

# تحلیل سیستم‌های انرژی ۲

# **Elements of power system analysis**

## **William D. Stevenson**

# سر فصل مطالب

- ۱- مقدمه و یادآوری
- ۲- مدل سازی سیستم
- ۳- پخش بار و کنترل آن
- ۴- محاسبات اتصال کوتاه سه فاز
- ۵- مؤلفه های متقارن
- ۶- محاسبه اتصال کوتاه های نامتقارن
- ۷- پایداری گذرا
- ۸- توزیع اقتصادی یا کنترل بار و فرکانس

## فصل اول: مقدمه و یادآوری

$$x(t) = A \sin(\omega t + \theta) \Rightarrow rms_{x(t)} = |x| = \frac{A}{\sqrt{2}}, \quad \bar{x} = |x| e^{j\theta} = |x| \angle \theta \quad \text{فازور:}$$

$$x(t) = A \cos(\omega t + \theta) \Rightarrow rms_{x(t)} = |x| = \frac{A}{\sqrt{2}}, \quad \bar{x} = |x| e^{j\theta} = |x| \angle \theta \quad \text{و یا:}$$

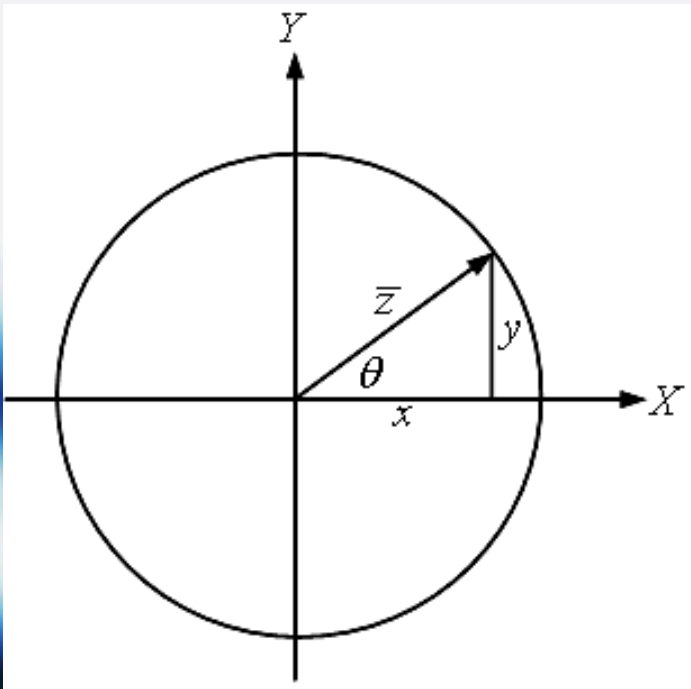
rms: root mean square

مقدار مؤثر یک شکل موج سینوسی:

$$x(t) = A \sin(\omega t + \theta) \Rightarrow rms_{x(t)} = |x| = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt} = \frac{A}{\sqrt{2}}$$

# فصل اول: مقدمه و یادآوری

نمایش فازور در دستگاه قطبی و دکارتی (مستطیلی):



$$\bar{z} = |z| \angle \theta = |z| \cos \theta + j|z| \sin \theta = x + jy$$

$$x = |z| \cos \theta \quad \leftrightarrow \quad \cos \theta = \frac{x}{|z|}$$

$$y = |z| \sin \theta \quad \leftrightarrow \quad \sin \theta = \frac{y}{|z|}$$

$$|z| = \sqrt{x^2 + y^2} \quad , \quad \theta = \tan^{-1} \frac{y}{x}$$

# فصل اول: مقدمه و یادآوری

جمع، تفریق، ضرب و تقسیم فازورها:

$$\bar{x} = |x| \angle \theta_x = |x| \cos \theta_x + j|x| \sin \theta_x = x_1 + jx_2 = \left( \sqrt{x_1^2 + x_2^2} \right) \angle \tan^{-1} \left( \frac{x_2}{x_1} \right)$$

$$\bar{y} = |y| \angle \theta_y = |y| \cos \theta_y + j|y| \sin \theta_y = y_1 + jy_2 = \left( \sqrt{y_1^2 + y_2^2} \right) \angle \tan^{-1} \left( \frac{y_2}{y_1} \right)$$

$$\bar{x} \pm \bar{y} = (|x| \cos \theta_x + j|x| \sin \theta_x) \pm (|y| \cos \theta_y + j|y| \sin \theta_y) = (|x| \cos \theta_x \pm |y| \cos \theta_y) + j(|x| \sin \theta_x \pm |y| \sin \theta_y)$$

$$\bar{x} \cdot \bar{y} = (|x| \angle \theta_x) \cdot (|y| \angle \theta_y) = |x| \cdot |y| \angle (\theta_x + \theta_y)$$

$$\frac{\bar{x}}{\bar{y}} = \frac{|x| \angle \theta_x}{|y| \angle \theta_y} = \frac{|x|}{|y|} \angle (\theta_x - \theta_y)$$

# فصل اول: مقدمه و یادآوری

استانداردهای ولتاژ در ایران:

$400^{kv}$  ,  $230^{kv}$  ,  $63^{kv}$  ,  $20^{kv}$  ,  $\frac{380^v}{220^v}$   
انتقال      فوق توزیع      توزیع      توزیع فشار ضعیف

## انواع سیستم

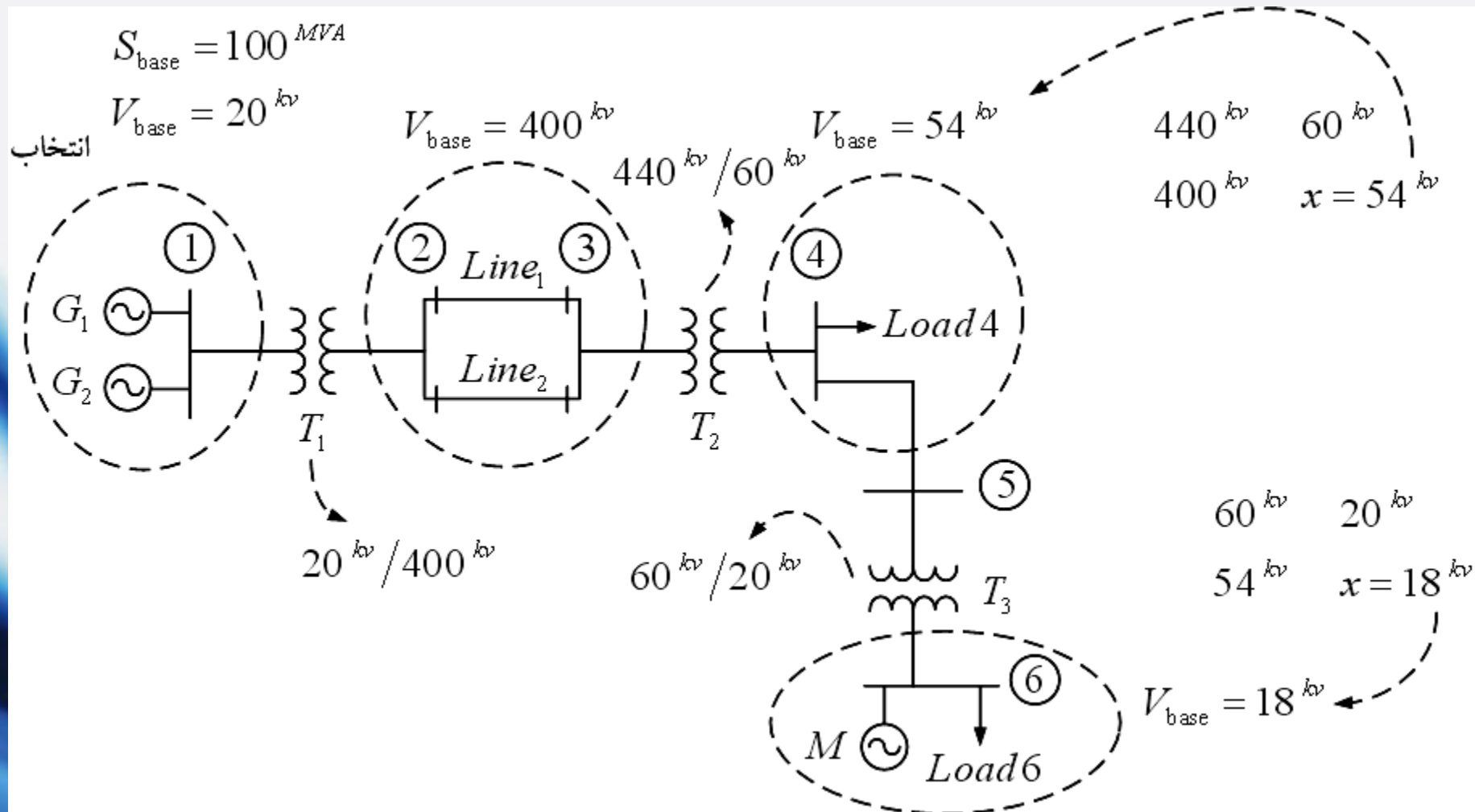
۱- سیستم شعاعی (رادپال)

۲- سیستم شبکه

❖ اگر جهت انتقال انرژی مشخص باشد، سیستم شعاعی است و اگر نیاز به محاسبات دیگری باشد و تشخیص آن آسان نباشد، سیستم شبکه است.

# فصل اول: مقدمه و یادآوری

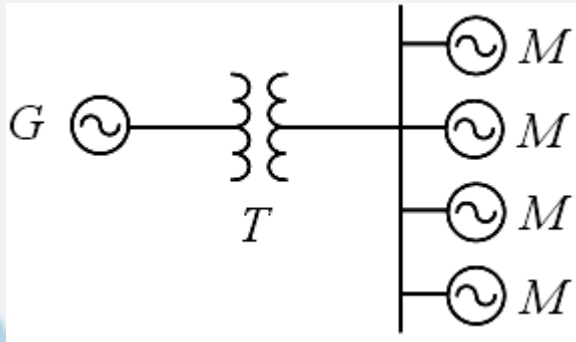
• دیاگرام تک خطی





# فصل اول: مقدمه و یادآوری

مثال:



$$G \begin{cases} 100 \text{ MVA} \\ 8 \text{ kv} \\ 110\% \end{cases}, M \begin{cases} 20 \text{ MVA} \\ 20 \text{ kv} \\ 100\% \end{cases}, T_{1\phi} \begin{cases} 40 \text{ MVA} \\ 13.2 \text{ kv}/8 \text{ kv} \\ 10\% \end{cases}, T_{3\phi} \begin{cases} 3T_{1\phi} \\ Y/\Delta \end{cases}$$

$$M_{\text{equal}} \begin{cases} 20^{MVA} \times 4 = 80 \text{ MVA} \\ 20 \text{ kv} \\ \frac{100\%}{4} \times \frac{80^{MVA}}{20^{MVA}} = 100\% \end{cases}, T_{3\phi} \begin{cases} 40^{MVA} \times 3 = 120^{MVA} \\ 13.2 \times \sqrt{3} \text{ kv}/8 \text{ kv} \\ 10\% \end{cases}$$

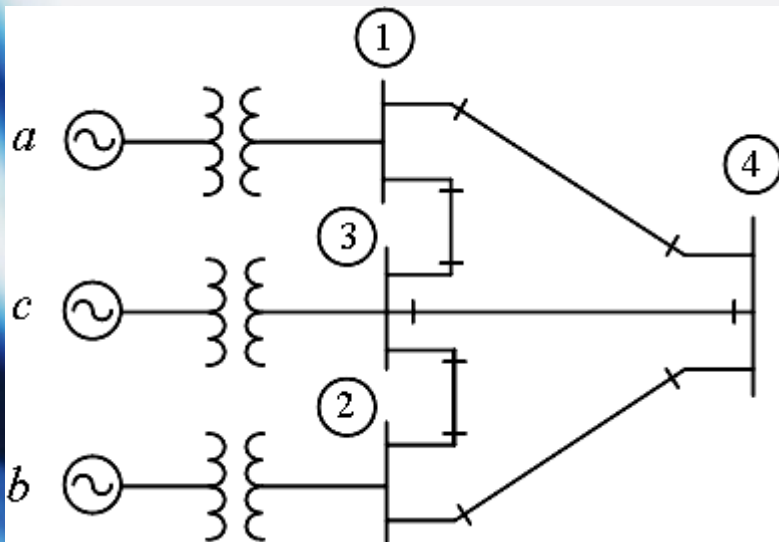
$$x_{\text{eq1}}^{\text{pu}} = x_{\text{eq2}}^{\text{pu}} = \frac{x_{\text{eq1}}^{\Omega}}{Z_{\text{base1}}} = \frac{x_{\text{eq2}}^{\Omega}}{Z_{\text{base2}}}, Z_{\text{base}} = \frac{V_{\text{base}}^2}{S_{\text{base}}}, Z_{\text{base}} = \frac{V_{\text{base,L}}^2}{S_{\text{base,3}\phi}} = \frac{(\sqrt{3}V_{\text{base},\phi})^2}{3S_{\text{base,1}\phi}} = \frac{V_{\text{base},\phi}^2}{S_{\text{base,1}\phi}}$$

## فصل دوم: مدل سازی سیستم $\$2s5g7j0l\$$

### • معادله های گرهی

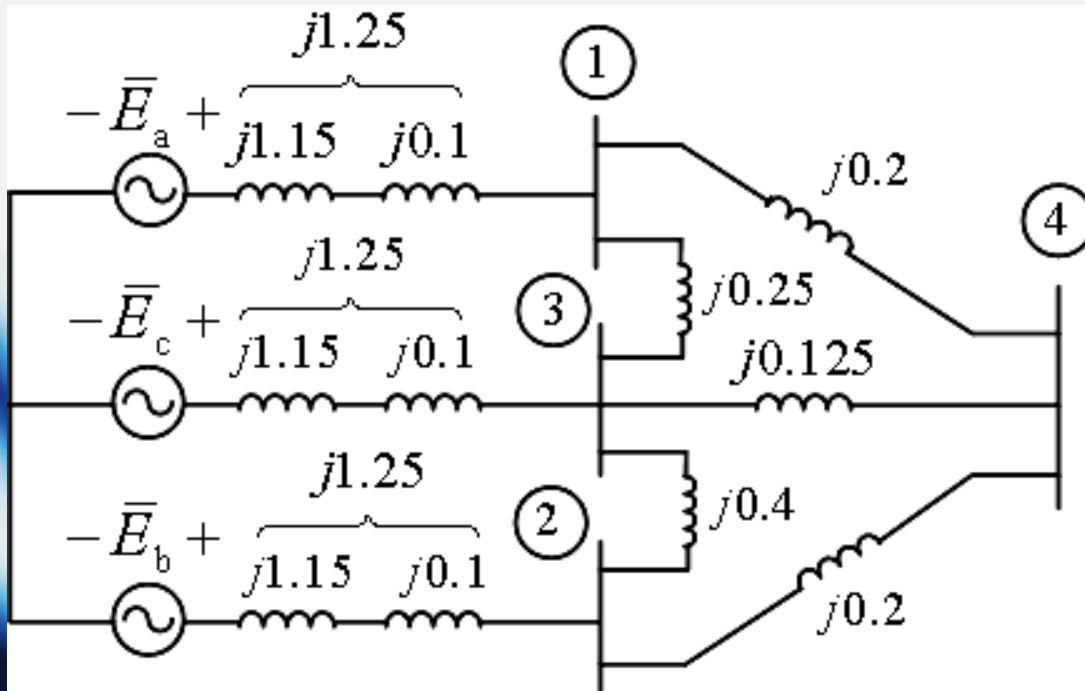
هر نقطه اتصال سرهای دو یا چند عنصر مدار ( $R, L, C$ ) و منبع ایده ال ولتاژ یا جریان) به یکدیگر گره نام دارد. گره های اصلی به گره هایی گفته می شود که به آنها بیش از دو عنصر وصل می شود. اصطلاحاً به گره هایی که وجود خارجی دارند، باس بار یا شینه می گویند. تعداد باس بارها نشان دهنده نوع سیستم (از لحاظ اندازه) است.

مثال: نمودار تک خطی زیر را در نظر بگیرید:



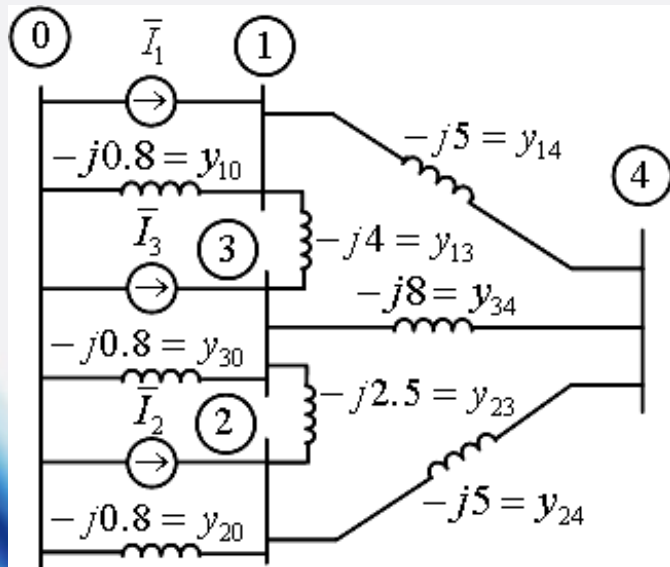
# فصل دوم: مدل سازی سیستم

نمودار راکتانس های سیستم:  
(مدار معادل امپدانسی پریونیتی یک فاز)



## فصل دوم: مدل سازی سیستم

مدار معادل ادمیتانسی پریونیتی یک فاز:



$$1 \text{ بار در KCL : } \bar{I}_1 = y_{10}\bar{V}_1 + y_{13}(\bar{V}_1 - \bar{V}_3) + y_{14}(\bar{V}_1 - \bar{V}_4)$$

$$2 \text{ بار در KCL : } \bar{I}_2 = y_{20}\bar{V}_2 + y_{23}(\bar{V}_2 - \bar{V}_3) + y_{24}(\bar{V}_2 - \bar{V}_4)$$

$$3 \text{ بار در KCL : } \bar{I}_3 = y_{30}\bar{V}_3 + y_{31}(\bar{V}_3 - \bar{V}_1) + y_{32}(\bar{V}_3 - \bar{V}_2) + y_{34}(\bar{V}_3 - \bar{V}_4)$$

$$4 \text{ بار در KCL : } 0 = y_{41}(\bar{V}_4 - \bar{V}_1) + y_{42}(\bar{V}_4 - \bar{V}_2) + y_{43}(\bar{V}_4 - \bar{V}_3)$$

## فصل دوم: مدل سازی سیستم

به فرم ماتریسی:

$$[\bar{I}] = [Y_{\text{BUS}}][\bar{V}]$$

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \\ \bar{I}_3 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{10} + y_{13} + y_{14} & 0 & -y_{13} & -y_{14} \\ 0 & y_{20} + y_{23} + y_{24} & -y_{23} & -y_{24} \\ -y_{13} & -y_{23} & y_{30} + y_{31} + y_{32} + y_{34} & -y_{34} \\ -y_{14} & -y_{24} & -y_{34} & y_{41} + y_{42} + y_{43} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \\ \bar{V}_3 \\ \bar{V}_4 \end{bmatrix}$$

هر عنصر قطری برابر مجموع ادمیتانس های متصل به باس بار  $i$  ام }  
 هر عنصر غیر قطری برابر منفی ادمیتانس موجود بین باس بار  $i$  ام و  $j$  ام } در نتیجه:

$$\Rightarrow \begin{cases} Y_{ii} = y_{i0} + y_{i1} + \dots + y_{iN} \\ Y_{ij} = -y_{ij} \end{cases}$$

## فصل دوم: مدل سازی سیستم

✓ در نتیجه  $Y_{BUS}$  ماتریسی است  $N \times N$  (تعداد باس بارها) و متقارن و نیز دارای عناصر صفر زیاد (در شبکه های واقعی)

فرض:  $\bar{E}_a = 1.5^{pu} \angle 0^\circ$  ,  $\bar{E}_b = 1.5^{pu} \angle -36.87^\circ$  ,  $\bar{E}_c = 1.5^{pu} \angle 0^\circ$

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_3 = \frac{1.5^{pu} \angle 0^\circ}{j1.25} = 1.2^{pu} \angle -90^\circ , \bar{I}_2 = \frac{1.5^{pu} \angle -36.87^\circ}{j1.25} = 1.2^{pu} \angle -126.87^\circ$$

$$\begin{bmatrix} 1.2 \angle -90^\circ \\ 1.2 \angle -126.87^\circ \\ 1.2 \angle -90^\circ \\ 0 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -j9.8 & 0 & j4 & j5 \\ 0 & -j8.3 & j2.5 & j5 \\ j4 & j2.5 & -j15.3 & j8 \\ j5 & j5 & j8 & -j18 \end{bmatrix}}_{Y_{BUS}} \begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \\ \bar{V}_3 \\ \bar{V}_4 \end{bmatrix}$$

$$[\bar{I}] = [Y_{BUS}] [\bar{V}] \Rightarrow [\bar{V}] = [Y_{BUS}]^{-1} [\bar{I}] , [Z_{BUS}] = [Y_{BUS}]^{-1} \Rightarrow [\bar{V}] = [Z_{BUS}] [\bar{I}]$$

## فصل دوم: مدل سازی سیستم

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \\ \bar{V}_3 \\ \bar{V}_4 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} j0.4774 & j0.3706 & j0.4020 & j0.4142 \\ j0.3706 & j0.4872 & j0.3922 & j0.4126 \\ j0.4020 & j0.3922 & j0.4558 & j0.4232 \\ j0.4142 & j0.4126 & j0.4232 & j0.4733 \end{bmatrix}}_{Z_{BUS}} \begin{bmatrix} 1.2 \angle -90^\circ \\ 1.2 \angle -126.87^\circ \\ 1.2 \angle -90^\circ \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1.436 \angle -10.71^\circ \\ 1.427 \angle -14.24^\circ \\ 1.434 \angle -11.36^\circ \\ 1.432 \angle -11.97^\circ \end{bmatrix}^{pu}$$

✓ در نتیجه  $Z_{BUS}$  ماتریسی است مربعی و متقارن و فاقد درایه های صفر و متمایز

## فصل دوم: مدل سازی سیستم

• خلاصه کردن سیستم: حذف گره به کمک جبر ماتریسی

باس باری را حذف می کنیم که منبع جریان متصل به آن صفر باشد. (باس بار چهارم)

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_A \\ \vdots \\ \bar{I}_X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K & | & L \\ \vdots & & \vdots \\ L^T & | & M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_A \\ \vdots \\ \bar{V}_X \end{bmatrix} \quad \because \bar{I}_X = 0 \rightarrow \text{بردار صفر}$$

$$\begin{cases} \bar{I}_A = K\bar{V}_A + L\bar{V}_X \\ \bar{I}_X = 0 = L^T\bar{V}_A + M\bar{V}_X \Rightarrow M\bar{V}_X = -L^T\bar{V}_A \Rightarrow \bar{V}_X = -M^{-1}L^T\bar{V}_A \end{cases}$$

$$\bar{I}_A = (K - LM^{-1}L^T)\bar{V}_A, \quad Y_{\text{bus}}^{\text{new}} = K - LM^{-1}L^T$$

حذف تک تک باس بارها، مشکل معکوس کردن ماتریس  $M$  را حل می کند:  $M^{-1} = \frac{1}{M} = \frac{1}{Y_{N \times N}}$



## فصل دوم: مدل سازی سیستم

$$Y_{\text{bus}} = \underbrace{\begin{bmatrix} Y_{11} & \cdot & \cdot & \cdot & Y_{1j} & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot & & & \\ \cdot & & & & \cdot & & & \\ \cdot & & & & \cdot & & & \\ Y_{k1} & \cdot & \cdot & \cdot & Y_{kj} & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot & & & \\ \cdot & & & & \cdot & & & \\ \cdot & & & & \cdot & & & \\ - & - & - & - & - & - & - & - \\ Y_{n1} & \cdot & \cdot & \cdot & Y_{nj} & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}}_{L^T} \left| \begin{array}{l} Y_{1n} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ Y_{kn} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ - \\ Y_{nn} \end{array} \right. \underbrace{\vphantom{\begin{bmatrix} Y_{11} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ Y_{k1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ - \\ Y_{n1} \end{bmatrix}}}_{L} , \quad Y_{\text{bus}}^{\text{new}} = K - LM^{-1}L^T$$

