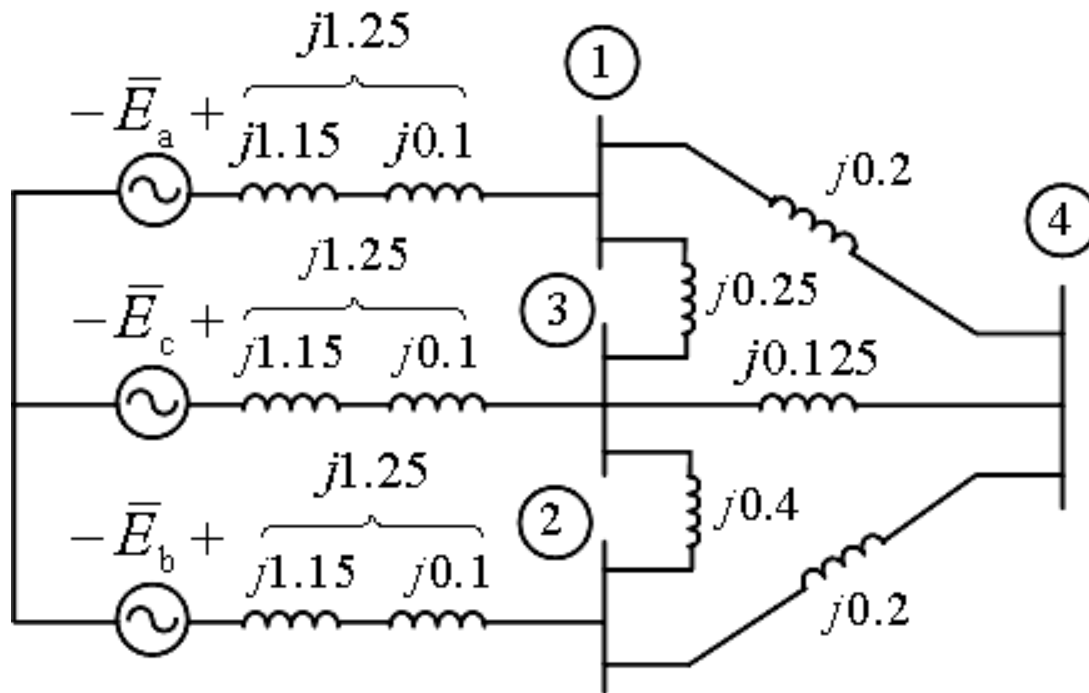
مثال: نمودار تک خطی زیر را در نظر بگیرید:



فصل پنجم: مدل سازی سیستم قدرت و محاسبات پخش بار

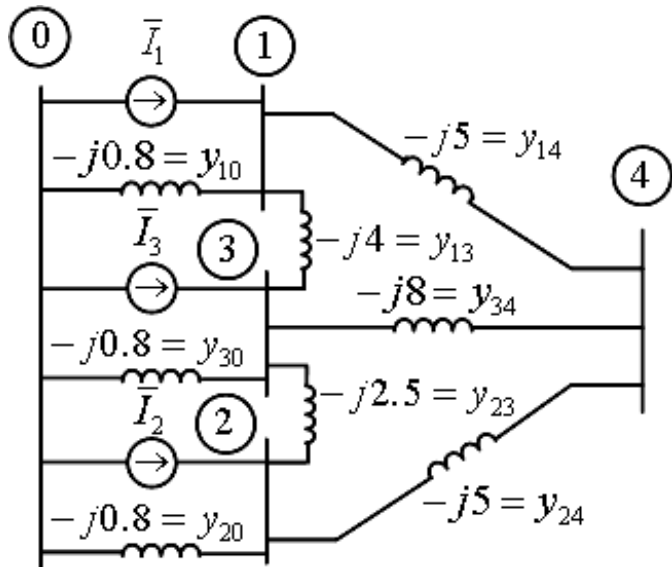
نمودار راکتانس های سیستم:

(مدار معادل امپدانسی پریونیتی یک فاز)