## فصل دوم: مدل سازی سیستم

$$Y_{bus}^{new} = \begin{bmatrix} Y_{11} & \cdot & \cdot & \cdot & Y_{1j} & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot & & & \\ \cdot & & & & \cdot & & & \\ \cdot & & & & \cdot & & & \\ Y_{k1} & \cdot & \cdot & \cdot & Y_{kj} & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot & & & \\ \cdot & & & & \cdot & & & \\ \cdot & & & & \cdot & & & \end{bmatrix} - \frac{1}{Y_{nn}} \begin{bmatrix} Y_{1n} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ Y_{kn} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{n1} & \cdot & \cdot & \cdot & Y_{nj} & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}_{1 \times (n-1)}$$

$(n-1) \times (n-1)$ 
 $(n-1) \times 1$ 
 $1 \times (n-1)$

در نتیجه هنگامی که عملیات فوق انجام گیرد، عنصر سطر  $k$  و ستون  $j$  ماتریس  $(n-1) \times (n-1)$  برابر است با:

$$Y_{kj}^{new} = Y_{kj}^{old} - \frac{Y_{kn} Y_{nj}}{Y_{nn}}$$

## فصل دوم: مدل سازی سیستم

همه عناصر ماتریس پیشین،  $K$  می بایست تغییر داده شوند. در واقع در ماتریس  $Y_{bus}$  بالا دو عنصر آخر سطر و ستون متناظر با عنصر تغییر یابنده را در هم ضرب کرده و حاصل را بر  $Y_{nn}$  تقسیم و نتیجه را از عنصر تغییر یابنده کم می کنیم. مثلاً در مثال قبلی، جریان باس بار چهارم صفر بوده و می توانیم این باس بار را حذف کنیم:

$$Y_{bus} = \left[ \begin{array}{ccc|c} -j9.8 & 0 & j4 & j5 \\ 0 & -j8.3 & j2.5 & j5 \\ j4 & j2.5 & -j15.3 & j8 \\ \hline j5 & j5 & j8 & -j18 \end{array} \right]$$

$$Y_{23}^{new} = Y_{32}^{new} = j2.5 - \frac{(j8) \times (j5)}{-j18} = j4.7222$$

$$Y_{11}^{new} = -j9.8 - \frac{(j5) \times (j5)}{-j18} = -j8.4111$$

$$\Rightarrow Y_{bus}^{new} = \begin{bmatrix} -j8.4111 & j1.3889 & j6.2222 \\ j1.3889 & -j6.9111 & j4.7222 \\ j6.2222 & j4.7222 & -j11.7444 \end{bmatrix}$$

## فصل دوم: مدل سازی سیستم

نکته: ماتریس امپدانس ( $Z_{bus}$ ) شینه ها (باس بارها) در انجام محاسبات اتصال کوتاه مهم و بسیار مفید است. در واقع خاصیت مهم  $Z_{bus}$  آن است که عنصر  $i$  ام از قطر آن، امپدانس تونن باس بار  $i$  ام است:

$$[\bar{V}] = [Z_{BUS}] [\bar{I}] \quad \xrightarrow{\text{مثال}} \quad \bar{V}_2 = Z_{21} \bar{I}_1 + Z_{22} \bar{I}_2 + Z_{23} \bar{I}_3 + \dots + Z_{2n} \bar{I}_n$$

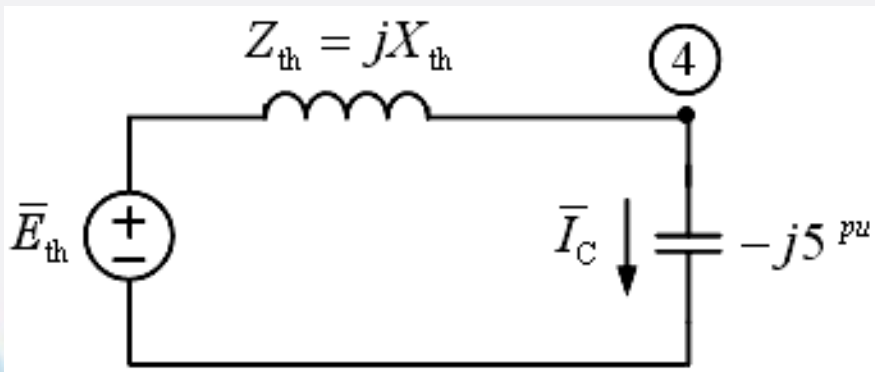
$$Z_{22} = \frac{\bar{V}_2}{\bar{I}_2} \Big|_{\bar{I}_1 = \bar{I}_3 = \dots = \bar{I}_n = 0}$$

تعریف امپدانس تونن: تمام منابع جریان مدار باز شوند به غیر از منبع  $\bar{I}_2$

مثال: خازنی با راکتانس  $5 pu$  به گره چهارم مدار قبلی متصل شده است. محرکه های الکتریکی  $\bar{E}_a$ ،  $\bar{E}_b$  و  $\bar{E}_c$  در همان مقادیر قبلی باقی می ماند. جریانی را که خازن جذب می کند به دست آورید.

## فصل دوم: مدل سازی سیستم

حل مثال: مدار معادل تونن را از دید گره چهارم تشکیل می دهیم:



$$\bar{E}_{th} = \bar{V}_4 = 1.432^{pu} \angle -11.97^\circ$$

$$Z_{th} = z_{44} = j0.4733^{pu}$$

$$\bar{I}_C = \frac{1.432 \angle -11.97^\circ}{j0.4733 + (-j5)} = 0.316^{pu} \angle 78.03^\circ$$

$$\bar{V}_4^{new} = (-j5) \times (0.316 \angle 78.03^\circ) = 1.582^{pu} \angle -11.97^\circ$$

## فصل دوم: مدل سازی سیستم

مثال: اگر جریان  $78.03^\circ \square 0.316^{pu}$  - در گره چهارم مدار قبلی به شبکه تزریق شود، ولتاژهای حاصل در گره های 1، 2، 3 و 4 را به دست آورید.

حل مثال: با استفاده از اصل جمع آثار داریم:

$$[\bar{V}]^{\text{new}} = [\bar{V}]^{\text{old}} + [\Delta\bar{V}]$$

در واقع می توان فرض کرد که خازن اضافه شده (خازن گذاری) معادل است با کشیدن جریان  $\bar{I}_C$  از باس بار چهارم و یا دادن جریان  $-\bar{I}_C$  به شبکه از گره چهارم. با فرض یک منبع جریان:

$$[\Delta\bar{V}] = [Z_{\text{bus}}^{\text{old}}] \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\bar{I}_C \end{bmatrix}$$

## فصل دوم: مدل سازی سیستم

$$\bar{V}_1^{\text{old}} = 1.436^{pu} \angle -10.71^\circ, \Delta\bar{V}_1 = z_{14}\bar{I}_4 = (j0.4142)(-0.316 \angle 78.03^\circ) = 0.1309^{pu} \angle -11.97^\circ$$

$$\bar{V}_2^{\text{old}} = 1.427^{pu} \angle -14.2^\circ, \Delta\bar{V}_2 = z_{24}\bar{I}_4 = (j0.4126)(-0.316 \angle 78.03^\circ) = 0.1304^{pu} \angle -11.97^\circ$$

$$\bar{V}_3^{\text{old}} = 1.434^{pu} \angle -11.4^\circ, \Delta\bar{V}_3 = z_{34}\bar{I}_4 = (j0.4232)(-0.316 \angle 78.03^\circ) = 0.1337^{pu} \angle -11.97^\circ$$

$$\bar{V}_4^{\text{old}} = 1.432^{pu} \angle -11.97^\circ, \Delta\bar{V}_4 = z_{44}\bar{I}_4 = (j0.4733)(-0.316 \angle 78.03^\circ) = 0.1496^{pu} \angle -11.97^\circ$$

در واقع  $\Delta\bar{V}$  ها از حاصل ضرب  $\bar{I}_4$  در ستون چهارم ماتریس  $Z_{\text{bus}}$  به دست می آیند.

$$\bar{V}_1^{\text{new}} = \bar{V}_1^{\text{old}} + \Delta\bar{V}_1 = 1.567^{pu} \angle -10.81^\circ$$

$$\bar{V}_2^{\text{new}} = \bar{V}_2^{\text{old}} + \Delta\bar{V}_2 = 1.557^{pu} \angle -14.04^\circ$$

$$\bar{V}_3^{\text{new}} = \bar{V}_3^{\text{old}} + \Delta\bar{V}_3 = 1.568^{pu} \angle -11.41^\circ$$

$$\bar{V}_4^{\text{new}} = \bar{V}_4^{\text{old}} + \Delta\bar{V}_4 = 1.582^{pu} \angle -11.97^\circ \longrightarrow \text{مقایسه با } \bar{V}_4^{\text{new}} \text{ مثال قبلی}$$

## فصل دوم: مدل سازی سیستم

• ترمیم  $Y_{bus}$

به طور مثال در مدار قبلی اگر خط بین باس بارهای دوم و سوم قطع شود، داریم:

$$(Y_{bus})_{4 \times 4}, y_{23} \rightarrow 0$$

$$Y_{bus}^{new} : Y_{23}^{new} = Y_{32}^{new} = Y_{23}^{old} + y_{23}^{old} = 0, Y_{22}^{new} = Y_{22}^{old} - y_{23}^{old}, Y_{33}^{new} = Y_{33}^{old} - y_{23}^{old}$$

و یا اگر وسط خط بین باس بار دوم و سوم باس بار پنجم ایجاد کنیم، داریم:  
راه حل اول: تشکیل  $Y_{bus}^{new}$  از ابتدا

راه حل دوم: ابتدا به روش فوق خط بین باس بارهای دوم و سوم را قطع می کنیم و سپس یک سطر و ستون به ماتریس حاصل اضافه می کنیم:

$$(Y_{bus}^{new})_{5 \times 5} : Y_{25} = Y_{52} = -2y_{23}^{old}, Y_{35} = Y_{53} = -2y_{23}^{old}$$

$$Y_{55} = 4y_{23}^{old}, Y_{15} = Y_{51} = Y_{45} = Y_{54} = 0, Y_{22}^{new} = Y_{22}^{old} + 2y_{23}^{old}, Y_{33}^{new} = Y_{33}^{old} + 2y_{23}^{old}$$



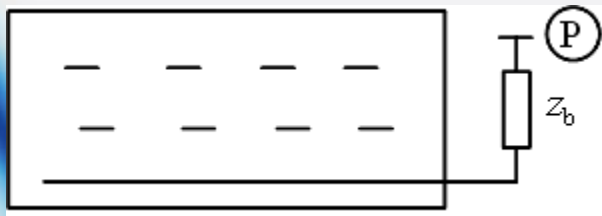
# فصل دوم: مدل سازی سیستم

• ترمیم  $Z_{bus}$

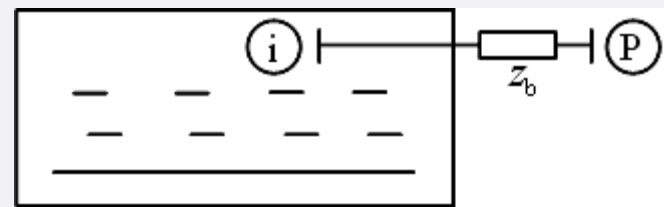
ترمیم های پایه عبارتند از:

- ۱- اضافه کردن باس بار جدید از طریق  $z_b$  به زمین
- ۲- اضافه کردن باس بار جدید از طریق  $z_b$  به باس بار قدیم  $i$  ام
- ۳- اضافه کردن  $z_b$  بین باس بار قدیم  $i$  ام و زمین
- ۴- اضافه کردن  $z_b$  بین باس بار قدیم  $i$  ام و باس بار قدیم  $j$  ام

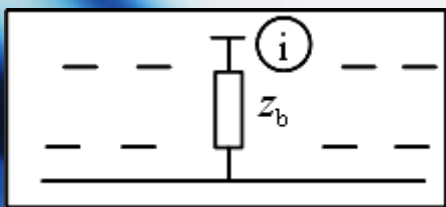
زمین



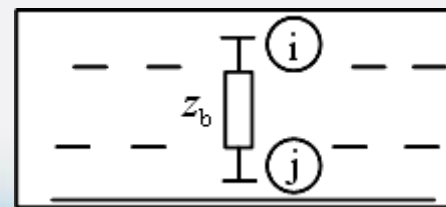
زمین



زمین

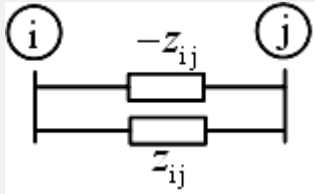


زمین



## فصل دوم: مدل سازی سیستم

مثال: قطع کردن (کم کردن): ترمیم نوع چهارم:



$$z_b = -z_{ij}$$

مثال: فرض  $(Z_{bus}^{old})_{4 \times 4}$  معلوم، وسط خط  $ij$  که دارای امپدانس معلوم  $z_{ij}$  بوده است، باس بار جدید پنجم را ایجاد می کنیم.

راه حل:

مرحله اول: قطع کردن خط  $ij$  قدیم (ترمیم نوع چهارم  $z_b = -z_{ij}$ )

مرحله دوم: اضافه کردن باس بار پنجم از طریق  $z_b = z_{ij}/2$  به باس بار قدیم  $i$  ام (ترمیم نوع دوم)

مرحله سوم: اضافه کردن  $z_b = z_{ij}/2$  بین باس بارهای پنجم و  $j$  ام (ترمیم نوع چهارم)

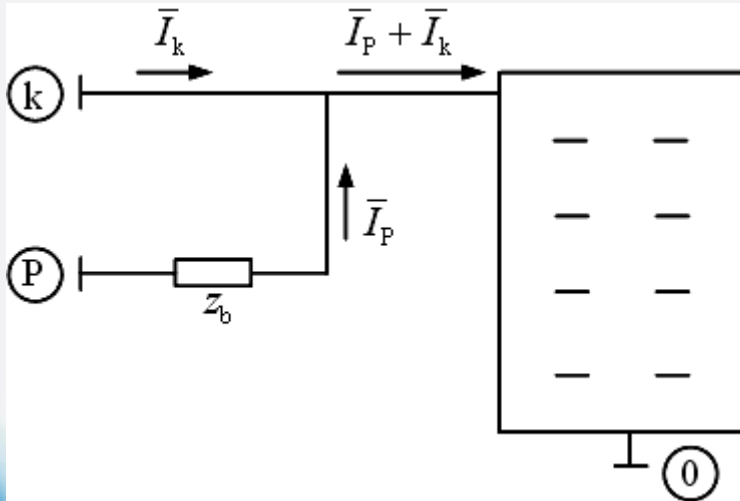
# فصل دوم: مدل سازی سیستم

• ترمیم نوع اول

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \bar{V}_N \\ - \\ \bar{V}_P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} - & - & - & - & - & - & - \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & | \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & | \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & | \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & | \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & | \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & | \\ z_b & & & & & & | \end{bmatrix} \mathbf{Z}_{\text{bus}}^{\text{old}} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \\ \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \bar{I}_N \\ - \\ \bar{I}_P \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \bar{V}_1^{\text{old}} = \bar{V}_1^{\text{new}} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \bar{V}_N^{\text{old}} = \bar{V}_N^{\text{new}} \\ \bar{V}_P = z_b \bar{I}_P \end{bmatrix}$$

## فصل دوم: مدل سازی سیستم

### ترمیم نوع دوم



شبكة ابتدایی که شینه های  $k$  ام و مرجعش بیرون آورده شده اند.

افزودن باس  $p$  جدید از طریق  $z_b$  به باس  $k$  موجود باعث می شود که جریان ورودی به شبکه ابتدایی در باس  $k$  ام تبدیل به مجموع  $\bar{I}_k + \bar{I}_p$  شود، در این صورت خواهیم داشت:

$$\bar{V}_k^{\text{new}} = \bar{V}_k^{\text{old}} + z_{kk} \bar{I}_p$$

$$\bar{V}_p = \bar{V}_k^{\text{new}} + z_b \bar{I}_p = \bar{V}_k^{\text{old}} + (z_{kk} + z_b) \bar{I}_p$$

$$\bar{V}_p = z_{k1} \bar{I}_1 + z_{k2} \bar{I}_2 + \dots + z_{kn} \bar{I}_n + (z_{kk} + z_b) \bar{I}_p$$



# فصل دوم: مدل سازی سیستم

## • ترمیم نوع سوم

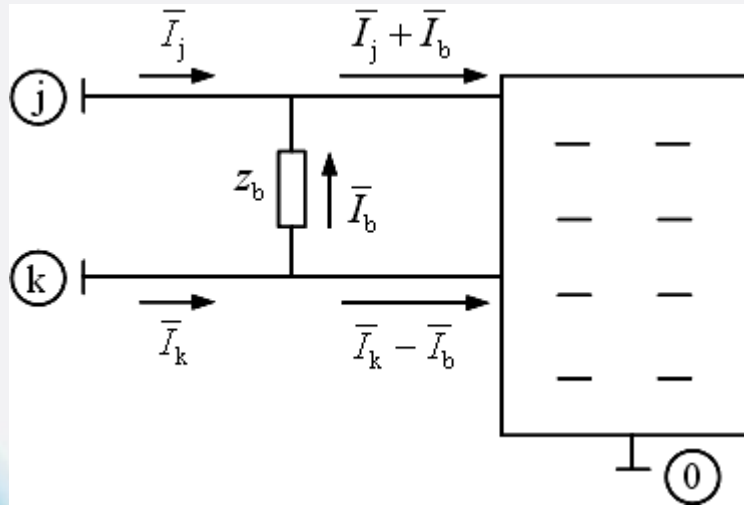
برای دیدن تغییرات  $Z_{bus}^{old}$  با وصل کردن امپدانس  $z_b$  بین باس بار موجود  $k$  و باس بار مینا، باس بار جدید  $p$  را که از طریق  $z_b$  به باس بار  $k$  متصل است، به شبکه اضافه می کنیم. سپس با مساوی صفر قرار دادن  $\bar{V}_p$ ، باس بار  $p$  را به باس بار مینا اتصال کوتاه می کنیم. حال باید سطر و ستون  $(n+1)$  را حذف کنیم، در نتیجه مطابق گذشته داریم:

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \\ \vdots \\ \bar{V}_N \\ \hline \bar{V}_P = 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{ستون } k \text{ ام} \\ \vdots \\ \text{سطر } k \text{ ام} \\ \vdots \\ z_{k1} \quad z_{k2} \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad z_{kn} \quad | \quad z_{kk} + z_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \\ \vdots \\ \bar{I}_N \\ \hline \bar{I}_P \end{bmatrix}$$

$$z_{hi}^{new} = z_{hi}^{old} - \frac{z_{h(n+1)} \cdot z_{(n+1)i}}{z_{kk} + z_b}$$

## فصل دوم: مدل سازی سیستم

### ترمیم نوع چهارم



شبكة ابتدایی که شینه های  $k$  ام و  $j$  ام  
آن به همراه مرجع بیرون آورده  
شده اند.

$$\bar{V}_1 = z_{11}\bar{I}_1 + \dots + z_{1j}(\bar{I}_j + \bar{I}_b) + \dots + z_{1k}(\bar{I}_k - \bar{I}_b) + \dots + z_{1n}\bar{I}_n$$

و یا:

$$\bar{V}_1 = z_{11}\bar{I}_1 + \dots + z_{1j}\bar{I}_j + \dots + z_{1k}\bar{I}_k + \dots + z_{1n}\bar{I}_n + \bar{I}_b(z_{1j} - z_{1k})$$

و به همین ترتیب:

$$\bar{V}_j = z_{j1}\bar{I}_1 + \dots + z_{jj}\bar{I}_j + \dots + z_{jk}\bar{I}_k + \dots + z_{jn}\bar{I}_n + \bar{I}_b(z_{jj} - z_{jk})$$

$$\bar{V}_k = z_{k1}\bar{I}_1 + \dots + z_{kj}\bar{I}_j + \dots + z_{kk}\bar{I}_k + \dots + z_{kn}\bar{I}_n + \bar{I}_b(z_{kj} - z_{kk})$$

## فصل دوم: مدل سازی سیستم

چون  $\bar{I}_b$  نامعلوم است به یک معادله دیگر نیاز داریم:  $\bar{V}_k - \bar{V}_j = z_b \bar{I}_b \Rightarrow 0 = z_b \bar{I}_b + \bar{V}_j - \bar{V}_k$

$$\Rightarrow 0 = z_b \bar{I}_b + (z_{j1} - z_{k1}) \bar{I}_1 + \dots + (z_{jj} - z_{kj}) \bar{I}_j + \dots + (z_{jk} - z_{kk}) \bar{I}_k + \dots + (z_{jn} - z_{kn}) \bar{I}_n + (z_{jj} + z_{kk} - 2z_{jk}) \bar{I}_b$$

$$z_{bb} = z_{jj} + z_{kk} - 2z_{jk} + z_b$$

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \\ \vdots \\ \bar{V}_N \\ - \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ (z_{j1} - z_{k1}) & \cdot & (z_{jj} - z_{kj}) & \cdot & (z_{jk} - z_{kk}) & \cdot & | & z_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \\ \vdots \\ \bar{I}_N \\ - \\ \bar{I}_b \end{bmatrix}$$

$Z_{bus}^{old}$

ترانهاده



## فصل دوم: مدل سازی سیستم

نکته: سطر جدید، سطر  $j$  منهای سطر  $k$  از  $Z_{bus}^{old}$  است و عنصر ستون  $(n+1)$  ام آن  $z_{bb}$  می باشد. ستون جدید ترانهاده سطر جدید است.

حال سطر و ستون  $(n+1)$  را حذف می کنیم:


$$z_{hi}^{new} = z_{hi}^{old} - \frac{z_{h(n+1)} \cdot z_{(n+1)i}}{z_b + z_{jj} + z_{kk} - 2z_{jk}}$$

مثال: مطلوب است  $Z_{bus}^{new}$  با افزودن یک خازن با راکتانس  $5 pu$  بین شینه چهارم و شینه مرجع مدار قبلی، سپس محاسبه  $\bar{V}_4$  ؟

حل: ترمیم نوع سوم با  $z_b = -j5 pu$

## فصل دوم: مدل سازی سیستم

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \\ \bar{V}_3 \\ \bar{V}_4 \\ \text{---} \\ \bar{V}_p = 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j0.4774 & j0.3706 & j0.4020 & j0.4142 & | & j0.4142 \\ j0.3706 & j0.4872 & j0.3922 & j0.4126 & | & j0.4126 \\ j0.4020 & j0.3922 & j0.4558 & j0.4232 & | & j0.4232 \\ j0.4142 & j0.4126 & j0.4232 & j0.4733 & | & j0.4733 \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} & | & \text{---} \\ j0.4142 & j0.4126 & j0.4232 & j0.4733 & | & -j4.5267 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \\ \bar{I}_3 \\ \bar{I}_4 \\ \text{---} \\ \bar{I}_p \end{bmatrix}$$



$$-j5 + j0.4733$$

حال سطر و ستون پنجم را حذف می کنیم:

$$z_{24}^{\text{new}} = j0.4126 - \frac{(j0.4126)(j0.4733)}{-j4.5267} = j0.4557$$

## فصل دوم: مدل سازی سیستم

$$Z_{\text{bus}}^{\text{new}} = \begin{bmatrix} j0.5153 & j0.4084 & j0.4407 & j0.4575 \\ j0.4084 & j0.5248 & j0.4308 & j0.4557 \\ j0.4407 & j0.4308 & j0.4954 & j0.4674 \\ j0.4575 & j0.4557 & j0.4674 & j0.5228 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \bar{V}_4^{\text{new}} &= (j0.4575)(1.2 \angle -90^\circ) + (j0.4557)(1.2 \angle -126.87^\circ) \\ &+ (j0.4674)(1.2 \angle -90^\circ) + (j0.5228) \times 0 \\ &= 1.582^{pu} \angle -11.97^\circ \end{aligned}$$

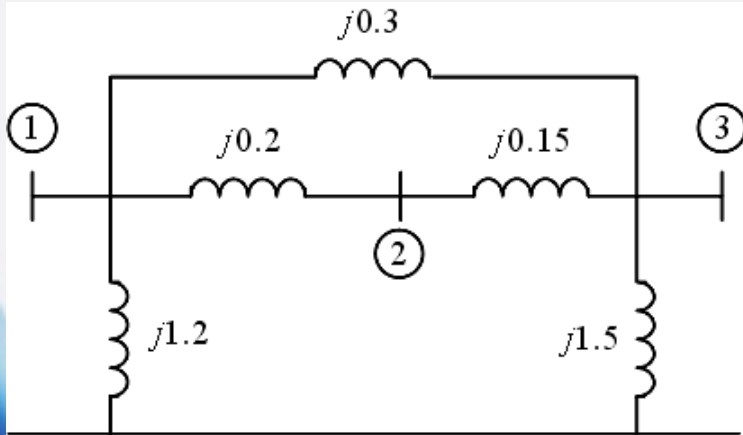


مقایسه با  $\bar{V}_4^{\text{new}}$  در گذشته

## فصل دوم: مدل سازی سیستم

تشکیل  $Z_{bus}$  به روش مستقیم (با ترمیم های مکرر)

مثال:



شینه مرجع

کار را با شینه اول و امپدانس اتصالش به شینه مرجع آغاز می کنیم:

$$\bar{V}_1 = j1.2\bar{I}_1 \rightarrow Z_{bus} = [j1.2]$$

حال برای اضافه کردن شینه دوم به همراه امپدانس اتصالش به شینه اول ترمیم نوع دوم را به کار می بریم:

$$Z_{bus}^{new} = \begin{bmatrix} j1.2 & j1.2 \\ j1.2 & j1.4 \end{bmatrix}$$

$j1.2 + j0.2$

## فصل دوم: مدل سازی سیستم

باز هم به کارگیری ترمیم نوع دوم برای اضافه کردن شینه سوم به همراه امپدانس اتصالش به شینه اول:

$$Z_{bus}^{new_2} = \begin{bmatrix} j1.2 & j1.2 & j1.2 \\ j1.2 & j1.4 & j1.2 \\ j1.2 & j1.2 & j1.5 \end{bmatrix} \quad j1.2 + j0.3$$

به کارگیری ترمیم نوع سوم برای اضافه کردن امپدانس متصل به شینه سوم و شینه مرجع:

$$Z_{bus}^{new_3} = \begin{bmatrix} j1.2 & j1.2 & j1.2 & j1.2 \\ j1.2 & j1.4 & j1.2 & j1.2 \\ j1.2 & j1.2 & j1.5 & j1.5 \\ j1.2 & j1.2 & j1.5 & j3 \end{bmatrix} \quad j1.5 + j1.5$$

## فصل دوم: مدل سازی سیستم

سپس حذف سطر و ستون چهارم:

$$Z_{bus}^{new_4} = \begin{bmatrix} j0.72 & j0.72 & j0.6 \\ j0.72 & j0.92 & j0.6 \\ j0.6 & j0.6 & j0.75 \end{bmatrix}$$

سرانجام به کارگیری ترمیم نوع چهارم برای اضافه کردن امپدانس متصل بین شینه های دوم و سوم:

ستون دوم منهای ستون سوم

$$Z_{bus}^{new_5} = \begin{bmatrix} j0.72 & j0.72 & j0.6 & j0.12 \\ j0.72 & j0.92 & j0.6 & j0.32 \\ j0.6 & j0.6 & j0.75 & -j0.15 \\ j0.12 & j0.32 & -j0.15 & j0.62 \end{bmatrix}$$

$$j0.92 + j0.75 + j0.15 - 2 \times j0.6$$

سطر دوم منهای سطر سوم

## فصل دوم: مدل سازی سیستم

و بالاخره با حذف سطر و ستون چهارم داریم:

$$Z_{\text{bus}}^{\text{new}_6} = \begin{bmatrix} j0.6968 & j0.6581 & j0.6290 \\ j0.6581 & j0.7548 & j0.6774 \\ j0.6290 & j0.6774 & j0.7137 \end{bmatrix}$$

# فصل سوم: پخش بار و کنترل آن

## • محاسبات پخش بار : (LF) Load Flow

کمیت های اصلی باس بار عبارتند از:

$$\left. \begin{array}{l} |\bar{V}_i| : \text{اندازه ولتاژ باس بار } i \text{ ام} \\ \bar{V}_i = |\bar{V}_i| \angle \delta_i \\ \delta_i : \text{اختلاف فاز بین } \bar{V}_i \text{ و ولتاژ مبنا (معمولاً } 0^\circ \text{ نسبت به } \bar{V}_{\text{base}} \text{)} \\ P_i : \text{توان اکتیو خالص باس بار } i \text{ ام} \\ P_i = P_{G_i} - P_{L_i} \\ Q_i : \text{توان راکتیو خالص باس بار } i \text{ ام} \\ Q_i = Q_{G_i} - Q_{L_i} \end{array} \right\}$$

✓ هر چهار کمیت فوق دینامیکی هستند و با تغییر بار تغییر می کنند.

$N$  : تعداد باس بارها  $\Leftarrow 4N$  : کمیت های اصلی باس بارها



# فصل سوم: پخش بار و کنترل آن

معادله  $i$  ام:

$$\bar{S}_i = \bar{V}_i \bar{I}_i^* \Rightarrow \bar{I}_i = \left( \frac{\bar{S}_i}{\bar{V}_i} \right)^* = \frac{(P_i + jQ_i)^*}{\bar{V}_i^*} = \frac{P_i - jQ_i}{\bar{V}_i^*}$$

$$[\bar{I}] = [Y_{\text{BUS}}][\bar{V}] \Rightarrow \bar{I}_i = Y_{i1}\bar{V}_1 + Y_{i2}\bar{V}_2 + \dots + Y_{iN}\bar{V}_N$$

$$\Rightarrow \frac{P_i - jQ_i}{\bar{V}_i^*} = Y_{i1}\bar{V}_1 + Y_{i2}\bar{V}_2 + \dots + Y_{iN}\bar{V}_N \quad (*)$$

$N$  معادله مختلط  $2N =$  معادله اسکالر و  $2N$  مجهول

انواع اصلی باس بار:

- ۱- یک باس بار مبنا (swing یا slack) :: معلوم:  $|\bar{V}_i|$  ,  $\delta_i = 0^\circ$
- ۲-  $n_1$  باس بار مصرف یا P-Q :: معلوم:  $P_i$  ,  $Q_i$
- ۳-  $n_2$  باس بار تولید یا P-|V| :: معلوم:  $P_i$  ,  $|\bar{V}_i|$

$$N = 1 + n_1 + n_2$$

## فصل سوم: پخش بار و کنترل آن

⇐ در هر باس 2 کمیت معلوم ⇐ در کل  $2N$  کمیت معلوم



$$\bar{I} = 0 \Rightarrow P = Q = 0$$

نکته: اگر  $[\bar{V}]$  مشخص باشد، به راحتی سایر مجهولات محاسبه می شود. به طور مثال:

$$Y_{ij} = -y_{ij} = -\frac{1}{z_{ij}} \Rightarrow z_{ij} = -\frac{1}{Y_{ij}}, \quad \bar{I}_{ij} = \frac{\bar{V}_i - \bar{V}_j}{z_{ij}}$$

نکته: شرایط باس بار مبنا:

۱- دارای نیروگاه (تولید) باشد.

۲- بهتر است که بزرگترین نیروگاه را مبنا قرار دهیم.

# فصل سوم: پخش بار و کنترل آن

• روش گوس - سایدل

پایه ریاضی روش گوس - سایدل (جایگزینی متوالی)  
حل یک معادله اسکالر یک مجهولی:

$$f(x) = 0 \xrightarrow{\text{تغییر به فرم}} x = g(x)$$

$$x^{(k+1)} = g(x^{(k)}) \quad x^{(k)}: \text{تخمین اولیه متغیر } x$$

$$\text{دقت مورد نظر} \rightarrow |x^{(k+1)} - x^{(k)}| \leq \varepsilon : \text{شرط توقف}$$

مثال: ریشه معادله  $x + \sin x - 2 = 0$  را به دست آورید.

$$f(x) = x + \sin x - 2 = 0 \rightarrow x = 2 - \sin x = g(x)$$

$x$		0	2	1.09	1.113	1.103	1.107	1.105	...	1.10606
$g(x)$		2	1.09	1.113	1.103	1.107	1.105	1.106	...	1.10606

# فصل سوم: پخش بار و کنترل آن

## • حل مسأله پخش بار (LF) به روش گوس - سایدل (G.S)

هدف مرحله اصلی محاسبات (تکراری): یافتن  $[\bar{V}]$  است. مراحل مختلف آن عبارت است از:

۱- محاسبات پریونیت

۲- تشکیل ماتریس ادمیتانس ( $Y_{bus}$ ): بدون در نظر گرفتن امپدانس سنکرون ژنراتورها و موتورها؛ به علت آنکه این امپدانس سنکرون نشان دهنده تلفات داخلی نیروگاه است که برای ما اهمیتی ندارد. بنابراین امپدانس مدار معادل آنها در تشکیل  $Y_{bus}$  دخالت ندارد.

نکته: اگر خازن به عنوان منبع  $jQ_C$  داده شده باشد، در  $Y_{bus}$  دخالتی ندارد و فقط در  $Q$  خالص دخالت می دهیم، ولی اگر با  $y_C$  (ادمیتانس) داده شود در ماتریس ادمیتانس شبکه ( $Y_{bus}$ ) اعمال می کنیم:

$$Y_{bus} \leftarrow z_L \quad \left\{ \begin{array}{l} \leftarrow \\ \leftarrow \end{array} \right. Z_{Load}$$

$$Q_i, P_i \leftarrow Q_{z_L}, P_{z_L}$$

$$Y_{bus} \leftarrow y_C \quad \left\{ \begin{array}{l} \leftarrow \\ \leftarrow \end{array} \right. \text{خازن}$$

$$Q_i \leftarrow jQ_C$$

## فصل سوم: پخش بار و کنترل آن

۳- تشکیل جدول مقادیر اولیه و لتاژها:

$i$	$ \bar{V}_i $	$\delta_i$
<i>slack</i> 1	$ \bar{V}_1 $	$\delta_1 = 0^\circ$
$P - Q$ 2	$1^{pu}$	$\delta_2 = 0^\circ$
$P - Q$ 3	$1^{pu}$	$\delta_3 = 0^\circ$
$P -  V $ 4	$ \bar{V}_4 $	$\delta_4 = 0^\circ$

۴- محاسبات اصلی

(الف) برای باس بار مبنا هیچ محاسبه ای انجام نمی گیرد.

## فصل سوم: پخش بار و کنترل آن

ب) در باس بارهای P-Q (مصرف) مستقیماً از فرمول اصلی زیر  $\delta_i$  محاسبه می شود و وارد جدول می گردد.

$$\textcircled{*} \rightarrow \frac{P_i - jQ_i}{\bar{V}_i^*} = Y_{i1}\bar{V}_1 + Y_{i2}\bar{V}_2 + \dots + Y_{ii}\bar{V}_i + \dots + Y_{iN}\bar{V}_N$$

$$\Rightarrow \bar{V}_i = \frac{1}{Y_{ii}} \left[ \frac{P_i - jQ_i}{\bar{V}_i^*} - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^N Y_{ik} \bar{V}_k \right] \quad \text{فرمول اصلی:}$$

ج) در باس بارهای P-|V| (تولید) ابتدا از رابطه زیر،  $Q_i$  را محاسبه کرده و سپس از فرمول اصلی  $\bar{V}_i$  را به دست می آوریم و فقط  $\delta_i$  را وارد جدول می کنیم.

$$\frac{P_i - jQ_i}{\bar{V}_i^*} = \sum_{k=1}^N Y_{ik} \bar{V}_k \Rightarrow P_i - jQ_i = \bar{V}_i^* \left( \sum_{k=1}^N Y_{ik} \bar{V}_k \right) \Rightarrow Q_i = -\text{Im} \left[ \bar{V}_i^* \left( \sum_{k=1}^N Y_{ik} \bar{V}_k \right) \right]$$

# فصل سوم: پخش بار و کنترل آن

د) اگر نتیجه محاسبات با مرحله قبل با تقریب معینی برابر باشد، به جواب رسیده ایم، در غیر این صورت محاسبات با استفاده از جدول جدید از اول تکرار می گردد.

## • محاسبات فرعی

۱- محاسبه  $P_{\text{slack}}$  و  $Q_i$  های مجهول (slack و باس بارهای  $P-V$ ):

$$P_i = \text{Real} \left[ \bar{V}_i^* \left( \sum_{k=1}^N Y_{ik} \bar{V}_k \right) \right], \quad Q_i = -\text{Im} \left[ \bar{V}_i^* \left( \sum_{k=1}^N Y_{ik} \bar{V}_k \right) \right]$$

۲- محاسبه  $\bar{I}_{ij}$ :

$$\bar{I}_{ij} = \frac{\bar{V}_i - \bar{V}_j}{z_{ij}}, \quad z_{ij} = \frac{1}{y_{ij}} = \frac{1}{-Y_{ij}}$$

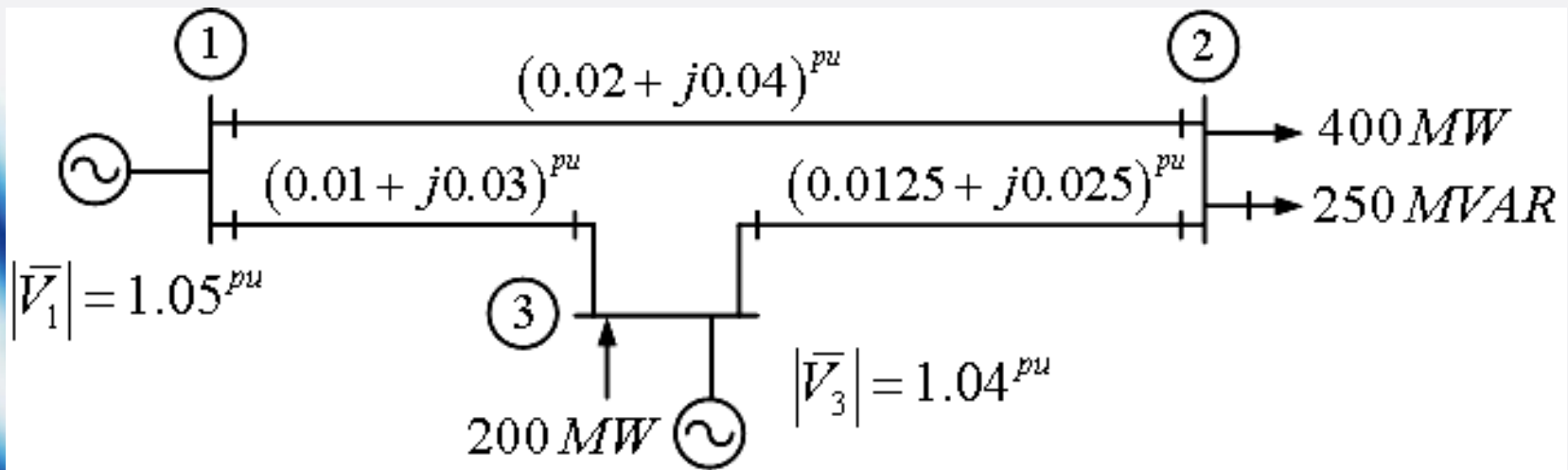
۳- محاسبه تلفات کل سیستم:

$$P_{\text{loss}}^{\text{total}} = \sum^l R_{ij} |\bar{I}_{ij}|^2, \quad Q_{\text{loss}}^{\text{total}} = \sum^l X_{ij} |\bar{I}_{ij}|^2$$

$l$ : تعداد خطوط

# فصل سوم: پخش بار و کنترل آن

مثال: در شبکه سه باسه زیر امیدانس خطوط در مبنای  $100^{MVA}$  حساب شده اند. مطلوب است محاسبه فازور ولتاژ باس بارها به روش گوس - سایدل.





# فصل سوم: پخش بار و کنترل آن

حل مثال:

$$\bar{S}_2^{\text{pu}} = P_2^{\text{pu}} + jQ_2^{\text{pu}} = 0 - \frac{400 + j250}{100} = (-4 - j2.5)^{\text{pu}}$$

$$P_3^{\text{pu}} = \frac{200}{100} = 2^{\text{pu}}$$

$$y_{12} = \frac{1}{0.02 + j0.04} = 10 - j20$$

$$y_{13} = \frac{1}{0.01 + j0.03} = 10 - j30$$

$$y_{23} = \frac{1}{0.0125 + j0.025} = 16 - j32$$

$$\Rightarrow Y_{\text{BUS}} = \begin{bmatrix} 20 - j50 & -10 + j20 & -10 + j30 \\ -10 + j20 & 26 - j52 & -16 + j32 \\ -10 + j30 & -16 + j32 & 26 - j62 \end{bmatrix}$$

## فصل سوم: پخش بار و کنترل آن

تشکیل جدول مقادیر اولیه ولتاژها:

$i$	$ \bar{V}_i $	$\delta_i$
<i>slack</i> 1	1.05 <sup>pu</sup>	$\delta_1 = 0^\circ$
<i>P-Q</i> 2	1 <sup>pu</sup>	$\delta_2 = 0^\circ$
<i>P- V </i> 3	1.04 <sup>pu</sup>	$\delta_3 = 0^\circ$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \bar{V}_2^{\text{new}_1} &= \frac{1}{Y_{22}} \left[ \frac{P_2 - jQ_2}{\bar{V}_2^*} - (Y_{21}\bar{V}_1 + Y_{23}\bar{V}_3) \right] \\ &= \frac{1}{26 - j52} \left[ \frac{-4 - j(-2.5)}{1 \angle 0^\circ} - ((-10 + j20)(1.05 \angle 0^\circ) + (-16 + j32)(1.04 \angle 0^\circ)) \right] \\ &= \underbrace{0.97553^{\text{pu}}}_{\text{وارد جدول}} \angle \underbrace{-2.486^\circ}_{\text{وارد جدول}} \end{aligned}$$

وارد جدول    وارد جدول

## فصل سوم: پخش بار و کنترل آن

$$Q_3^{pu} = -\text{Im} \left[ \bar{V}_3^* \left( Y_{31} \bar{V}_1 + Y_{32} \bar{V}_2 + Y_{33} \bar{V}_3 \right) \right] =$$

$$-\text{Im} \left\{ 1.04 \angle 0^\circ \left[ (-10 + j30)(1.05 \angle 0^\circ) + (-16 + j32)(0.97553 \angle -2.486^\circ) + (26 - j62)(1.04 \angle 0^\circ) \right] \right\}$$

$$= 1.16^{pu}$$

$$\Rightarrow \bar{V}_3^{\text{new}_1} = \frac{1}{Y_{33}} \left[ \frac{P_3 - jQ_3}{\bar{V}_3^*} - (Y_{31} \bar{V}_1 + Y_{32} \bar{V}_2) \right]$$

$$= \frac{1}{26 - j62} \left[ \frac{2 - j1.16}{1.04 \angle 0^\circ} - \left( (-10 + j30)(1.05 \angle 0^\circ) + (-16 + j32)(0.97553 \angle -2.486^\circ) \right) \right]$$

$$= 1.0378^{pu} \angle \underbrace{-0.2854^\circ}$$

وارد جدول

اگر دقت مورد نظر  $5 \times 10^{-5} pu$  باشد، در مرحله هفتم به جواب خواهیم رسید:

$$\bar{V}_2^{\text{final}} = 0.97168^{pu} \angle -2.6951^\circ, \bar{V}_3^{\text{final}} = 1.04^{pu} \angle -0.4975^\circ, Q_3^{\text{final}} = 1.4617^{pu}$$

# فصل سوم: پخش بار و کنترل آن

## روش نیوتن - رافسون

پایه ریاضی روش نیوتن - رافسون

حل یک معادله اسکالر یک مجهولی:

$$f(x) = k$$

بسط تیلور :  $f(x) = f(x_0) + f'(x_0)\Delta x + \dots$

$$\rightarrow \Delta x = \frac{f(x) - f(x_0)}{f'(x_0)} = x - x_0$$

صرفه نظر می شود.  $\Rightarrow x = x_0 + \frac{k - f(x_0)}{f'(x_0)}$

$x_0$	$f(x_0)$	$f'(x_0)$	$x_0 + \frac{k - f(x_0)}{f'(x_0)}$
-------	----------	-----------	------------------------------------

مثال:  $f(x) = x + \sin x = 2$

0	0	2	$0 + \frac{2-0}{2} = 1$
---	---	---	-------------------------

1	$f(1)$	$f'(1)$	$1 + \frac{2 - f(1)}{f'(1)}$
---	--------	---------	------------------------------

$$f(x) = x + \sin x, k = 2$$

$$f'(x) = 1 + \cos x$$

# فصل سوم: پخش بار و کنترل آن

• روش نیوتن - رافسون

پایه ریاضی روش نیوتن - رافسون  
حل دو معادله اسکالر دو مجهولی:

$$\begin{cases} f(x, y) = k_1 \\ g(x, y) = k_2 \end{cases}$$

صرفه نظر می شود.

بسط تیلور :

$$\begin{cases} k_1 = f(x, y) = f(x_0, y_0) + \frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{x_0, y_0} \Delta x + \frac{\partial f}{\partial y} \Big|_{x_0, y_0} \Delta y + \dots \\ k_2 = g(x, y) = g(x_0, y_0) + \frac{\partial g}{\partial x} \Big|_{x_0, y_0} \Delta x + \frac{\partial g}{\partial y} \Big|_{x_0, y_0} \Delta y + \dots \end{cases}$$

صرفه نظر می شود.

$$\Rightarrow \begin{cases} k_1 - f(x_0, y_0) = \Delta f_0 = \frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{x_0, y_0} \Delta x + \frac{\partial f}{\partial y} \Big|_{x_0, y_0} \Delta y \\ k_2 - g(x_0, y_0) = \Delta g_0 = \frac{\partial g}{\partial x} \Big|_{x_0, y_0} \Delta x + \frac{\partial g}{\partial y} \Big|_{x_0, y_0} \Delta y \end{cases}$$

## فصل سوم: پخش بار و کنترل آن

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \Delta f_0 \\ \Delta g_0 \end{bmatrix} = \left. \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} & \frac{\partial f}{\partial y} \\ \frac{\partial g}{\partial x} & \frac{\partial g}{\partial y} \end{bmatrix} \right|_{x_0, y_0} \times \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} = [J] \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} = [J]^{-1} \begin{bmatrix} \Delta f_0 \\ \Delta g_0 \end{bmatrix}$$

ماتریس ژاکوبین

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \end{bmatrix} = [J]^{-1} \begin{bmatrix} \Delta f_0 \\ \Delta g_0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} + [J]^{-1} \begin{bmatrix} \Delta f_0 \\ \Delta g_0 \end{bmatrix}$$

شرط جواب: صفر شود.

$\begin{Bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} \Delta f(x_0) \\ \Delta g(x_0) \end{Bmatrix}$	$[J_0]$	$\begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix}$	
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.

# فصل سوم: پخش بار و کنترل آن

مثال:

$i$	معلوم	مجهول
<i>slack</i> 1	$ \bar{V}_1 , \delta_1 = 0^\circ$	$(P_1, Q_1)$
$P-Q$ 2	$P_2, Q_2$	$ \bar{V}_2 , \delta_2$
$P-Q$ 3	$P_3, Q_3$	$ \bar{V}_3 , \delta_3$
$P- V $ 4	$P_4,  \bar{V}_4 $	$(Q_4), \delta_4$

مرحله بعدی (محاسبات فرعی)

$$x \rightarrow \begin{bmatrix} \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \end{bmatrix} \Rightarrow \Delta x \rightarrow \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \Delta \delta_3 \\ \Delta \delta_4 \end{bmatrix} = [\Delta \delta]$$

$$\begin{cases} f_i \rightarrow P_i \\ g_i \rightarrow Q_i \end{cases}$$

$$y \rightarrow \begin{bmatrix} |\bar{V}_2| \\ |\bar{V}_3| \end{bmatrix} \Rightarrow \Delta y \rightarrow \begin{bmatrix} \Delta |\bar{V}_2| \\ \Delta |\bar{V}_3| \end{bmatrix} = [\Delta |\bar{V}|]$$

# فصل سوم: پخش بار و کنترل آن

$$P_i = \text{Real} \left[ \bar{V}_i^* \left( \sum_{n=1}^N Y_{in} \bar{V}_n \right) \right], \quad Q_i = -\text{Im} \left[ \bar{V}_i^* \left( \sum_{n=1}^N Y_{in} \bar{V}_n \right) \right]$$

فرض: 
$$\begin{cases} \bar{V}_i = |\bar{V}_i| \angle \delta_i \\ \bar{V}_n = |\bar{V}_n| \angle \delta_n \\ Y_{in} = |Y_{in}| \angle \theta_{in} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_i^{\text{cal}} = \sum_{n=1}^N \left[ |\bar{V}_i| |Y_{in}| |\bar{V}_n| \cos(\delta_n - \delta_i + \theta_{in}) \right] \\ Q_i^{\text{cal}} = -\sum_{n=1}^N \left[ |\bar{V}_i| |Y_{in}| |\bar{V}_n| \sin(\delta_n - \delta_i + \theta_{in}) \right] \end{cases}$$

همه باس بارها به جزء slack



$$\begin{cases} \Delta P_i = P_i^{\text{spc}} - P_i^{\text{cal}} \\ \Delta Q_i = Q_i^{\text{spc}} - Q_i^{\text{cal}} \end{cases} \Rightarrow$$



همه باس بارهای مصرف یا p-Q

$$\begin{matrix} H \\ N \end{matrix} \begin{cases} \frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} \\ \frac{\partial P_i}{\partial \delta_n} \\ \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_i} \\ \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_n} \end{cases} \quad \begin{matrix} M \\ L \end{matrix} \begin{cases} \frac{\partial P_i}{\partial |\bar{V}_i|} \\ \frac{\partial P_i}{\partial |\bar{V}_n|} \\ \frac{\partial Q_i}{\partial |\bar{V}_i|} \\ \frac{\partial Q_i}{\partial |\bar{V}_n|} \end{cases}$$

spc: specified  
cal: calculated



# فصل سوم: پخش بار و کنترل آن

- حل مسأله پخش بار (LF) به روش نیوتن - رافسون (N.R)

۱- محاسبات پریونیت

۲- تشکیل  $Y_{bus}$

۳- تشکیل جدول مقادیر اولیه و لتاژها

۴- محاسبات شامل:

الف) نوشتن فرم گسترده فرمول اصلی

$$\begin{bmatrix} \Delta\delta \\ \Delta|\bar{V}| \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & M \\ N & L \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix}$$

ب) بردار  $\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix}$  با استفاده از جدول مقادیر اولیه محاسبه می شود. در صورتی که

نزدیک صفر نباشد (شرط جواب احراز نشده باشد)، ماتریس ژاکوبین و معکوس آن را محاسبه می کنیم.