فصل پنجم: مدل سازی سیستم قدرت و محاسبات پخش بار

مدار معادل ادمیتانسی پریونیتی یک فاز:



$$1 \text{ بار در KCL : } \bar{I}_1 = y_{10}\bar{V}_1 + y_{13}(\bar{V}_1 - \bar{V}_3) + y_{14}(\bar{V}_1 - \bar{V}_4)$$

$$2 \text{ بار در KCL : } \bar{I}_2 = y_{20}\bar{V}_2 + y_{23}(\bar{V}_2 - \bar{V}_3) + y_{24}(\bar{V}_2 - \bar{V}_4)$$

$$3 \text{ بار در KCL : } \bar{I}_3 = y_{30}\bar{V}_3 + y_{31}(\bar{V}_3 - \bar{V}_1) + y_{32}(\bar{V}_3 - \bar{V}_2) + y_{34}(\bar{V}_3 - \bar{V}_4)$$

$$4 \text{ بار در KCL : } 0 = y_{41}(\bar{V}_4 - \bar{V}_1) + y_{42}(\bar{V}_4 - \bar{V}_2) + y_{43}(\bar{V}_4 - \bar{V}_3)$$

فصل پنجم: مدل سازی سیستم قدرت و محاسبات پخش بار

به فرم ماتریسی: $[\bar{I}] = [Y_{\text{BUS}}][\bar{V}]$

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \\ \bar{I}_3 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{10} + y_{13} + y_{14} & 0 & -y_{13} & -y_{14} \\ 0 & y_{20} + y_{23} + y_{24} & -y_{23} & -y_{24} \\ -y_{13} & -y_{23} & y_{30} + y_{31} + y_{32} + y_{34} & -y_{34} \\ -y_{14} & -y_{24} & -y_{34} & y_{41} + y_{42} + y_{43} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \\ \bar{V}_3 \\ \bar{V}_4 \end{bmatrix}$$

هر عنصر قطری برابر مجموع ادمیتانس های متصل به باس بار i ام }
 در نتیجه:
 هر عنصر غیر قطری برابر منفی ادمیتانس موجود بین باس بار i ام و j ام }

$$\Rightarrow \begin{cases} Y_{ii} = y_{i0} + y_{i1} + \dots + y_{iN} \\ Y_{ij} = -y_{ij} \end{cases}$$

فصل پنجم: مدل سازی سیستم قدرت و محاسبات پخش بار

✓ در نتیجه Y_{BUS} ماتریسی است $N \times N$ (تعداد باس بارها) و ماتریسی است متقارن و نیز دارای عناصر صفر زیاد

$$\text{فرض: } \bar{E}_a = 1.5^{pu} \angle 0^\circ, \bar{E}_b = 1.5^{pu} \angle -36.87^\circ, \bar{E}_c = 1.5^{pu} \angle 0^\circ$$

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_3 = \frac{1.5^{pu} \angle 0^\circ}{j1.25} = 1.2^{pu} \angle -90^\circ, \bar{I}_2 = \frac{1.5^{pu} \angle -36.87^\circ}{j1.25} = 1.2^{pu} \angle -126.87^\circ$$

$$\begin{bmatrix} 1.2 \angle -90^\circ \\ 1.2 \angle -126.87^\circ \\ 1.2 \angle -90^\circ \\ 0 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -j9.8 & 0 & j4 & j5 \\ 0 & -j8.3 & j2.5 & j5 \\ j4 & j2.5 & -j15.3 & j8 \\ j5 & j5 & j8 & -j18 \end{bmatrix}}_{Y_{BUS}} \begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \\ \bar{V}_3 \\ \bar{V}_4 \end{bmatrix}$$

$$[\bar{I}] = [Y_{BUS}][\bar{V}] \Rightarrow [\bar{V}] = [Y_{BUS}]^{-1}[\bar{I}], [Z_{BUS}] = [Y_{BUS}]^{-1} \Rightarrow [\bar{V}] = [Z_{BUS}][\bar{I}]$$

فصل پنجم: مدل سازی سیستم قدرت و محاسبات پخش بار

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \\ \bar{V}_3 \\ \bar{V}_4 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} j0.4774 & j0.3706 & j0.4020 & j0.4142 \\ j0.3706 & j0.4872 & j0.3992 & j0.4126 \\ j0.4020 & j0.3922 & j0.4558 & j0.4232 \\ j0.4142 & j0.4126 & j0.4232 & j0.4733 \end{bmatrix}}_{Z_{BUS}} \begin{bmatrix} 1.2 \angle -90^\circ \\ 1.2 \angle -126.87^\circ \\ 1.2 \angle -90^\circ \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1.436 \angle -10.71^\circ \\ 1.427 \angle -14.24^\circ \\ 1.434 \angle -11.36^\circ \\ 1.432 \angle -11.97^\circ \end{bmatrix}^{pu}$$

✓ در نتیجه Z_{BUS} ماتریسی است مربعی و متقارن و فاقد درایه های صفر و متمایز

فصل پنجم: مدل سازی سیستم قدرت و محاسبات پخش بار

• محاسبات پخش بار : (LF) Load Flow

کمیت های اصلی باس بار عبارتند از:

$$\left. \begin{array}{l} |\bar{V}_i| : \text{اندازه ولتاژ باس بار } i \text{ ام} \\ \delta_i : \text{اختلاف فاز بین } \bar{V}_i \text{ و ولتاژ مبنا (معمولاً } \bar{V}_{\text{base}} \angle 0^\circ \text{)} \\ P_i : \text{توان اکتیو خالص باس بار } i \text{ ام} \\ Q_i : \text{توان راکتیو خالص باس بار } i \text{ ام} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \bar{V}_i = |\bar{V}_i| \angle \delta_i \\ P_i = P_{G_i} - P_{L_i} \\ Q_i = Q_{G_i} - Q_{L_i} \end{array}$$

✓ هر چهار کمیت فوق دینامیکی هستند و با تغییر بار تغییر می کنند.

N : تعداد باس بارها $\Leftarrow 4N$: کمیت اصلی باس بارها

فصل پنجم: مدل سازی سیستم قدرت و محاسبات پخش بار

معادله i ام:

$$\bar{S}_i = \bar{V}_i \bar{I}_i^* \Rightarrow \bar{I}_i = \left(\frac{\bar{S}_i}{\bar{V}_i} \right)^* = \frac{P_i - jQ_i}{\bar{V}_i^*}$$

$$[\bar{I}] = [Y_{\text{BUS}}][\bar{V}] \Rightarrow \bar{I}_i = Y_{i1}\bar{V}_1 + Y_{i2}\bar{V}_2 + \dots + Y_{iN}\bar{V}_N$$

$$\Rightarrow \frac{P_i - jQ_i}{\bar{V}_i^*} = Y_{i1}\bar{V}_1 + Y_{i2}\bar{V}_2 + \dots + Y_{iN}\bar{V}_N \quad (*)$$

$\Leftarrow N$ معادله مختلط $= 2N$ معادله اسکالر و $2N$ مجهول

انواع اصلی باس بار:

- ۱- یک باس بار مبنا (swing یا slack) :: معلوم: $|\bar{V}_i|$, $\delta_i = 0^\circ$
- ۲- n_1 باس بار مصرف یا P-Q :: معلوم: P_i , Q_i
- ۳- n_2 باس بار تولید یا P-|V| :: معلوم: P_i , $|\bar{V}_i|$

فصل پنجم: مدل سازی سیستم قدرت و محاسبات پخش بار

• روش گوس سایدل

پایه ریاضی روش گوس-سایدل (جایگزینی متوالی)
حل معادله اسکالر یک مجهولی:

$$f(x) = 0 \xrightarrow{\text{تغییر به فرم}} x = g(x)$$

$$x^{(k+1)} = g(x^{(k)}) \quad x^{(k)}: \text{تخمین اولیه متغیر } x$$

$$\text{دقت مورد نظر} \rightarrow |x^{(k+1)} - x^{(k)}| \leq \varepsilon : \text{شرط توقف}$$

مثال: ریشه معادله $x + \sin x - 2 = 0$ را به دست آورید.

$$f(x) = x + \sin x - 2 = 0 \rightarrow x = 2 - \sin x = g(x)$$

x		0	2	1.09	1.113	1.103	1.107	1.105	...	1.60606
$g(x)$		2	1.09	1.113	1.103	1.107	1.105	1.106	...	1.60606

فصل پنجم: مدل سازی سیستم قدرت و محاسبات پخش بار

- حل مسأله پخش بار (LF) به روش گوس سایدل (G.S)