# فصل سوم: پخش بار و کنترل آن

(ج) با استفاده از فرمول اصلی بردار  $\begin{bmatrix} \Delta\delta \\ \Delta|\bar{V}| \end{bmatrix}$  محاسبه و با داشتن مقادیر اولیه، بردار

جدید محاسبه و وارد جدول می گردد.  $\begin{bmatrix} \delta \\ |\bar{V}| \end{bmatrix}$

(د) محاسبات از مرحله ب با استفاده از جدول جدید تکرار می گردد.

$i$	$ \bar{V}_i $	$\delta_i$
$P- V $	$ \bar{V}_1 $	0
<i>slack</i>	$ \bar{V}_2 $	0
$P-Q$	1	0
$P- V $	$ \bar{V}_4 $	0
$P-Q$	1	0

۳- تشکیل جدول مقادیر اولیه ولتاژها

مثال:  $P_1, |\bar{V}_1|, |\bar{V}_2|, \delta_2 = 0^\circ, Y_{bus}$

$|\bar{V}_4|, Q_5, Q_3, P_5, P_4, P_3$

۱ و ۲

# فصل سوم: پخش بار و کنترل آن

۴- محاسبات

(الف)

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial \delta} & \frac{\partial P}{\partial |\bar{V}|} \\ \frac{\partial Q}{\partial \delta} & \frac{\partial Q}{\partial |\bar{V}|} \end{bmatrix}}_{\text{معلوم}} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta |\bar{V}| \end{bmatrix}$$

مجهول

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta P_3 \\ \Delta P_4 \\ \Delta P_5 \\ \text{---} \\ \Delta Q_3 \\ \Delta Q_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{13} & H_{14} & H_{15} & | & M_{13} & M_{15} \\ H_{31} & H_{33} & H_{34} & H_{35} & | & M_{33} & M_{35} \\ H_{41} & H_{43} & H_{44} & H_{45} & | & M_{43} & M_{45} \\ H_{51} & H_{53} & H_{54} & H_{55} & | & M_{53} & M_{55} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} & | & \text{---} & \text{---} \\ N_{31} & N_{33} & N_{34} & N_{35} & | & L_{33} & L_{35} \\ N_{51} & N_{53} & N_{54} & N_{55} & | & L_{53} & L_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_1 \\ \Delta \delta_3 \\ \Delta \delta_4 \\ \Delta \delta_5 \\ \text{---} \\ \Delta |\bar{V}_3| \\ \Delta |\bar{V}_5| \end{bmatrix}$$

# فصل سوم: پخش بار و کنترل آن

به طور مثال:

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_n} = -|\bar{V}_i| |Y_{in}| |\bar{V}_n| \sin(\delta_n - \delta_i + \delta_{in}), \quad n \neq i$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq i}}^N |\bar{V}_i| |Y_{in}| |\bar{V}_n| \sin(\delta_n - \delta_i + \delta_{in})$$

(ب) محاسبه  $\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix}$  و  $[J]$

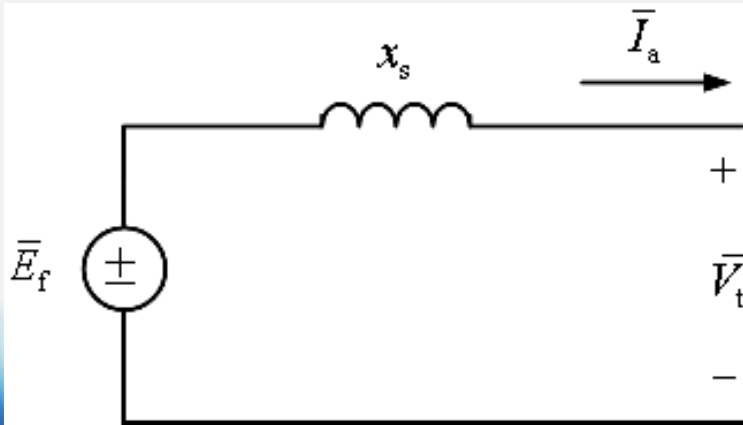
$$\Delta P_i = P_i^{\text{spc}} - P_i^{\text{cal}}$$

$$\Delta Q_i = Q_i^{\text{spc}} - Q_i^{\text{cal}}$$

(ج) معکوس کردن  $[J]$  و محاسبه  $\begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta |\bar{V}| \end{bmatrix}$  و سپس  $\begin{bmatrix} \delta \\ |\bar{V}| \end{bmatrix}$  وارد جدول.

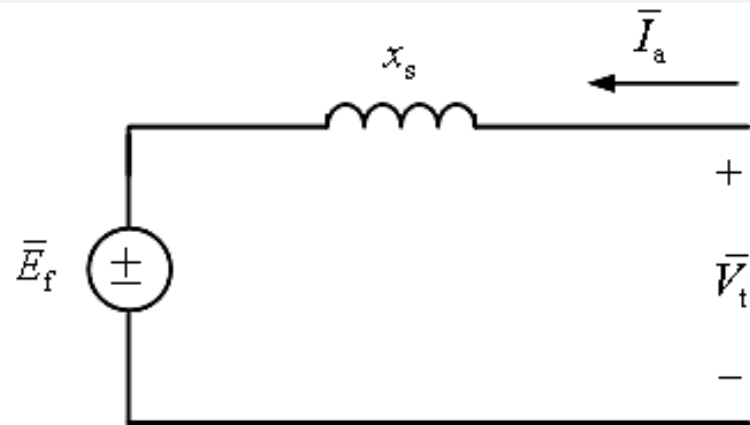
# فصل سوم: پخش بار و کنترل آن

- کنترل جریان - توان شبکه



مدار معادل یک فاز ژنراتور سنکرون

$$\bar{V}_t = \bar{E}_f - jx_s \bar{I}_a$$



مدار معادل یک فاز موتور سنکرون

$$\bar{V}_t = \bar{E}_f + jx_s \bar{I}_a$$

ولتاژ داخلی (تحریک) و ولتاژ ترمینال (خروجی) و راکتانس سنکرون، جریان آرمیچر (استاتور)، ولتاژ ترمینال (خروجی) و ولتاژ داخلی (تحریک)

# فصل سوم: پخش بار و کنترل آن

توان خروجی ژنراتور سنکرون:

$$\bar{V}_t = \bar{E}_f - jx_s \bar{I}_a \Rightarrow \bar{E}_f = \bar{V}_t + jx_s \bar{I}_a, \quad \bar{V}_t = |\bar{V}_t| \angle 0^\circ, \quad \bar{E}_f = |\bar{E}_f| \angle \delta \rightarrow \text{زاویه توان}$$

$$\bar{I}_a = \frac{\bar{E}_f - \bar{V}_t}{jx_s} = \frac{|\bar{E}_f| \angle \delta - |\bar{V}_t| \angle 0^\circ}{x_s \angle 90^\circ} = \frac{|\bar{E}_f|}{x_s} \angle (\delta - 90^\circ) - \frac{|\bar{V}_t|}{x_s} \angle -90^\circ$$

$$\bar{S}_t = \bar{V}_t \bar{I}_a^* = (|\bar{V}_t| \angle 0^\circ) \left( \frac{|\bar{E}_f|}{x_s} \angle (\delta - 90^\circ) - \frac{|\bar{V}_t|}{x_s} \angle -90^\circ \right)^*$$

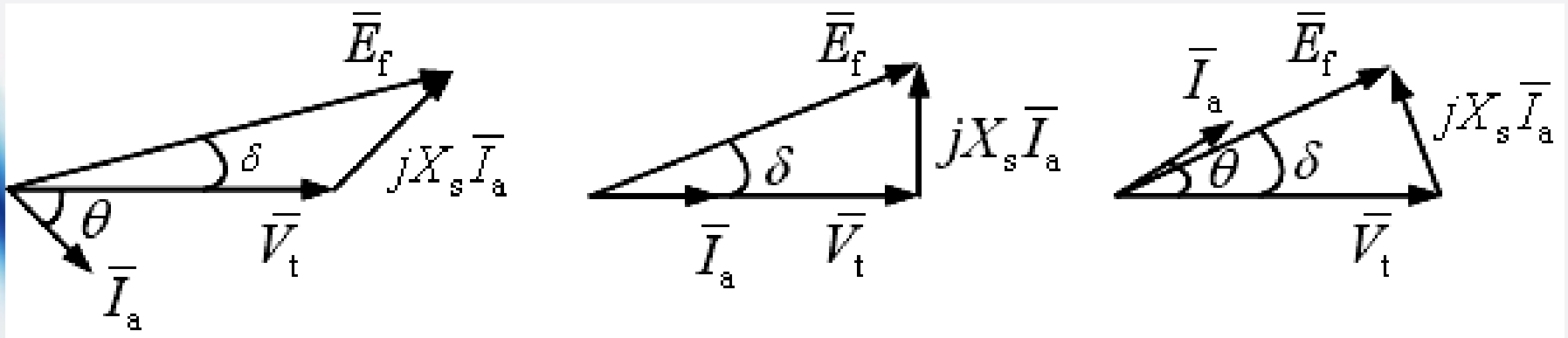
$$\Rightarrow \bar{S}_t = \frac{|\bar{E}_f| |\bar{V}_t|}{x_s} \angle (90^\circ - \delta) - \frac{|\bar{V}_t|^2}{x_s} \angle 90^\circ$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P_t = \frac{|\bar{E}_f| |\bar{V}_t|}{x_s} \cos(90^\circ - \delta) - \frac{|\bar{V}_t|^2}{x_s} \cos(90^\circ) = \frac{|\bar{E}_f| |\bar{V}_t|}{x_s} \sin(\delta) \\ Q_t = \frac{|\bar{E}_f| |\bar{V}_t|}{x_s} \sin(90^\circ - \delta) - \frac{|\bar{V}_t|^2}{x_s} \sin(90^\circ) = \frac{|\bar{V}_t|}{x_s} (|\bar{E}_f| \cos(\delta) - |\bar{V}_t|) \end{cases}$$

## فصل سوم: پخش بار و کنترل آن

دیاگرام فازوری ژنراتور سنکرون در سه حالت زیر تحریک، تحریک نرمال و فوق تحریک:

$$\bar{E}_f = \bar{V}_t + jX_s \bar{I}_a$$



ژنراتور توان راکتیو تولید می کند.

ژنراتور توان راکتیو نه مصرف و نه تولید می کند.

ژنراتور توان راکتیو مصرف می کند.

# فصل سوم: پخش بار و کنترل آن

کنترل به وسیله ترانسفورماتورها

۱- تنظیم دامنه ولتاژ (LTC یا TCUL)

Load Tap Changer Trans.

Tap Changer Under Load Trans.

ترانسفورماتورهای تنظیم

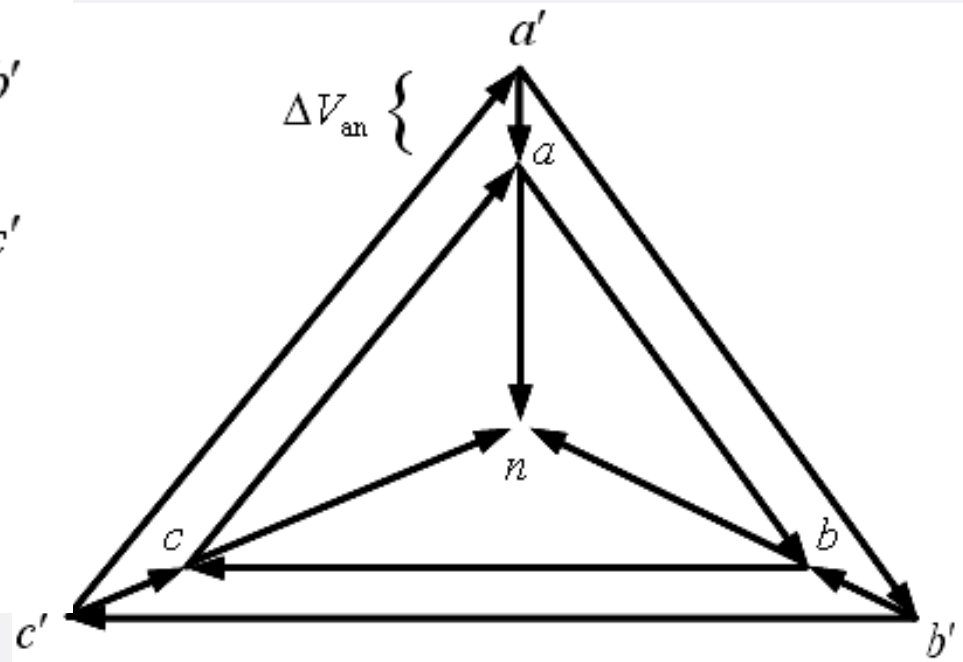
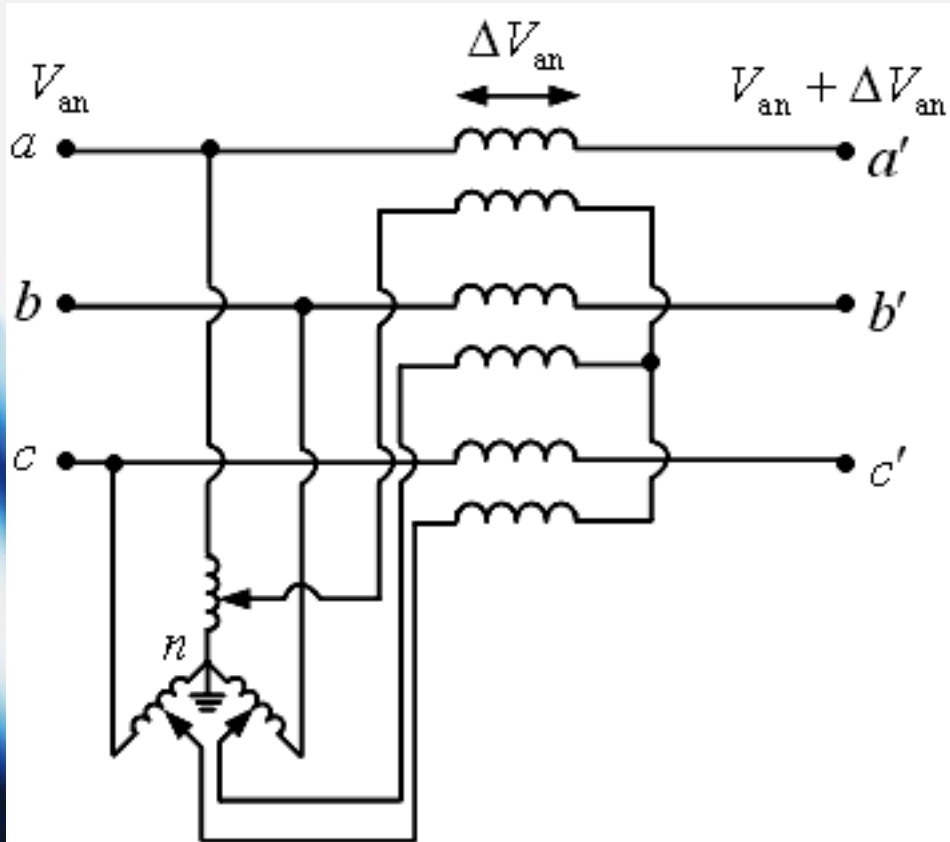
Regulating Transformers

۲- تنظیم فاز (زاویه ولتاژ): Phase Shifter



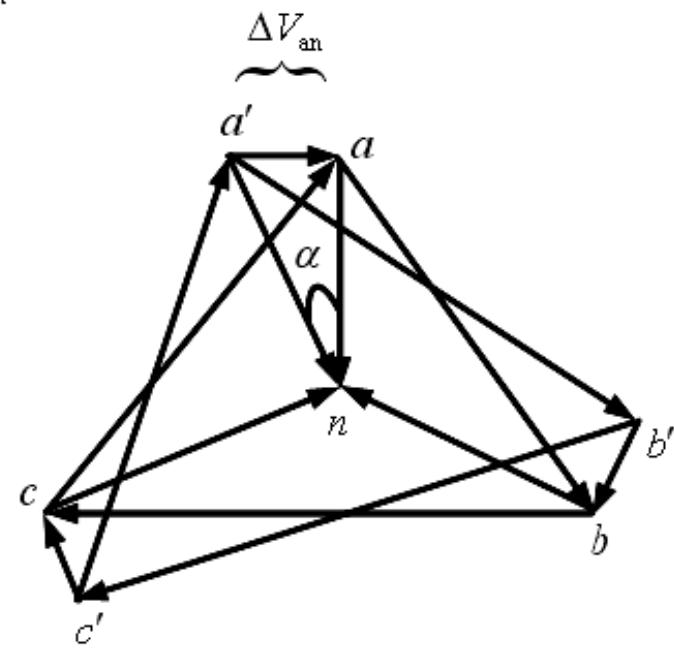
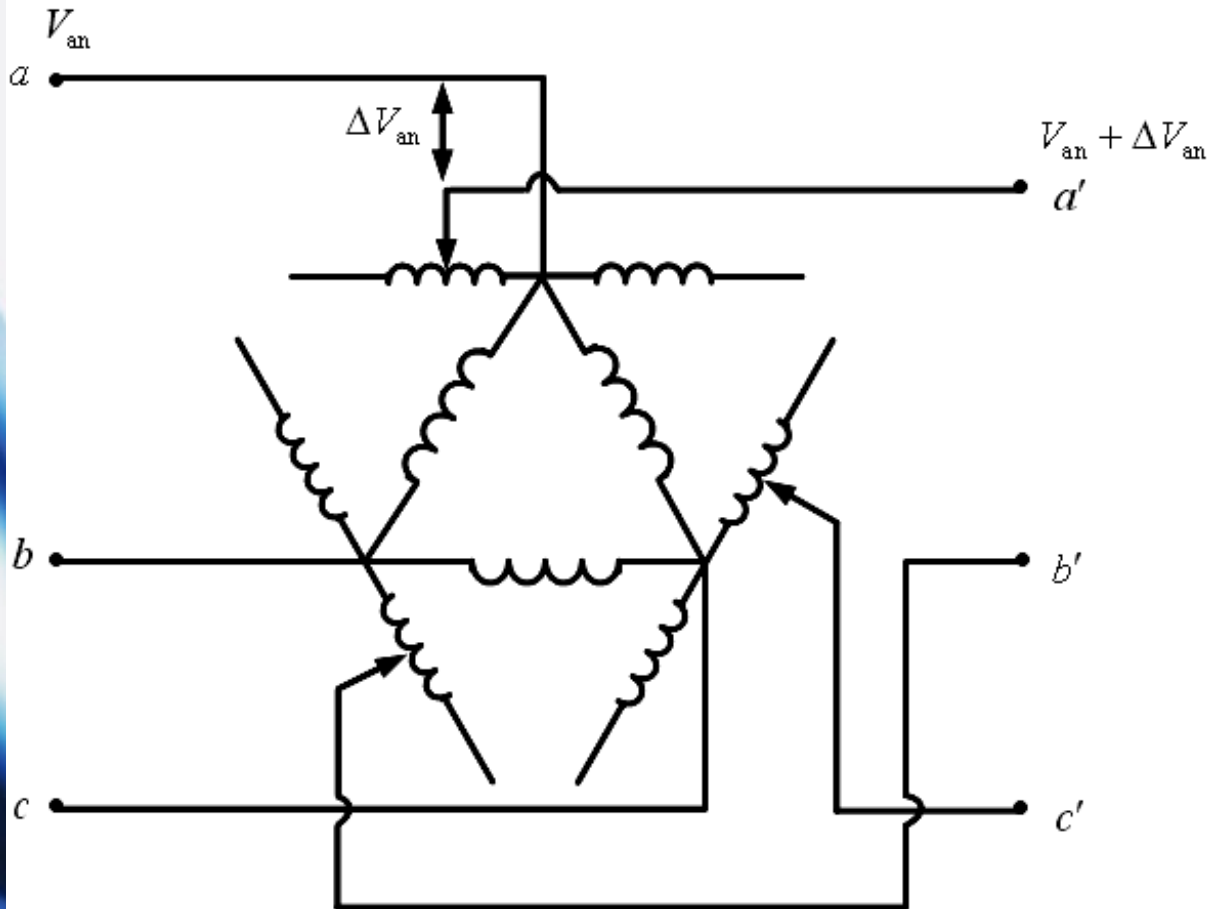
# فصل سوم: پخش بار و کنترل آن