۱- محاسبات پریونیت

۲- تشکیل ماتریس ادمیتانس (Y_{BUS})

۳- تشکیل جدول مقادیر اولیه ولتاژها:

i	$ \bar{V}_i $	δ_i
<i>slack</i> 1	$ \bar{V}_1 $	$\delta_1 = 0^\circ$
$P-Q$ 2	1^{pu}	$\delta_2 = 0^\circ$
$P-Q$ 3	1^{pu}	$\delta_3 = 0^\circ$
$P- V $ 4	$ \bar{V}_4 $	$\delta_4 = 0^\circ$

۴- محاسبات اصلی

الف) برای باس بار مبنا هیچ محاسبه ای انجام نمی گیرد.

فصل پنجم: مدل سازی سیستم قدرت و محاسبات پخش بار

ب) در باس بارهای P-Q (مصرف) مستقیماً از فرمول اصلی زیر δ_i محاسبه می شود و وارد جدول می گردد.

$$\textcircled{*} \rightarrow \frac{P_i - jQ_i}{\bar{V}_i^*} = Y_{i1}\bar{V}_1 + Y_{i2}\bar{V}_2 + \dots + Y_{ii}\bar{V}_i + \dots + Y_{iN}\bar{V}_N$$

$$\Rightarrow \bar{V}_i = \frac{1}{Y_{ii}} \left[\frac{P_i - jQ_i}{\bar{V}_i^*} - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^N Y_{ik} \bar{V}_k \right]$$

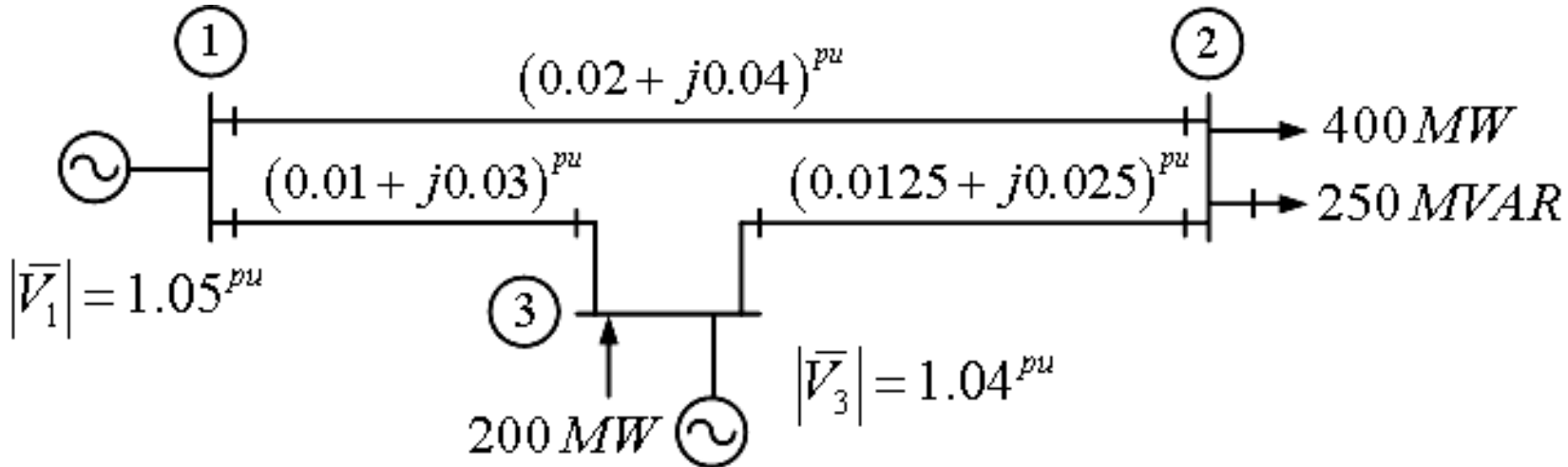
ج) در باس بارهای P-|V| (تولید) ابتدا از رابطه زیر، Q_i را محاسبه کرده و سپس از فرمول اصلی \bar{V}_i را به دست می آوریم و فقط δ_i را وارد جدول می کنیم.

$$Q_i = -\text{Im} \left[\bar{V}_i^* \left(\sum_{k=1}^N Y_{ik} \bar{V}_k \right) \right]$$

فصل پنجم: مدل سازی سیستم قدرت و محاسبات پخش بار

(د) اگر نتیجه محاسبات با مرحله قبل با تقریب معینی برابر باشد، به جواب رسیده ایم، در غیر این صورت محاسبات با استفاده از جدول جدید از اول تکرار می گردد.