ترانسفورماتورهای تنظیم برای کنترل اندازه ولتاژ



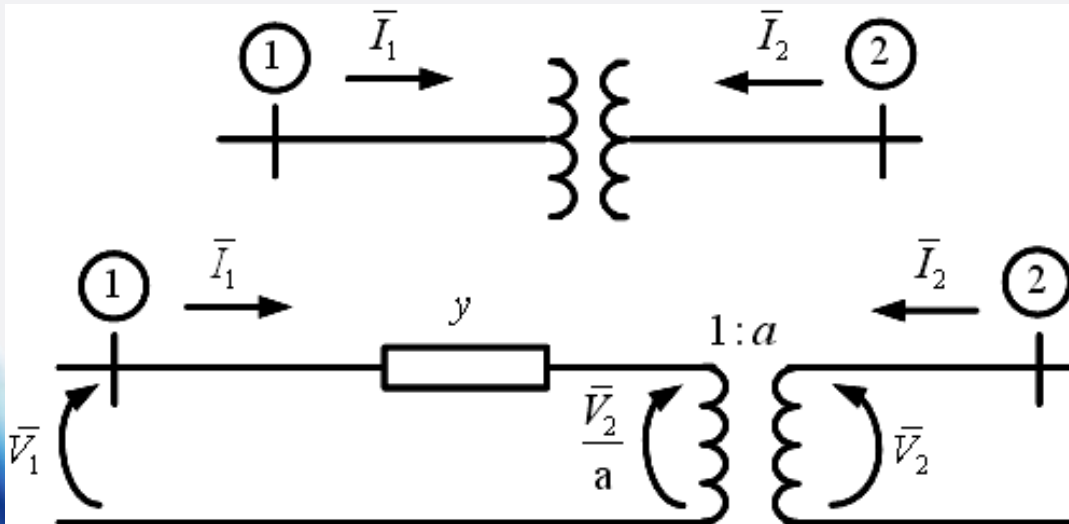
# فصل سوم: پخش بار و کنترل آن

ترانسفورماتورهای تنظیم برای کنترل زاویه ولتاژ



# فصل سوم: پخش بار و کنترل آن

## مدل سازی LTC



off-nominal turn ratio

$$\begin{cases} \bar{I}_1 = Y_{11}\bar{V}_1 + Y_{12}\bar{V}_2 \\ \bar{I}_2 = Y_{21}\bar{V}_1 + Y_{22}\bar{V}_2 \end{cases}$$

$$(Y_{\text{BUS}})_{2 \times 2} = ?$$

$$a = 1.05 \rightarrow \text{tap} + 5\%$$

$$a = 0.97 \rightarrow \text{tap} - 3\%$$

$$a = 1 \angle 3^\circ \rightarrow \text{ph.sh.} + 3^\circ$$

$$a = 1 \angle -2^\circ \rightarrow \text{ph.sh.} - 2^\circ$$

## فصل سوم: پخش بار و کنترل آن

$$\text{KVL در حلقه اولیه} : \bar{I}_1 = (\bar{V}_1 - \frac{\bar{V}_2}{a})y \rightarrow Y_{11} = y, Y_{12} = -\frac{y}{a}$$

$$\text{ورودی به ترانس ایده آل} : \bar{S}_1 = (\frac{\bar{V}_2}{a})\bar{I}_1^*$$

$$\text{خروجی از ترانس ایده آل} : \bar{S}_2 = (\bar{V}_2)(-\bar{I}_2^*)$$

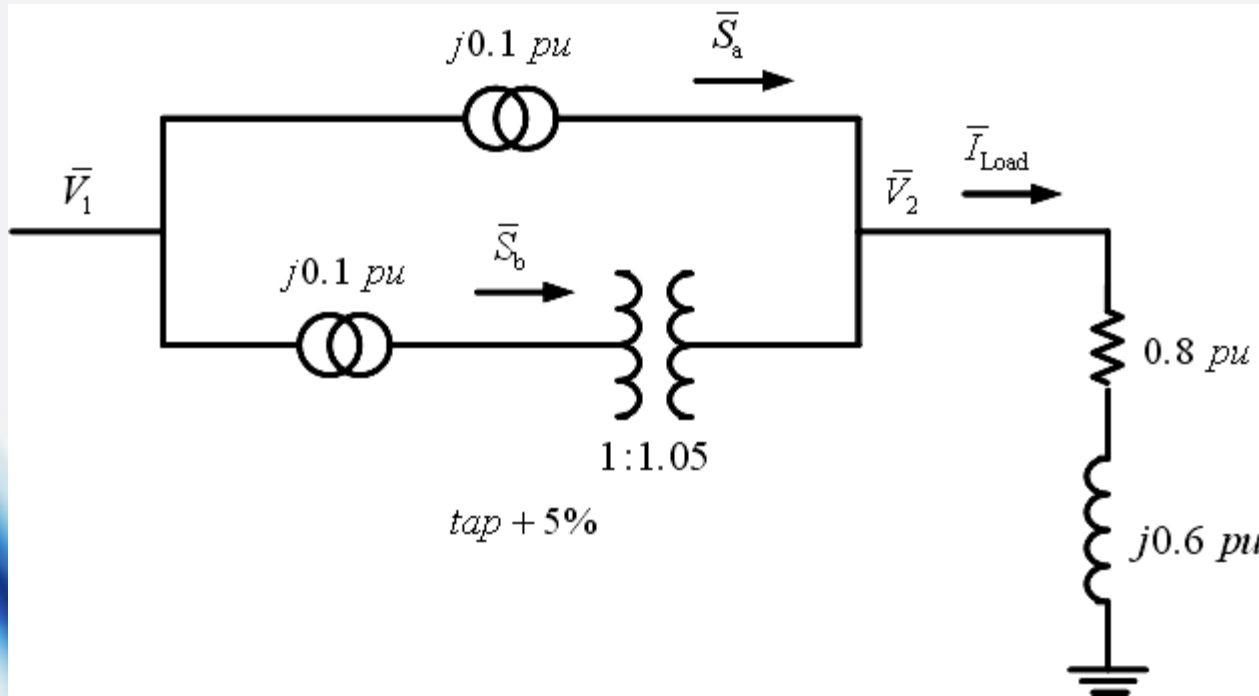
$$\bar{S}_1 = \bar{S}_2 \Rightarrow (\frac{\bar{V}_2}{a})\bar{I}_1^* = (\bar{V}_2)(-\bar{I}_2^*) \Rightarrow \frac{\bar{I}_1^*}{a} = -\bar{I}_2^* \Rightarrow \bar{I}_1^* = -a\bar{I}_2^* \Rightarrow \bar{I}_1 = -a^*\bar{I}_2$$

$$\Rightarrow \bar{I}_2 = -\frac{1}{a^*}\bar{I}_1 \Rightarrow \bar{I}_2 = -\frac{y}{a^*}\bar{V}_1 + \frac{y}{aa^*}\bar{V}_2 = -\frac{y}{a^*}\bar{V}_1 + \frac{y}{|a|^2}\bar{V}_2 \rightarrow Y_{21} = -\frac{y}{a^*}, Y_{22} = \frac{y}{|a|^2}$$

$$\Rightarrow Y_{\text{BUS}} = \begin{bmatrix} y & -\frac{y}{a} \\ -\frac{y}{a^*} & \frac{y}{|a|^2} \end{bmatrix}$$

# فصل سوم: پخش بار و کنترل آن

مثال:



$$\bar{V}_2 = 1^{pu} \angle 0^\circ$$

$$(Y_{BUS})_{2 \times 2} = ? , \bar{V}_1 = ? , \bar{S}_a = ? , \bar{S}_b = ?$$

الف) بدون tap

ب) با  $tap + 5\%$

# فصل سوم: پخش بار و کنترل آن

الف) بدون tap

$$\bar{S}_L = \bar{V}_2 \bar{I}_{\text{Load}}^* = (1 \angle 0^\circ) \left( \frac{1 \angle 0^\circ}{0.8 + j0.6} \right)^* = (0.8 + j0.6)^{pu}$$

$$\bar{S}_a = \bar{S}_b = \frac{1}{2} \bar{S}_L = (0.4 + j0.3)^{pu}, \quad (x_a = x_b = 0.1^{pu}), \quad (\bar{I}_{\text{Load}} = 0.8 - j0.6)^{pu}$$

ب) با 5% tap

$$a = 1.05, \quad y = \frac{1}{j0.1} = -j10, \quad Y_{\text{BUS}}^{\text{T}_b} = \begin{bmatrix} -j10 & \frac{j10}{1.05} \\ \frac{j10}{1.05} & -j10 \end{bmatrix}, \quad Y_{\text{BUS}}^{\text{T}_a} = \begin{bmatrix} -j10 & j10 \\ j10 & -j10 \end{bmatrix}$$

$$Y_{\text{BUS}}^{\text{System}} = Y_{\text{BUS}}^{\text{T}_a} + Y_{\text{BUS}}^{\text{T}_b} = \begin{bmatrix} -j20 & j19.52 \\ j19.52 & -j19.07 \end{bmatrix}, \quad [\bar{I}] = [Y_{\text{BUS}}][\bar{V}]$$

$$\Rightarrow -\bar{I}_{\text{Load}} = \bar{I}_2 = Y_{21} \bar{V}_1 + Y_{22} \bar{V}_2 \Rightarrow \bar{V}_1 = \frac{1}{Y_{21}} (-\bar{I}_{\text{Load}} - Y_{22} \bar{V}_2)$$

## فصل سوم: پخش بار و کنترل آن

$$\Rightarrow \bar{V}_1 = \frac{1}{j19.52} (-(0.8 - j0.6) - (-j19.07)(1 \angle 0^\circ)) = (1.008 + j0.041)^{pu}$$

$$\bar{V}_1 - \bar{V}_2 = (0.008 + j0.041)^{pu}$$

$$\bar{I}_{T_a} = (\bar{V}_1 - \bar{V}_2)(-j10) = (0.41 - j0.08)^{pu}$$

$$\bar{I}_{T_b} = \bar{I}_{Load} - \bar{I}_{T_a} = (0.39 - j0.52)^{pu}$$

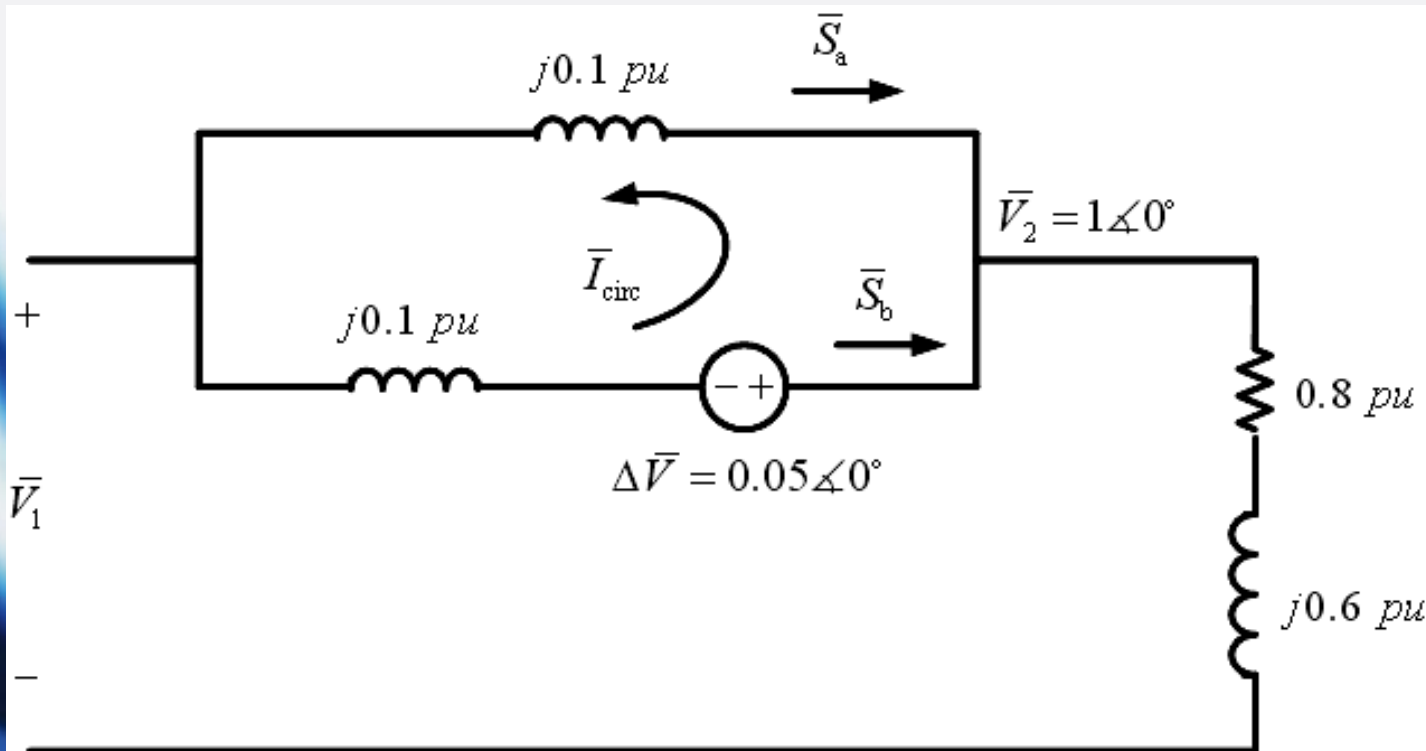
$$\bar{S}_{T_a} = \bar{S}_a = \bar{V}_2 \bar{I}_{T_a}^* = (0.41 + j0.08)^{pu}$$

$$\bar{S}_{T_b} = \bar{S}_b = \bar{V}_2 \bar{I}_{T_b}^* = (0.39 + j0.52)^{pu}$$

# فصل سوم: پخش بار و کنترل آن

## راه حل تقریبی

با استفاده از اصل جمع آثار و با فرض آنکه امپدانس بار بسیار بزرگتر از امپدانس ترانسفورماتور است، داریم:





## فصل سوم: پخش بار و کنترل آن

$$\Delta \bar{V} = a - 1 = 1.05 - 1 = 0.05 \text{ pu}$$

$$\text{if } \Delta \bar{V} = 0 \Rightarrow \bar{I}_{T_a} = \bar{I}_{T_b} = (0.4 - j0.3)^{pu}$$

$$\text{if } \bar{V}_1 = 0 \Rightarrow \bar{I}_{\text{circ}} = \frac{0.05 \angle 0^\circ}{j0.2} = -j0.25^{pu}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \bar{I}_{T_a} = 0.4 - j0.3 - (-j0.25) = (0.4 - j0.05)^{pu} \\ \bar{I}_{T_b} = 0.4 - j0.3 + (-j0.25) = (0.4 - j0.55)^{pu} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \bar{S}_a = (0.4 + j0.05)^{pu} \\ \bar{S}_b = (0.4 + j0.55)^{pu} \end{cases}$$

مقایسه با روش قبلی

مثال: تکرار مثال قبل با  $a = 1 \angle 3^\circ$  (phase shifter)

$$Y_{\text{BUS}}^{T_b} = \begin{bmatrix} -j10 & \frac{j10}{1 \angle 3^\circ} \\ \frac{j10}{1 \angle -3^\circ} & -j10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -j10 & 10 \angle 87^\circ \\ 10 \angle 93^\circ & -j10 \end{bmatrix}, Y_{\text{BUS}}^{T_a} = \begin{bmatrix} -j10 & j10 \\ j10 & -j10 \end{bmatrix}$$

## فصل سوم: پخش بار و کنترل آن

$$Y_{\text{BUS}}^{\text{System}} = Y_{\text{BUS}}^{\text{T}_a} + Y_{\text{BUS}}^{\text{T}_b} = \begin{bmatrix} -j20 & 20 \angle 88.5^\circ \\ 20 \angle 91.5^\circ & -j20 \end{bmatrix}$$

$$\bar{V}_1 = \frac{1}{Y_{21}} (-\bar{I}_{\text{Load}} - Y_{22} \bar{V}_2) = \frac{1}{20 \angle 91.5^\circ} (-0.8 + j0.6 + j20 \times 1 \angle 0^\circ) = (1.03 + j0.013)^{pu}$$

$$\bar{V}_1 - \bar{V}_2 = (0.03 + j0.013)^{pu}, \quad \bar{I}_{\text{T}_a} = (\bar{V}_1 - \bar{V}_2)(-j10) = (0.13 - j0.3)^{pu}$$

$$\bar{I}_{\text{T}_b} = \bar{I}_{\text{Load}} - \bar{I}_{\text{T}_a} = (0.67 - j0.3)^{pu}, \quad \Rightarrow \bar{S}_a = (0.13 + j0.3)^{pu}, \quad \bar{S}_b = (0.67 + j0.3)^{pu}$$

راه حل تقریبی

$$\Delta \bar{V} = a - 1 = 1 \angle 3^\circ - 1 = 0.0524 \angle 91.5^\circ \rightarrow \bar{I}_{\text{circ}} = \frac{0.0524 \angle 91.5^\circ}{j0.2} = (0.262 + j0.0069)^{pu}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \bar{I}_{\text{T}_a} = 0.4 - j0.3 - (0.262 + j0.0069) = (0.138 - j0.3069)^{pu} \\ \bar{I}_{\text{T}_b} = 0.4 - j0.3 + (0.262 + j0.0069) = (0.662 - j0.2931)^{pu} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \bar{S}_a = (0.138 + j0.3069)^{pu} \\ \bar{S}_b = (0.662 + j0.2931)^{pu} \end{cases}$$

مقایسه با روش قبلی

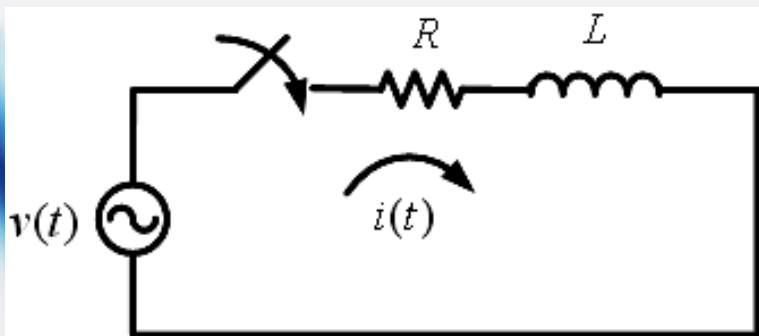
# فصل چهارم: محاسبات اتصال کوتاه سه فاز

## محاسبات اتصال کوتاه

✓ سه فاز متقارن: L-L-L یا L-L-L-G

✓ سه فاز نامتقارن: L-L، L-G، L-L-G

احتمال وقوع از کم به زیاد: L-L-L، L-L-G، L-L، L-G



$$v(t) = V_{\max} \sin(\omega t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt}$$

$$i(0) = 0$$

مبدأ زمان و کلید الزاماً یکسان نیستند.

$$\Rightarrow v(t) = V_{\max} \sin(\omega t + \alpha) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt}$$

به لحظه بسته شدن کلید بستگی دارد.

## فصل چهارم: محاسبات اتصال کوتاه سه فاز

$$\Rightarrow i(t) = \frac{V_{\max}}{|z|} \left( \sin(\omega t + \alpha - \theta) - e^{-\frac{R}{L}t} \sin(\alpha - \theta) \right)$$

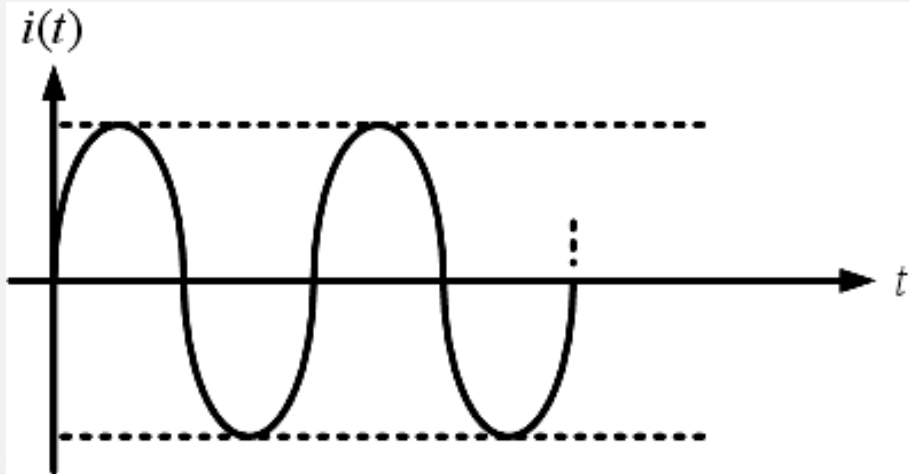
$$|z| = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}, \quad \theta = \tan^{-1}\left(\frac{\omega L}{R}\right)$$

$$i_{AC}(t) = \underbrace{\frac{V_{\max}}{|z|} \sin(\omega t + \alpha - \theta)}_{\text{مؤلفه AC}} - \underbrace{\frac{V_{\max}}{|z|} \sin(\alpha - \theta) e^{-\frac{R}{L}t}}_{\text{مؤلفه DC}}$$

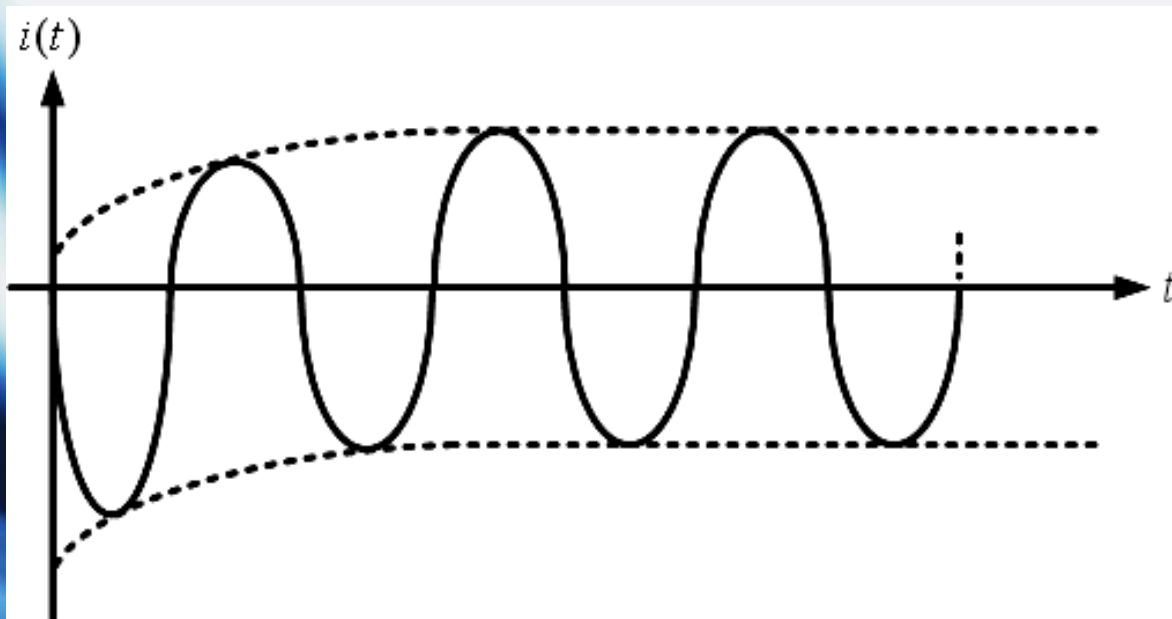
$$\text{حالات خاص: } \left\{ \begin{array}{l} \text{بهترین حالت: } i_{DC} = 0 \Rightarrow \alpha - \theta = 0 \Rightarrow \alpha = \theta \\ \text{بدترین حالت: } i_{DC} = \max \Rightarrow \alpha - \theta = \pm \frac{\pi}{2} \Rightarrow \alpha = \theta \pm \frac{\pi}{2} \end{array} \right.$$

# فصل چهارم: محاسبات اتصال کوتاه سه فاز

مدار ایده آل



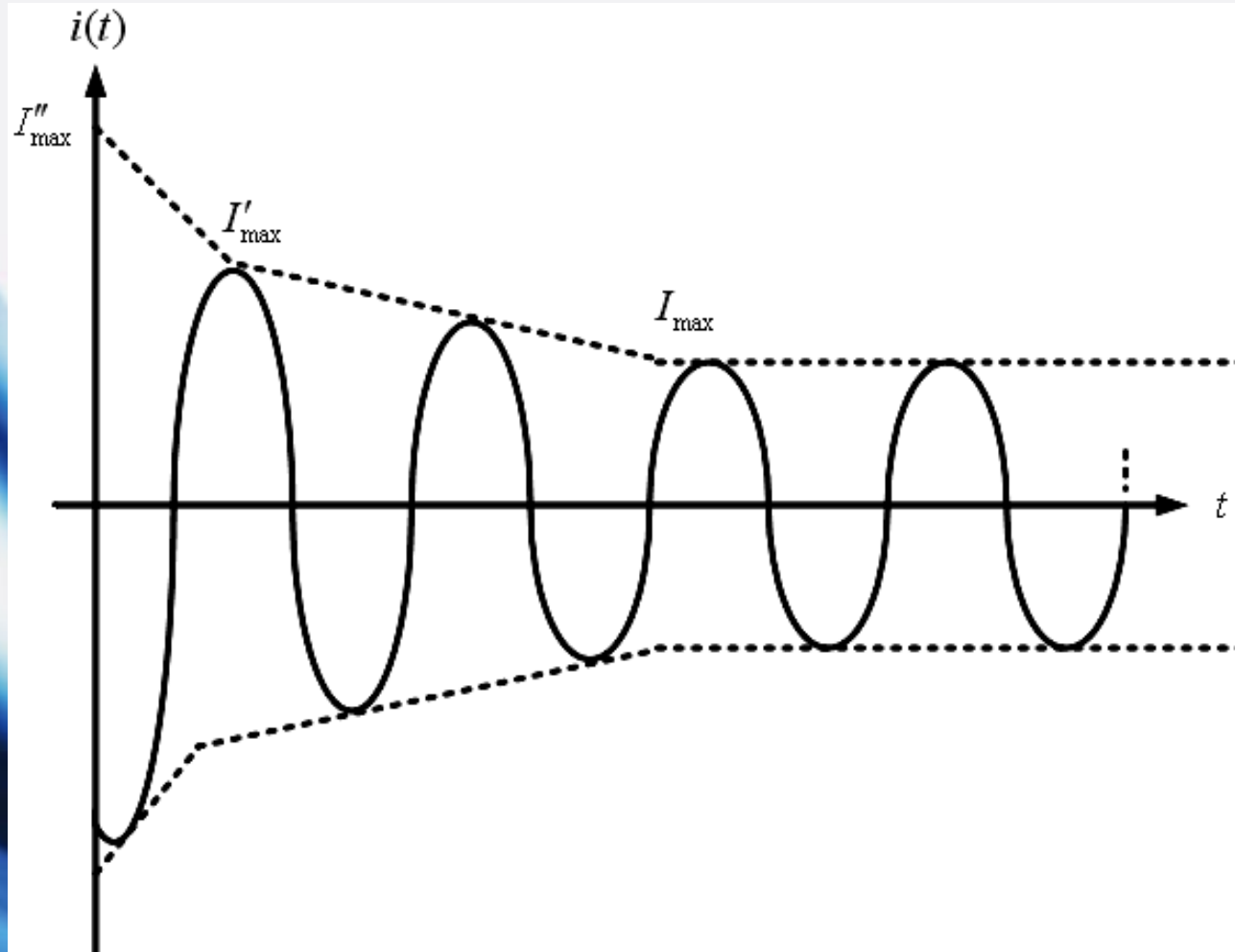
بهترین حالت



بدترین حالت

# فصل چهارم: محاسبات اتصال کوتاه سه فاز

برای یک فاز از ژنراتور واقعی



بهترین حالت

✓ زیر گذرا

✓ گذرا

✓ حالت دائمی

# فصل چهارم: محاسبات اتصال کوتاه سه فاز

برای یک فاز از ژنراتور واقعی

بدترین حالت

✓ زیر گذرا

✓ گذرا

✓ حالت دائمی

نکته: این جریان زیاد به دلیل کوتاه بودن زمانش باعث سوختن سیم پیچی ها نمی شود، بلکه باعث ایجاد ضربه های بسیار شدید می شود.

# فصل چهارم: محاسبات اتصال کوتاه سه فاز

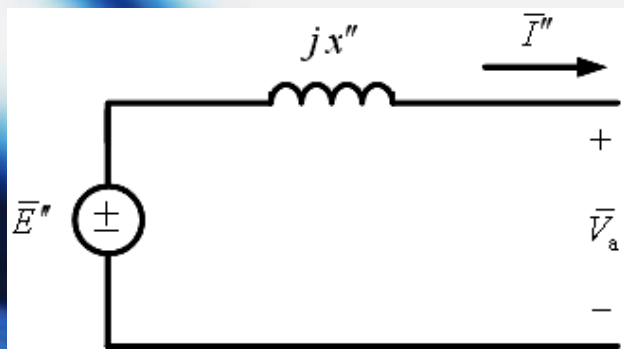
مسائل مورد توجه در محاسبات اتصال کوتاه

۱- بیشترین شدت جریان لحظه ای در بدترین حالت (  $I''_{\max}$  ،  $t = 0^+$  ، محاسبات مکانیکی)

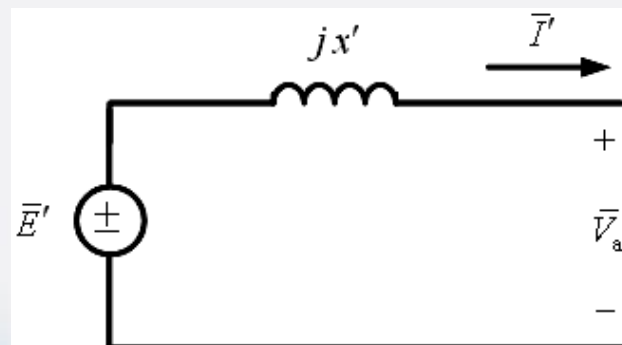
۲- بیشترین جریان مؤثر قطع کلید در بدترین شرایط (  $I'$  ، ابتدای دوره گذرا)

۳- مقدار مؤثر جریان حالت دائمی با استفاده از مدل سنکرون ژنراتور (  $I$  ، دوره حالت دائمی)

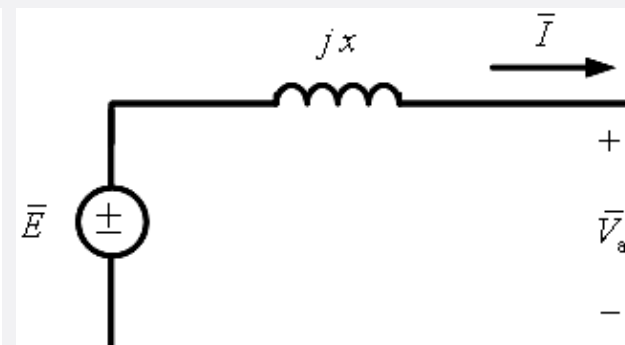
نکته: طراحی رله ها به گونه ای است که در دوره گذرا و در ابتدای آن مدار را قطع می کنند.



مدار معادل حالت زیر گذرا



مدار معادل حالت گذرا

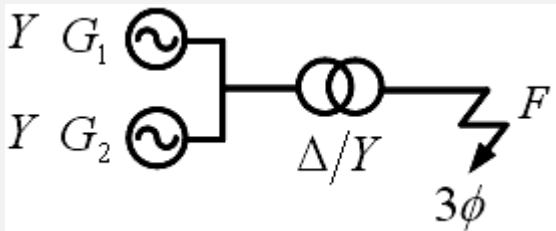


مدار معادل حالت دائمی



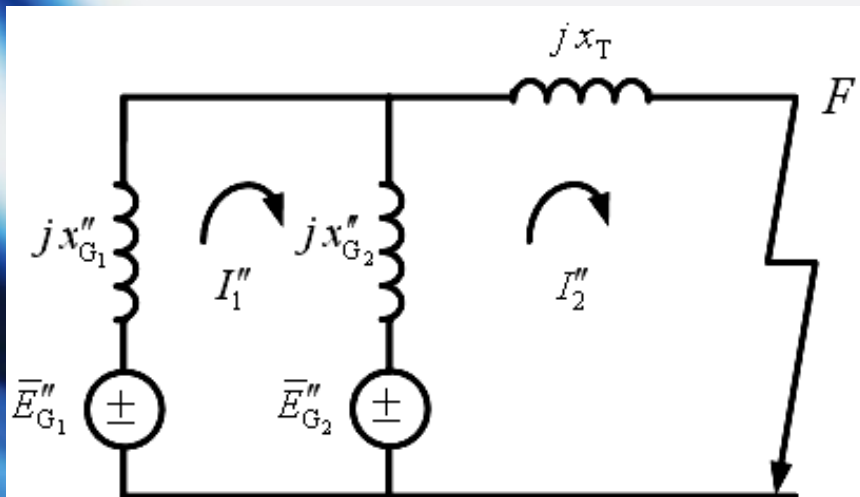
# فصل چهارم: محاسبات اتصال کوتاه سه فاز

مثال:



$$G_1 \begin{cases} 50 \text{ MVA} \\ 13.8 \text{ kv} \\ x'' = 0.25 \text{ pu} \end{cases}, G_2 \begin{cases} 25 \text{ MVA} \\ 13.8 \text{ kv} \\ x'' = 0.25 \text{ pu} \end{cases}, T \begin{cases} 75 \text{ MVA} \\ 13.8 \text{ kv}/69 \text{ kv} \\ 10\% \end{cases}$$

وقتی  $V_F = 66 \text{ kv}$  و سیستم بدون بار است، اتصال سه فاز در  $F$  رخ می دهد، مطلوب است محاسبه  $I''$  در هر ژنراتور.



مدار معادل امپدانسی پریونیتی یک فاز  
سیستم در مبنای مقادیر نامی  
ترانسفورماتور:

## فصل چهارم: محاسبات اتصال کوتاه سه فاز

$$\text{مبنا} \begin{cases} 75 \text{ MVA} \\ 13.8 \text{ kv} / 69 \text{ kv} \end{cases} \rightarrow x_T = 0.1 \text{ pu}, \quad x_{G_1}'' = 0.25 \times \frac{75}{50} = 0.375 \text{ pu}$$

$$x_{G_2}'' = 0.25 \times \frac{75}{25} = 0.75 \text{ pu}, \quad V_F^{\text{pu}} = \frac{66}{69} \approx 0.957 \text{ pu}$$

$$\text{معادلات مش: راه حل مداری} \begin{cases} -\bar{E}_{G_1}'' + jx_{G_1}'' \bar{I}_1'' + jx_{G_2}'' (\bar{I}_1'' - \bar{I}_2'') + \bar{E}_{G_2}'' = 0 \\ -\bar{E}_{G_2}'' + jx_{G_2}'' (\bar{I}_2'' - \bar{I}_1'') + jx_T \bar{I}_2'' = 0 \end{cases}$$

با استفاده از روش سنکرونزاسیون از جریان های گردشی در دو ژنراتور جلوگیری می کنند:

$$\Rightarrow \bar{E}_{G_1}'' = \bar{E}_{G_2}'' = 0.957 \text{ pu} \angle 0^\circ$$

$$\Rightarrow \bar{I}_1'', \bar{I}_2'' = \dots \text{ از معادلات مش}$$

۱- دامنه ولتاژها یکسان باشد.

۲- اختلاف فاز نداشته باشد.

۳- فرکانس ها یکی باشد.

۴- توالی فازها یکسان باشد.



## فصل چهارم: محاسبات اتصال کوتاه سه فاز

راه حل معمول: روش تونن

$$\bar{I}_F = \frac{V_F^{\text{th}}}{Z_{\text{th}}^F} = \frac{0.957 \angle 0^\circ}{j0.1 + (j0.375 \parallel j0.75)} = -j2.735^{pu} = \bar{I}_T$$

$$\bar{I}_{G_1}'' = \left( \frac{j0.75}{j0.75 + j0.375} \right) \times (-j2.735) = -j1.823^{pu}$$

$$\bar{I}_{G_2}'' = \left( \frac{j0.375}{j0.75 + j0.375} \right) \times (-j2.735) = -j0.912^{pu}$$

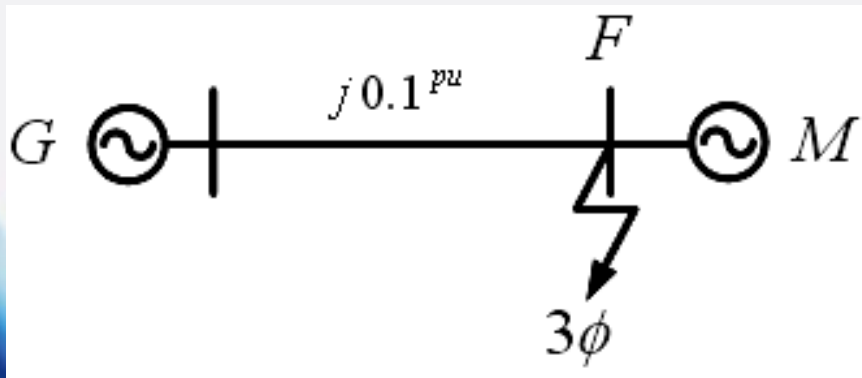
$$I_B^{G_{1,2}} = \frac{75 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 13.8} = 3137.8 \text{ A}$$

$$|\bar{I}_{G_1}''| = 1.823 \times 3137.8 = 5720 \text{ A}$$

$$|\bar{I}_{G_2}''| = 0.912 \times 3137.8 = 2862 \text{ A}$$

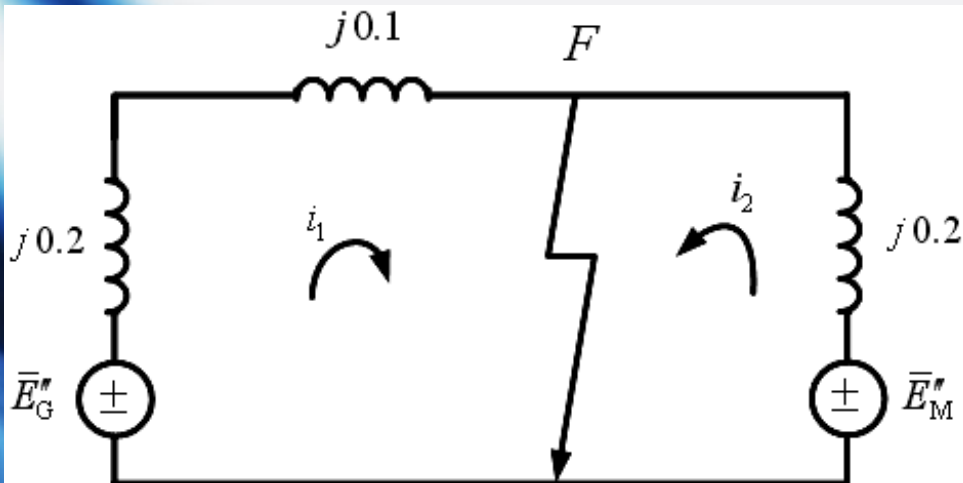
# فصل چهارم: محاسبات اتصال کوتاه سه فاز

مثال: "تأثیر شدت جریان بار در محاسبات اتصال کوتاه سه فاز"



$$G, M \left\{ \begin{array}{l} 30 \text{ MVA} \\ 13.2 \text{ kv} \\ x'' = 20\% \end{array} \right\} \text{ مبنای پریونیت}$$

$$M \text{ نقطه کار} \left\{ \begin{array}{l} 20 \text{ MW} \\ 12.8 \text{ kv} \\ 0.8 \text{ lead} \end{array} \right.$$



$$\bar{I}_{\text{Load}} = \frac{20 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 12.8 \times 0.8} \angle + \cos^{-1}(0.8)$$

$$\Rightarrow \bar{I}_{\text{Load}} = 1127.6 \text{ A} \angle 36.87^\circ$$

## فصل چهارم: محاسبات اتصال کوتاه سه فاز

$$I_B = \frac{30 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 13.2} = 1312 \text{ A}, \quad \bar{I}_{\text{Load}}^{\text{pu}} = \frac{1127.6 \angle 36.87^\circ}{1312} = 0.86^{\text{pu}} \angle 36.87^\circ$$

$$\bar{V}_F^{\text{pu}} = \frac{12.8 \angle 0^\circ}{13.2} = 0.97^{\text{pu}} \angle 0^\circ$$

معادلات مش: راه حل مداری

$$\begin{cases} -\bar{E}_G'' + j0.2i_1 + j0.1i_1 = 0 \\ -\bar{E}_M'' + j0.2i_2 = 0 \end{cases}$$

قبل از اتصال      بعد از اتصال

$$\begin{cases} \bar{E}_G'' = \bar{E}_G'' = \bar{V}_F + \bar{I}_{\text{Load}}(j0.1 + j0.2) = (0.814 + j0.207)^{\text{pu}} \\ \bar{E}_M'' = \bar{E}_M'' = \bar{V}_F - \bar{I}_{\text{Load}}(j0.2) = (1.074 - j0.138)^{\text{pu}} \end{cases}$$

قبل از اتصال      بعد از اتصال

$$I_{\text{Load}} \text{ جریان ها با اثر } \Rightarrow \begin{cases} \bar{I}_G'' = i_1 = (0.69 - j2.71)^{\text{pu}} \\ \bar{I}_M'' = i_2 = (-0.69 - j5.37)^{\text{pu}} \end{cases}$$

# فصل چهارم: محاسبات اتصال کوتاه سه فاز

راه حل دوم: روش تونن + جمع آثار

$$\left. \begin{array}{l} \text{بدون اتصال و با وجود } I_{\text{Load}} \text{ قبل از اتصالی} \\ \text{بدون } I_{\text{Load}} \text{ و با وجود اتصالی} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{محاسبه } I_{\text{Load}} \\ \text{محاسبه } I_G'', I_M'' \end{array} \text{ جمع آثار}$$

$$(I_G'') \text{ با اثر } I_{\text{Load}} = I_G'' + I_{\text{Load}}, \quad (I_M'') \text{ با اثر } I_{\text{Load}} = I_M'' - I_{\text{Load}}$$

$$I_{\text{Load}} \text{ بدون } I_G'' = \frac{0.97 \angle 0^\circ}{j0.2 + j0.1} = -j3.23 \text{ pu}, \quad I_M'' = \frac{0.97 \angle 0^\circ}{j0.2} = -j4.85 \text{ pu}$$

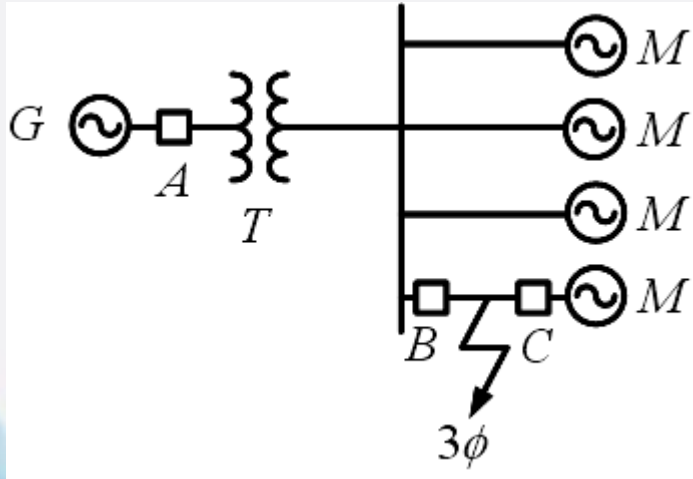
$$(I_G'') \text{ با اثر } I_{\text{Load}} = I_G'' + I_{\text{Load}} = -j3.23 + 0.86 \angle +36.87^\circ = (0.69 - j2.71) \text{ pu}$$

مقایسه با روش قبلی

$$(I_M'') \text{ با اثر } I_{\text{Load}} = I_M'' - I_{\text{Load}} = -j4.85 - 0.86 \angle +36.87^\circ = (-0.69 - j5.37) \text{ pu}$$

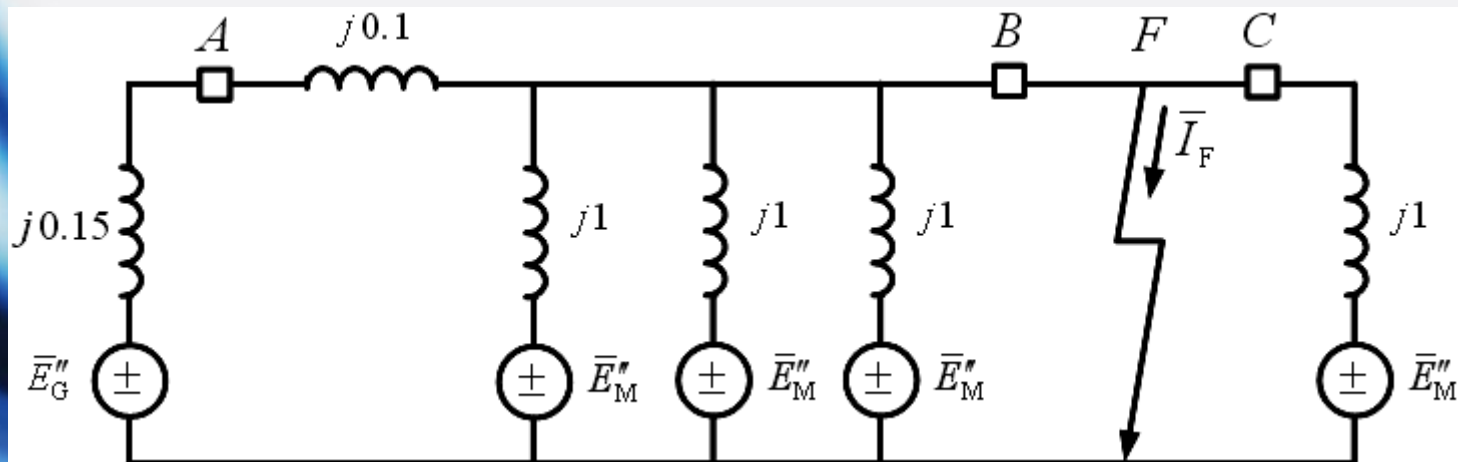
# فصل چهارم: محاسبات اتصال کوتاه سه فاز

مثال:



$$T \begin{cases} 25 \text{ MVA} \\ 13.8 \text{ kv} / 6.9 \text{ kv} \\ 10\% \end{cases}, G \begin{cases} 25 \text{ MVA} \\ 13.8 \text{ kv} \\ 15\% \end{cases}, M \begin{cases} 5 \text{ MVA} \\ 6.9 \text{ kv} \\ 20\% \end{cases}$$

مبنای پریونیت  $\begin{cases} 25 \text{ MVA} \\ 13.8 \text{ kv} / 6.9 \text{ kv} \end{cases} \rightarrow x_T = 0.1 \text{ pu}, x_G'' = 0.15 \text{ pu}, x_M'' = 0.2 \times \frac{25}{5} = 1 \text{ pu}$



## فصل چهارم: محاسبات اتصال کوتاه سه فاز

راه حل تقریبی اول: (صرفه نظر از  $I_{Load}$ )

$I_{Load}$  صرفه نظر از  $I_{Load}$  تمام نقاط سیستم هم پتانسیل  $= 1^{pu} \angle 0^\circ$   $\Rightarrow$

$$\bar{I}_F = \frac{1 \angle 0^\circ}{\left(\frac{j1}{4}\right) \parallel (j0.1 + j0.15)} = -j8^{pu}, \quad \bar{I}_A'' = \left(\frac{\frac{j1}{4} \times (-j8)}{\frac{j1}{4} + j0.25}\right) = -j4^{pu}$$

$$\bar{I}_B'' = \left(\frac{j1 \times (-j8)}{j1 + \left(\frac{j1}{3} \parallel j0.25\right)}\right) = -j7^{pu}$$

راه حل تقریبی دوم: (صرفه نظر از  $I_{Load}$ )

$$\bar{I}_M'' = \frac{1 \angle 0^\circ}{j1} = -j^{pu}, \quad \bar{I}_A'' = \bar{I}_G'' = \frac{1 \angle 0^\circ}{j0.25} = -j4^{pu}, \quad \bar{I}_B'' = \bar{I}_A'' + 3\bar{I}_M'' = -j7^{pu}$$



## فصل چهارم: محاسبات اتصال کوتاه سه فاز

بار مشترک موتورها قبل از اتصالی  $\longrightarrow$

$$15000 \text{ hp}$$

$$\eta = 90\%$$

$$\cos \varphi = 1$$

$$V_M = V_{\text{nominal}}$$

فرض: نقطه کار

$$P = \frac{15000 \times 746}{0.9} = 12.43 \text{ MW} \rightarrow P^{pu} = \frac{12.43}{25} = 0.4972^{pu}$$

$$\bar{I}_M^{pu} = \frac{\frac{P}{\sqrt{3}V_M \times 1}}{\frac{S_B}{\sqrt{3}V_B}} \angle 0^\circ = \frac{P}{S_B} \angle 0^\circ = P^{pu} \angle 0^\circ = 0.4972^{pu} \angle 0^\circ$$

$$\text{هر } (\bar{I}_{\text{Load}})_M \text{ قبل از اتصالی} = \frac{\bar{I}_M^{pu}}{4} = 0.1243^{pu} \angle 0^\circ$$

$$\text{اتصال + اثر بار } I_B = \bar{I}_B'' + (\bar{I}_{\text{Load}})_M \text{ یکی} = (0.1243 - j7)^{pu}$$

$$\text{اتصال + اثر بار } I_C = \bar{I}_C'' - (\bar{I}_{\text{Load}})_M \text{ یکی} = (-0.1243 - j1)^{pu}$$

$$\text{اتصال + اثر بار } I_A = \bar{I}_A'' + (\bar{I}_{\text{Load}})_M \text{ یکی} \times 4 = (0.4972 - j4)^{pu}$$

# فصل چهارم: محاسبات اتصال کوتاه سه فاز

## محاسبات اتصال کوتاه سه فاز در شبکه های واقعی

$$Z_{BUS} : \text{معلوم} \begin{cases} Z''_{BUS} & \text{زیر گذرا} \\ Z'_{BUS} & \text{گذرا} \\ Z_{BUS} & \text{حالت دائمی} \end{cases}$$

سؤال: اتصال سه فاز در باس بار F ام، جریان جاری شده ناشی از اتصال در خط انتقال بین باس بار 1 ام و 2 ام با صرفه نظر از جریان های بار در سیستم چقدر است؟  
 $I_{ij}^{Fault} = ?$

فرض: شبکه بی بار و در ولتاژ نامی است.

$$\bar{I}_F = \frac{1^{pu} \angle 0^\circ}{Z_{ff}}, [V]^{fault} = [1^{pu} \angle 0^\circ] + [\Delta V] = [1^{pu} \angle 0^\circ] + [Z_{BUS}] \begin{bmatrix} 0 \\ \cdot \\ 0 \\ -\bar{I}_f \\ 0 \\ \cdot \\ 0 \end{bmatrix} \longrightarrow \text{سطر f ام}$$

## فصل چهارم: محاسبات اتصال کوتاه سه فاز

$$\Rightarrow [V]^{\text{fault}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -z_{1f} \bar{I}_f \\ 1 & 0 & -z_{2f} \bar{I}_f \\ \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot \\ 1 & 0 & -z_{Nf} \bar{I}_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{z_{1f}}{z_{ff}} \\ 1 - \frac{z_{2f}}{z_{ff}} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 1 - \frac{z_{Nf}}{z_{ff}} \end{bmatrix}, \quad I_{ij}^{\text{fault}} = \frac{V_i^{\text{fault}} - V_j^{\text{fault}}}{z_{ij}}$$

نکته: اگر اتصالی در باس بار اتفاق نیفتد و در وسط خطی اتفاق بیفتد، ابتدا از روش ترمیم  $Z_{\text{BUS}}$  (اضافه شدن باس بار جدید بین خط  $i$  و  $j$ )  $Z_{\text{BUS}}^{\text{new}}$  را به دست آورده و سپس محاسبات اتصالی را در باس بار جدید انجام می دهیم.