مثال: امپدانس خطوط در مبنای 100^{MVA} حساب شده اند.



فصل پنجم: مدل سازی سیستم قدرت و محاسبات پخش بار

حل مثال:

$$\bar{S}_2^{\text{pu}} = P_2^{\text{pu}} + jQ_2^{\text{pu}} = 0 - \frac{400 + j250}{100} = (-4 - j2.5)^{\text{pu}}$$

$$P_3^{\text{pu}} = \frac{200}{100} = 2^{\text{pu}}$$

$$y_{12} = \frac{1}{0.02 + j0.04} = 10 - j20$$

$$y_{13} = \frac{1}{0.01 + j0.03} = 10 - j30$$

$$y_{23} = \frac{1}{0.0125 + j0.025} = 16 - j32$$

$$\Rightarrow Y_{\text{BUS}} = \begin{bmatrix} 20 - j50 & -10 + j20 & -10 + j30 \\ -10 + j20 & 26 - j52 & -16 + j32 \\ -10 + j30 & -16 + j32 & 26 - j62 \end{bmatrix}$$

فصل پنجم: مدل سازی سیستم قدرت و محاسبات پخش بار

	i	$ \bar{V}_i $	δ_i
<i>slack</i>	1	1.05^{pu}	$\delta_1 = 0^\circ$
$P-Q$	2	1^{pu}	$\delta_2 = 0^\circ$
$P- V $	3	1.04^{pu}	$\delta_3 = 0^\circ$

تشکیل جدول مقادیر اولیه ولتاژها:

$$\begin{aligned} \Rightarrow \bar{V}_2^{\text{new}_1} &= \frac{1}{Y_{22}} \left[\frac{P_2 - jQ_2}{\bar{V}_2^*} - (Y_{21}\bar{V}_1 + Y_{23}\bar{V}_3) \right] \\ &= \frac{1}{26 - j52} \left[\frac{-4 - j(-2.5)}{1 \angle 0^\circ} - ((-10 + j20)(1.05 \angle 0^\circ) + (-16 + j32)(1.04 \angle 0^\circ)) \right] \\ &= \underbrace{0.97553^{pu}} \angle \underbrace{-2.486^\circ} \end{aligned}$$

وارد جدول وارد جدول

فصل پنجم: مدل سازی سیستم قدرت و محاسبات پخش بار

$$Q_3^{pu} = -\text{Im}\left[\bar{V}_3^* \left(Y_{31}\bar{V}_1 + Y_{32}\bar{V}_2 + Y_{33}\bar{V}_3\right)\right] =$$

$$-\text{Im}\left\{1.04\angle 0^\circ \left[(-10 + j30)(1.05\angle 0^\circ) + (-16 + j32)(0.97553\angle -2.486^\circ) + (26 - j62)(1.04\angle 0^\circ)\right]\right\}$$

$$= 1.16^{pu}$$

$$\Rightarrow \bar{V}_3^{\text{new}_1} = \frac{1}{Y_{33}} \left[\frac{P_3 - jQ_3}{\bar{V}_3^*} - (Y_{31}\bar{V}_1 + Y_{32}\bar{V}_2) \right]$$

$$= \frac{1}{26 - j62} \left[\frac{2 - j1.16}{1.04\angle 0^\circ} - \left((-10 + j30)(1.05\angle 0^\circ) + (-16 + j32)(0.97553\angle -2.486^\circ) \right) \right]$$

$$= 1.0378^{pu} \angle \underbrace{-0.2854^\circ}$$

وارد جدول

اگر دقت مورد نظر $5 \times 10^{-5} pu$ باشد، در مرحله هفتم به جواب خواهیم رسید:

$$\bar{V}_2^{\text{final}} = 0.97168^{pu} \angle -2.6951^\circ, \bar{V}_3^{\text{final}} = 1.04^{pu} \angle -0.4975^\circ, Q_3^{\text{final}} = 1.4617^{pu}$$