## فصل چهارم: محاسبات اتصال کوتاه سه فاز

در نظر گرفتن اثر مؤلفه DC

الف) اثر مؤلفه DC در دوره زیر گذرا (روی  $I''$ ، در اولین پیک):

یکی از استانداردها:

$$\begin{cases} \text{مؤلفه AC در اولین پیک} = \text{مؤلفه DC} \\ \text{مؤلفه AC} = \sqrt{2} \times I'' \times 0.9 \end{cases}$$

مؤلفه DC + مؤلفه AC =  $I_{\text{make duty}}$  جریان تحمل کلید در بدترین شرایط

$$\Rightarrow I_{\text{m.d}} = 2 \times \sqrt{2} \times I'' \times 0.9 = 2.55I'' \Rightarrow I_{\text{m.d}} = 2.55I''$$

ب) اثر مؤلفه DC در دوره گذرا (روی  $I'$ ):

$$\begin{cases} \text{مؤلفه DC} = (50\%) \times (\sqrt{2} \times I') = \frac{\sqrt{2}}{2} I' \\ \text{مؤلفه AC} = I' \end{cases}$$

همان استاندارد:

## فصل چهارم: محاسبات اتصال کوتاه سه فاز

$$\text{جریان قطع کلید در بدترین شرایط } I_{\text{brake duty}} = \sqrt{I'^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 I'^2} \approx 1.25I' \Rightarrow I_{\text{b.d}} = 1.25I'$$

ظرفیت اتصال کوتاه: **S.C.C (Short Circuit Capacity)** یا مگا ولت-آمپر خطا  
(**fault-MVA**)

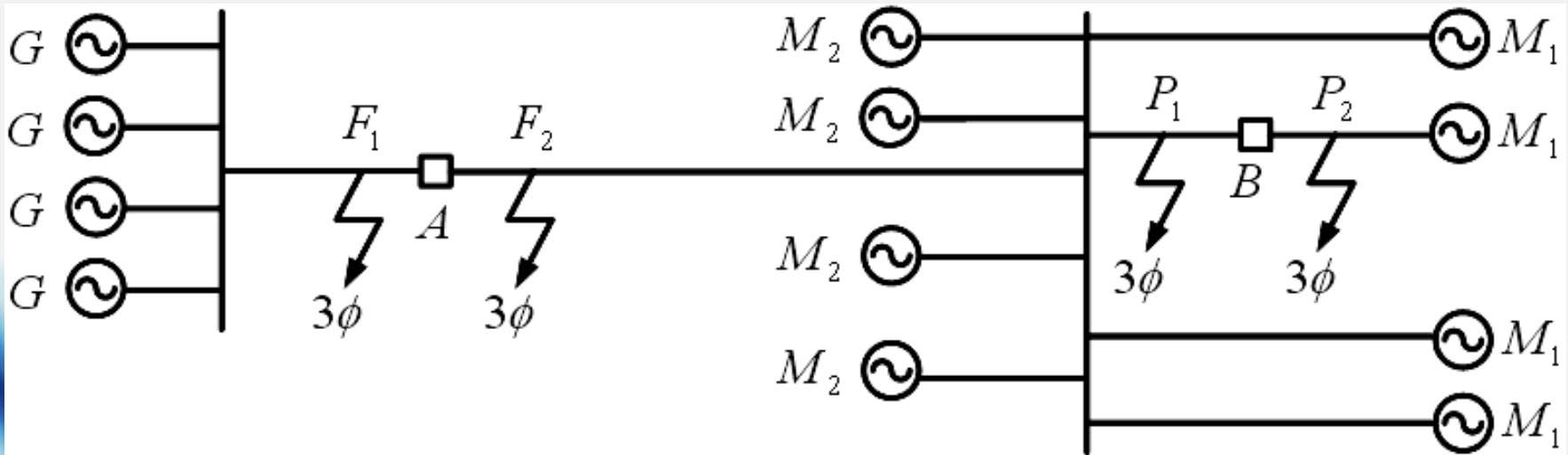
$$\text{S.C.C} = \text{fault MVA} = \sqrt{3} (I' \text{ بر حسب KA}) (\text{ولتاژ خط نامی بر حسب KV})$$

$$(S.C.C)^{pu} = \frac{\sqrt{3} (\text{KV نامی}) (\text{KA قطع})}{\underbrace{\sqrt{3} (\text{KV نامی}) (I_{\text{base}} \text{ بر حسب KA})}_{S_{\text{base}}}} = I'^{pu}$$

نکته: برای تبدیل  $I'^{pu}$  به مقدار غیر پریونیتی باید آن را در  $S_{\text{base}}$  (!?) ضرب کنیم.

# فصل چهارم: محاسبات اتصال کوتاه سه فاز

مثال:

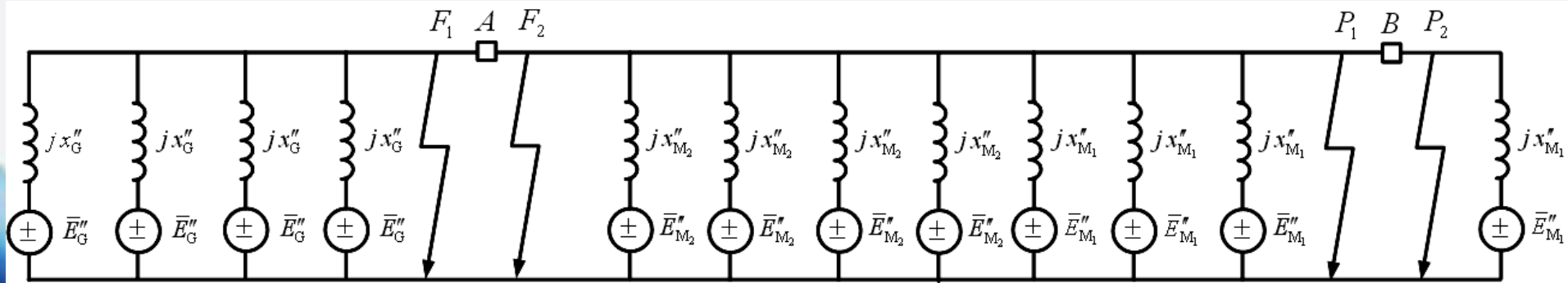


$$G \begin{cases} 125 \text{ KVA} \\ 2400 \text{ v} \\ x'' = 20\% \end{cases}, M_1 = \begin{cases} 100 \text{ KVA} \\ 2500 \text{ v} \\ x'' = 8\% \end{cases}, M_2 = \begin{cases} 25 \text{ KVA} \\ 2500 \text{ v} \\ x'' = 7\% \end{cases}$$

$$(I_{m.d})_A = ? , (I_{m.d})_B = ?$$

# فصل چهارم: محاسبات اتصال کوتاه سه فاز

حل: مبنای پریونیت }  $100 \text{ KVA}$   
 $2500 \text{ v}$



$$x''_G = 0.2 \times \frac{100}{125} \times \left( \frac{2400}{2500} \right)^2 = 0.147 \text{ pu}$$

$$x''_{M_1} = 0.08 \text{ pu}$$

$$x''_{M_2} = 0.07 \times \frac{100}{25} = 0.28 \text{ pu}$$

## فصل چهارم: محاسبات اتصال کوتاه سه فاز

$$F_1 \text{ اتصالی } : (\bar{I}''_{A})_{F_1} = 4 \times \left( \frac{1 \angle 0^\circ}{j0.08} \right) + 4 \times \left( \frac{1 \angle 0^\circ}{j0.28} \right) = -j64.3^{pu}$$

$$F_2 \text{ اتصالی } : (\bar{I}''_{A})_{F_2} = 4 \times \left( \frac{1 \angle 0^\circ}{j0.147} \right) = -j27.2^{pu}$$

$$(\bar{I}''_{A})_{F_2} < (\bar{I}''_{A})_{F_1} \Rightarrow (I_{m.d})_A^{pu} = 2.55 \times |(\bar{I}''_{A})_{F_1}| \approx 164^{pu}$$

$$P_1 \text{ اتصالی } : (\bar{I}''_{B})_{P_1} = \frac{1 \angle 0^\circ}{j0.08} = -j12.5^{pu}$$

$$P_2 \text{ اتصالی } : (\bar{I}''_{B})_{P_2} = 3 \times \left( \frac{1 \angle 0^\circ}{j0.08} \right) + 4 \times \left( \frac{1 \angle 0^\circ}{j0.28} \right) + 4 \times \left( \frac{1 \angle 0^\circ}{j0.147} \right) = -j79^{pu}$$

$$(\bar{I}''_{B})_{P_2} > (\bar{I}''_{B})_{P_1} \Rightarrow (I_{m.d})_B^{pu} = 2.55 \times |(\bar{I}''_{B})_{P_2}| \approx 201^{pu}$$

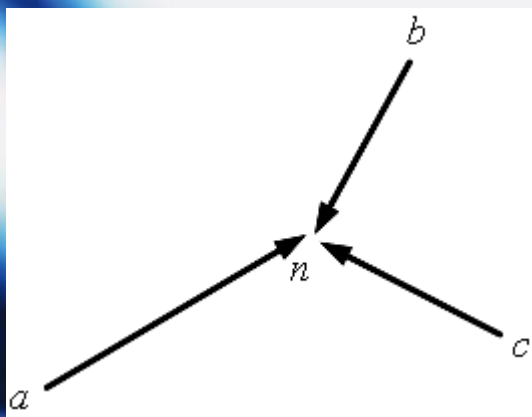


# فصل پنجم: مؤلفه های متقارن

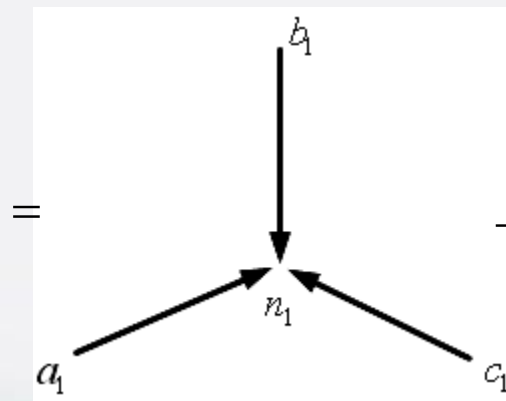
$n$  سیستم  $n$  فازه متعادل  $\longrightarrow$  یک سیستم  $n$  فازه نامتعادل: فورتسکیو در سال ۱۹۱۸

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_a \\ \bar{V}_b \\ \bar{V}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{توالی} \\ \text{مستقیم} \\ \text{یا مثبت} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \text{توالی} \\ \text{معکوس} \\ \text{یا منفی} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \text{توالی} \\ \text{صفر} \end{bmatrix}$$

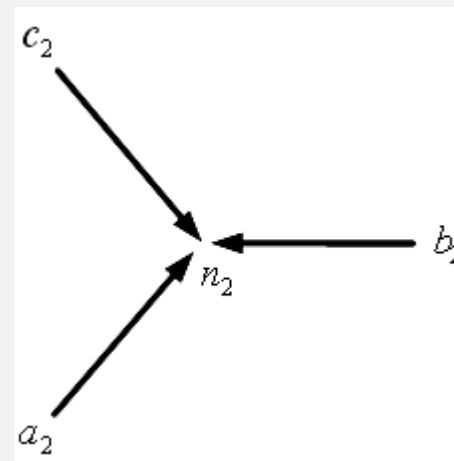
نامتعادل                      متعادل                      متعادل                      متعادل



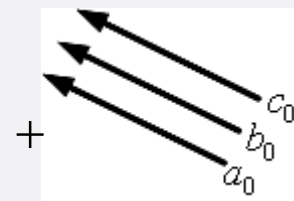
سیستم نامتعادل



توالی مثبت



توالی منفی



توالی صفر

## فصل پنجم: مؤلفه های متقارن

$$\begin{cases} \bar{V}_a = \bar{V}_{a_0} + \bar{V}_{a_1} + \bar{V}_{a_2} \\ \bar{V}_b = \bar{V}_{b_0} + \bar{V}_{b_1} + \bar{V}_{b_2} \\ \bar{V}_c = \bar{V}_{c_0} + \bar{V}_{c_1} + \bar{V}_{c_2} \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{اوپراتور } j: j = 1 \angle 90^\circ \\ \text{اوپراتور } a: a = 1 \angle 120^\circ \end{matrix}$$

(و نیز برای جریان ها)

$$\begin{cases} \bar{V}_{b_1} = a^2 \bar{V}_{a_1} \\ \bar{V}_{c_1} = a \bar{V}_{a_1} \end{cases}, \begin{cases} \bar{V}_{b_2} = a \bar{V}_{a_2} \\ \bar{V}_{c_2} = a^2 \bar{V}_{a_2} \end{cases}, \bar{V}_{a_0} = \bar{V}_{b_0} = \bar{V}_{c_0}$$

بیان سیستم اصلی بر حسب مؤلفه های فاز a:

$$\begin{cases} \bar{V}_a = \bar{V}_{a_0} + \bar{V}_{a_1} + \bar{V}_{a_2} \\ \bar{V}_b = \bar{V}_{a_0} + a^2 \bar{V}_{a_1} + a \bar{V}_{a_2} \\ \bar{V}_c = \bar{V}_{a_0} + a \bar{V}_{a_1} + a^2 \bar{V}_{a_2} \end{cases} \rightarrow \begin{bmatrix} \bar{V}_a \\ \bar{V}_b \\ \bar{V}_c \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}}_{[A]} \begin{bmatrix} \bar{V}_{a_0} \\ \bar{V}_{a_1} \\ \bar{V}_{a_2} \end{bmatrix}$$

ماتریس اوپراتور  $[A]$

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}, [A^{-1}] = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix}$$

با استفاده از  $[A]$ : ترکیب مؤلفه ها

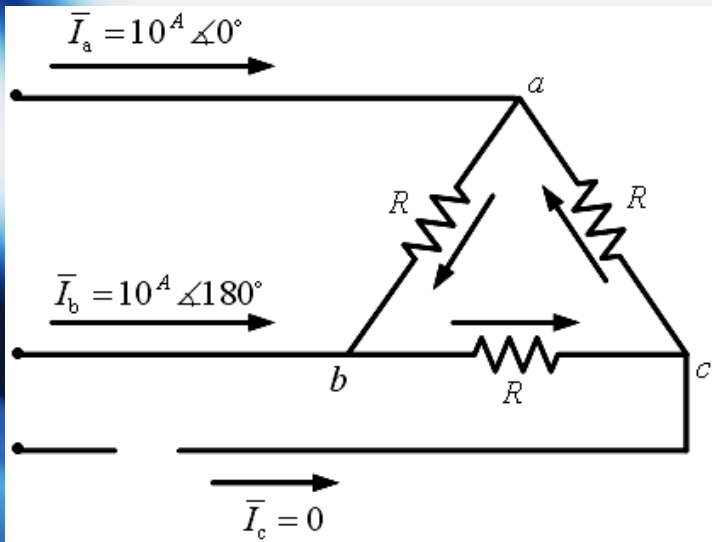
با استفاده از  $[A^{-1}]$ : تجزیه مؤلفه ها

## فصل پنجم: مؤلفه های متقارن

رابطه مشابه برای جریان ها داریم فقط در هر سیستم سه فاز، مجموع جریان های خط برابر است با جریان  $\bar{I}_n$  در مسیر برگشت از نقطه ختشی:

$$\bar{I}_a + \bar{I}_b + \bar{I}_c = \bar{I}_n \quad \xrightarrow{\text{از روابط ماتریسی اسلاید قبل}} \quad \bar{I}_a + \bar{I}_b + \bar{I}_c = 3\bar{I}_{a_0} = \bar{I}_n$$

در نتیجه در هر سیستم سه فاز بدون مسیر برگشت از نقطه ختشی،  $\bar{I}_n$  صفر است و جریان های خط، مؤلفه توالی صفر ندارند. بارهای با اتصال مثلث هیچگونه مسیری به نقطه ختشی ندارند و جریان های خط گذرنده به بار اتصال مثلثی نمی توانند شامل مؤلفه توالی صفر باشند.



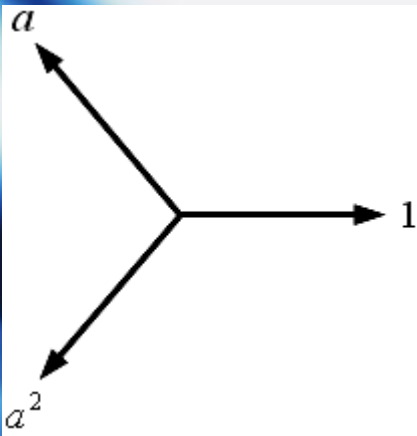
مثال: جریان های فاز؟

## فصل پنجم: مؤلفه های متقارن

حل:

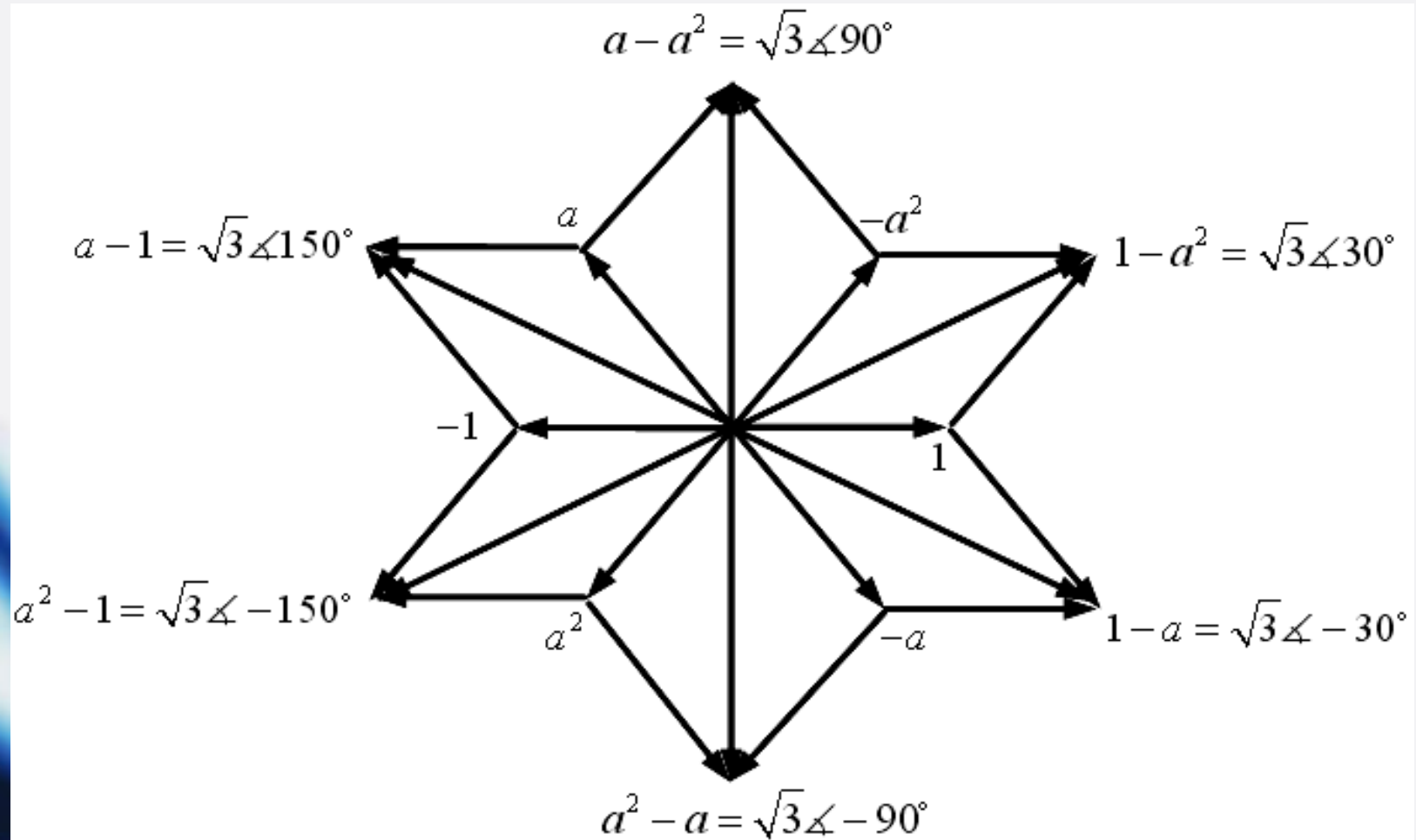
$$\begin{bmatrix} \bar{I}_a \\ \bar{I}_b \\ \bar{I}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \angle 0^\circ \\ 10 \angle 180^\circ \\ 0 \end{bmatrix}^A, \quad \begin{bmatrix} \bar{I}_{a_0} \\ \bar{I}_{a_1} \\ \bar{I}_{a_2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_a \\ \bar{I}_b \\ \bar{I}_c \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \bar{I}_{a_0} \\ \bar{I}_{a_1} \\ \bar{I}_{a_2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 \angle 0^\circ \\ 10 \angle 180^\circ \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{10}{3}(1-1) \\ \frac{10}{3}(1-a) \\ \frac{10}{3}(1-a^2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{10\sqrt{3}}{3} \angle -30^\circ \\ \frac{10\sqrt{3}}{3} \angle 30^\circ \end{bmatrix}^A$$

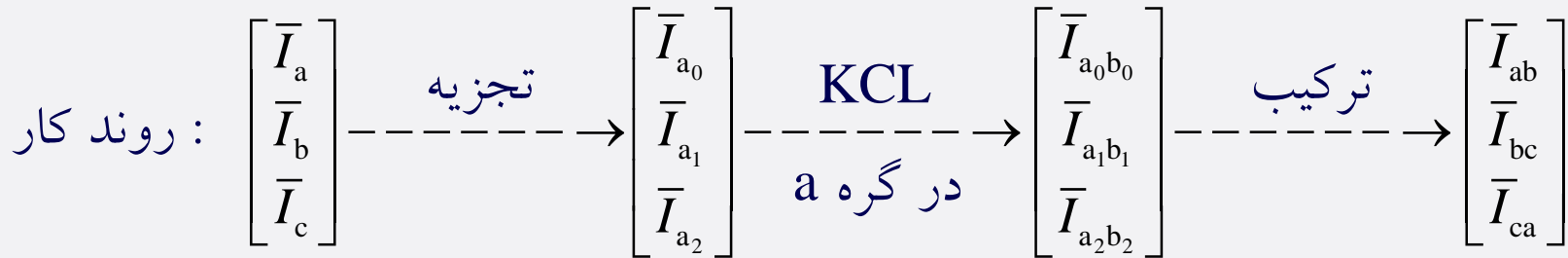


$$1 + a + a^2 = 0$$

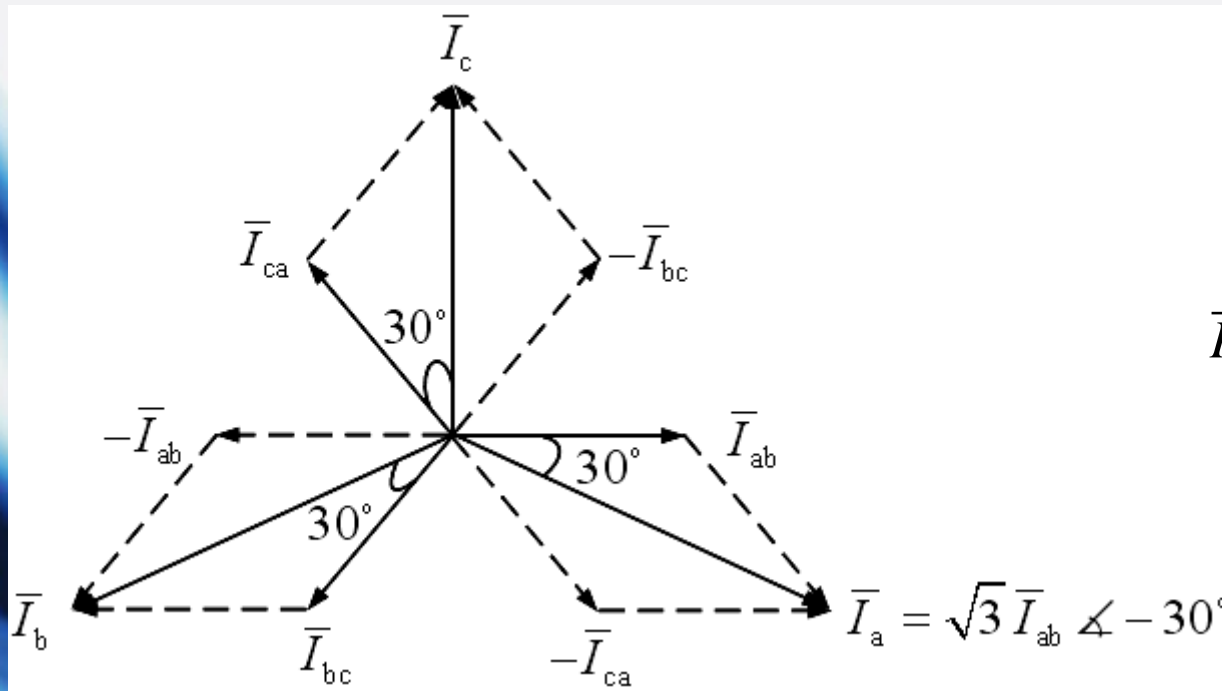
## فصل پنجم: مؤلفه های متقارن



# فصل پنجم: مؤلفه های متقارن



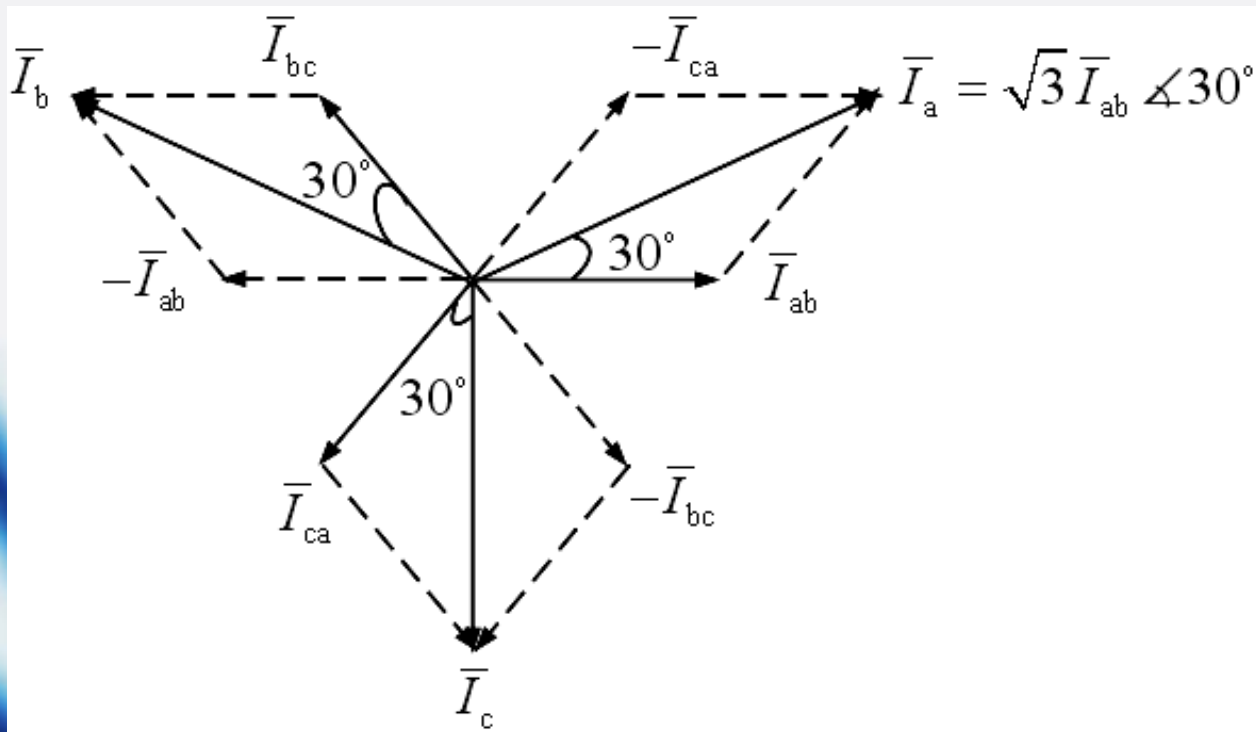
توالی مثبت



$$\bar{I}_a = \bar{I}_{ab} - \bar{I}_{ca}$$

# فصل پنجم: مؤلفه های متقارن

توالی منفی



$$\bar{I}_a = \bar{I}_{ab} - \bar{I}_{ca}$$

## فصل پنجم: مؤلفه های متقارن

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_{a_0} \\ \bar{I}_{a_1} \\ \bar{I}_{a_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{10\sqrt{3}}{3} \angle -30^\circ \\ \frac{10\sqrt{3}}{3} \angle 30^\circ \end{bmatrix}^A \Rightarrow \begin{bmatrix} \bar{I}_{a_0b_0} \\ \bar{I}_{a_1b_1} \\ \bar{I}_{a_2b_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{10}{3} \angle 0^\circ \\ \frac{10}{3} \angle 0^\circ \end{bmatrix}^A$$

ترکیب:

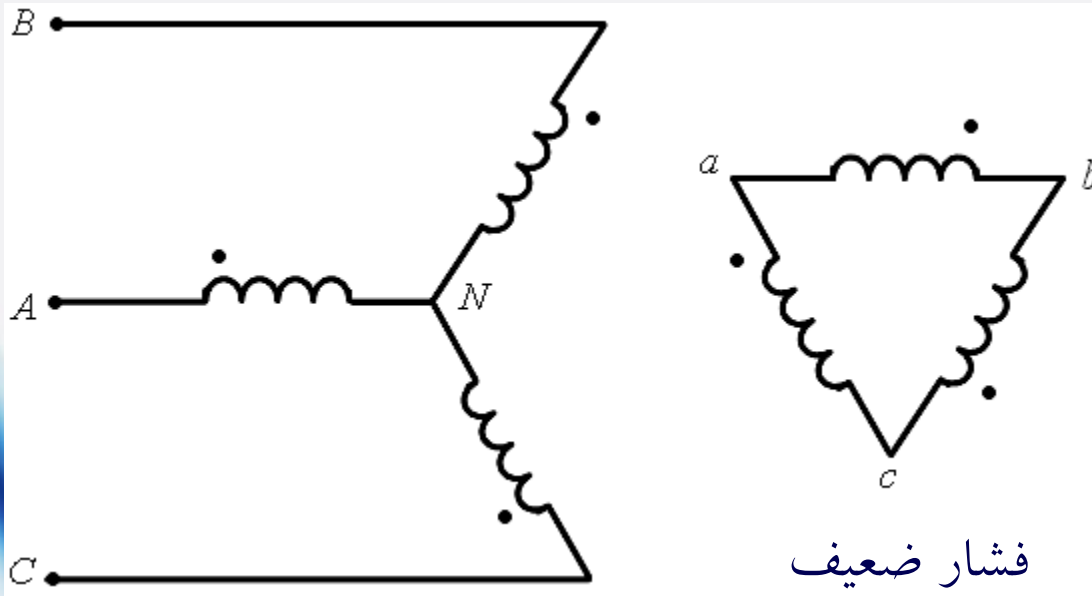
$$\begin{bmatrix} \bar{I}_{ab} \\ \bar{I}_{bc} \\ \bar{I}_{ca} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_{a_0b_0} \\ \bar{I}_{a_1b_1} \\ \bar{I}_{a_2b_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{10}{3} \angle 0^\circ \\ \frac{10}{3} \angle 0^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{20}{3} \\ -\frac{10}{3} \\ -\frac{10}{3} \end{bmatrix}^A$$



# فصل پنجم: مؤلفه های متقارن

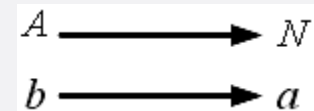
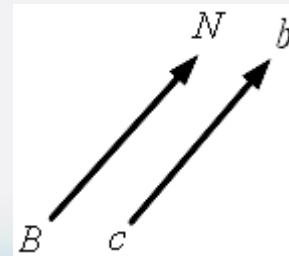
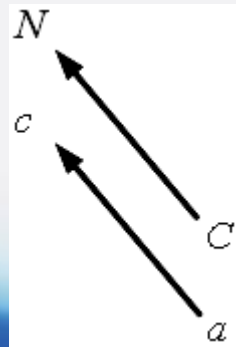
تغییر فاز مؤلفه ها هنگام عبور از ترانسفورماتورهای سه فاز

مثال:



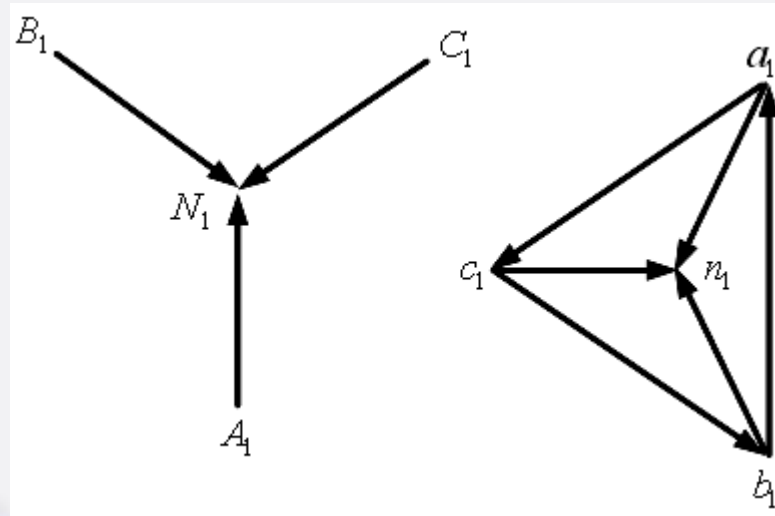
$$\left. \begin{array}{l} \bar{V}_{ba} \text{ همفاز با } \bar{V}_{AN} \\ \bar{V}_{cb} \text{ همفاز با } \bar{V}_{BN} \\ \bar{V}_{ac} \text{ همفاز با } \bar{V}_{CN} \end{array} \right\}$$

فشار قوی



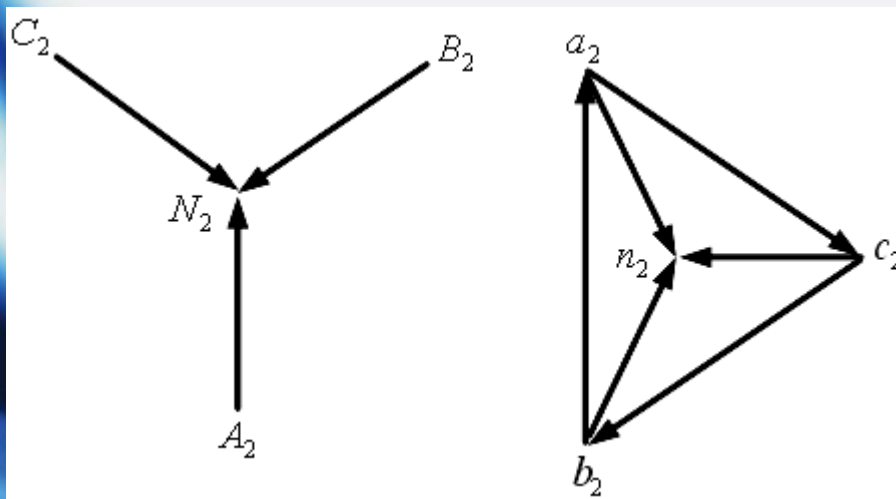
# فصل پنجم: مؤلفه های متقارن

توالی مثبت



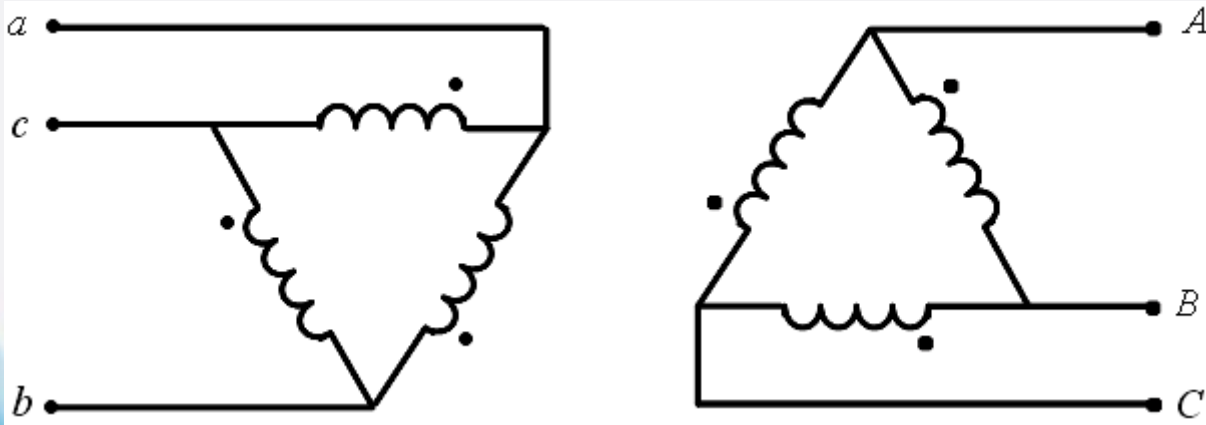
$Yd_7$   
 عبور قوی  $\rightarrow$  ضعیف  
 توالی مثبت  $\alpha = 150^\circ$   
 توالی منفی  $\alpha = -150^\circ$

توالی منفی



# فصل پنجم: مؤلفه های متقارن

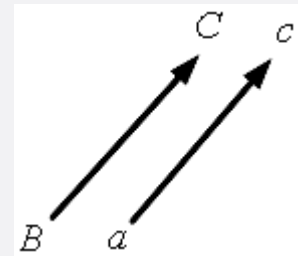
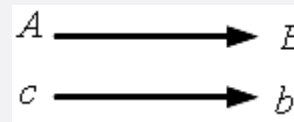
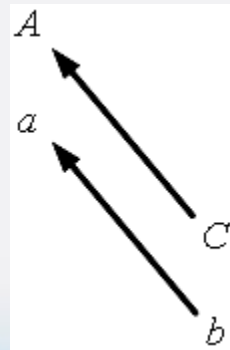
مثال:



فشار ضعیف

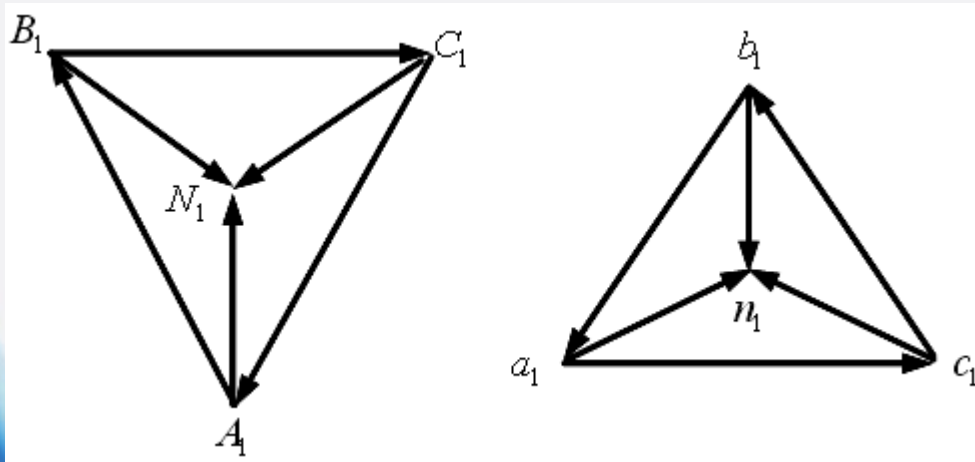
فشار قوی

$$\left. \begin{array}{l} \bar{V}_{ac} \text{ همفاز با } \bar{V}_{BC} \\ \bar{V}_{cb} \text{ همفاز با } \bar{V}_{AB} \\ \bar{V}_{ba} \text{ همفاز با } \bar{V}_{CA} \end{array} \right\}$$



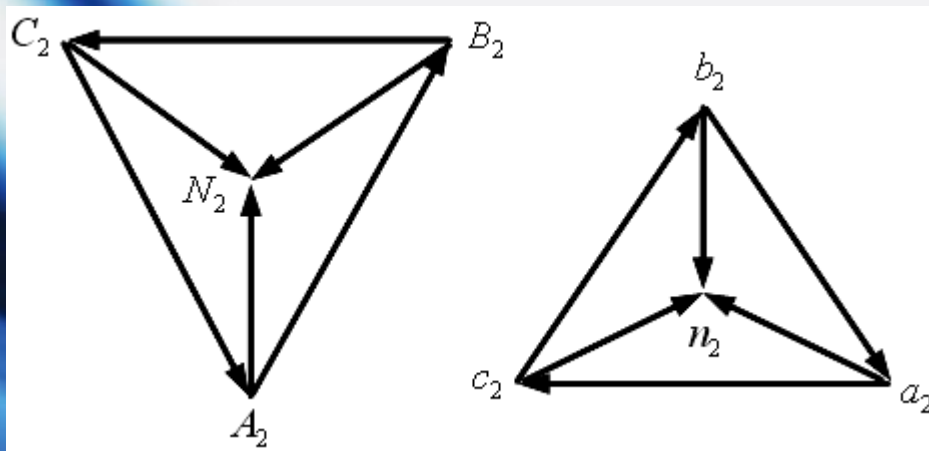
# فصل پنجم: مؤلفه های متقارن

توالی مثبت



$dD_2$   
 عبور  
 قوی  $\rightarrow$  ضعیف  
 توالی مثبت  $\alpha = 60^\circ$   
 توالی منفی  $\alpha = -60^\circ$

توالی منفی

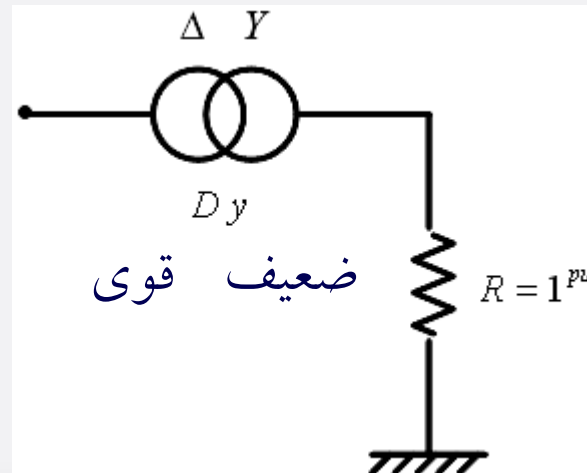


## فصل پنجم: مؤلفه های متقارن

نکته: اگر توالی مثبت (ولتاژ یا جریان) هنگام عبور از یک ترانسفورماتور سه فاز  $\alpha$  درجه تغییر فاز یابد، در این صورت عبور توالی منفی در جهت  $-\alpha$  درجه تغییر فاز خواهد داشت.

مثال: مطلوب است محاسبه شدت جریان های طرف مثلث؟  $\left[ \begin{array}{c} \bar{I}_A \\ \bar{I}_B \\ \bar{I}_C \end{array} \right] = ?$

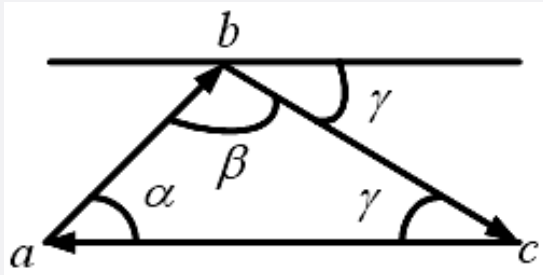
$$\begin{cases} |\bar{V}_{ab}| = 0.8^{pu} \\ |\bar{V}_{bc}| = 1.2^{pu} \\ |\bar{V}_{ca}| = 1^{pu} \end{cases}$$



بار متعادل

# فصل پنجم: مؤلفه های متقارن

حل:



$$|\bar{V}_{ab}|^2 = |\bar{V}_{bc}|^2 + |\bar{V}_{ca}|^2 - 2|\bar{V}_{bc}||\bar{V}_{ca}|\cos\gamma$$

$$\Rightarrow \gamma = 41.4^\circ$$

$$\bar{V}_{ab} + \bar{V}_{bc} + \bar{V}_{ca} = 0$$

انتخاب مبنای فازورها:  $\bar{V}_{ac} = 1 \angle 0^\circ \Rightarrow \bar{V}_{ca} = 1 \angle 180^\circ$ ,  $\bar{V}_{bc} = 1.2 \angle -41.4^\circ$ ,  $\bar{V}_{ab} = 0.8 \angle 82.8^\circ$

روند کار:

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_{ab} \\ \bar{V}_{bc} \\ \bar{V}_{ca} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.8 \angle 82.8^\circ \\ 1.2 \angle -41.4^\circ \\ 1 \angle 180^\circ \end{bmatrix}^{pu} \xrightarrow{\text{تجزیه}} \begin{bmatrix} \bar{V}_{a_0b_0} \\ \bar{V}_{a_1b_1} \\ \bar{V}_{a_2b_2} \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{KVL}} \begin{bmatrix} \bar{V}_{a_0} \\ \bar{V}_{a_1} \\ \bar{V}_{a_2} \end{bmatrix} \xrightarrow{\quad} \begin{bmatrix} \bar{I}_{a_0} \\ \bar{I}_{a_1} \\ \bar{I}_{a_2} \end{bmatrix}$$

Phase Shift

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_{A_0} \\ \bar{I}_{A_1} \\ \bar{I}_{A_2} \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{ترکیب}} \begin{bmatrix} \bar{I}_A \\ \bar{I}_B \\ \bar{I}_C \end{bmatrix}$$

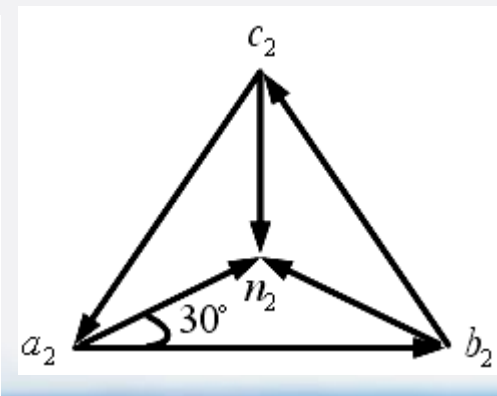
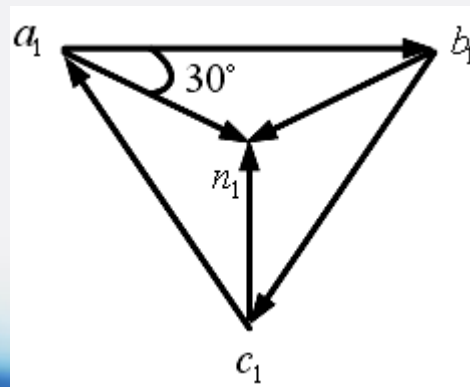
# فصل پنجم: مؤلفه های متقارن

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_{a_0 b_0} \\ \bar{V}_{a_1 b_1} \\ \bar{V}_{a_2 b_2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.8 \angle 82.8^\circ \\ 1.2 \angle -41.4^\circ \\ 1 \angle 180^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.985 \angle 73.6^\circ \\ 0.235 \angle 220.3^\circ \end{bmatrix}^{pu} \rightarrow \begin{bmatrix} \bar{V}_{a_0} \\ \bar{V}_{a_1} \\ \bar{V}_{a_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{0.985}{\sqrt{3}} \angle 43.6^\circ \\ \frac{0.235}{\sqrt{3}} \angle 250.3^\circ \end{bmatrix}^{pu}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_{a_0} \\ \bar{V}_{a_1} \\ \bar{V}_{a_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.985 \angle 43.6^\circ \\ 0.235 \angle 250.3^\circ \end{bmatrix}^{pu}$$

و یا در مبنای فاز:

در مبنای خط



## فصل پنجم: مؤلفه های متقارن

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \bar{I}_{a_0} \\ \bar{I}_{a_1} \\ \bar{I}_{a_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.985 \angle 43.6^\circ \\ 0.235 \angle 250.3^\circ \end{bmatrix}^{pu} \xrightarrow{\text{Phase Shift}} \begin{bmatrix} \bar{I}_{A_0} \\ \bar{I}_{A_1} \\ \bar{I}_{A_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.985 \angle 43.6^\circ + \alpha \\ 0.235 \angle 250.3^\circ - \alpha \end{bmatrix}^{pu} \xrightarrow{\text{ترکیب}} \begin{bmatrix} \bar{I}_A \\ \bar{I}_B \\ \bar{I}_C \end{bmatrix}$$

توان بر حسب مؤلفه های متقارن

$$\bar{S}_{3\phi} = P_{3\phi} + jQ_{3\phi} = \underbrace{\bar{V}_a \bar{I}_a^*}_{\bar{S}_a} + \underbrace{\bar{V}_b \bar{I}_b^*}_{\bar{S}_b} + \underbrace{\bar{V}_c \bar{I}_c^*}_{\bar{S}_c} = \begin{bmatrix} \bar{V}_a & \bar{V}_b & \bar{V}_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_a \\ \bar{I}_b \\ \bar{I}_c \end{bmatrix}^* = \begin{bmatrix} \bar{V}_a \\ \bar{V}_b \\ \bar{V}_c \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \bar{I}_a \\ \bar{I}_b \\ \bar{I}_c \end{bmatrix}^*$$

$$\Rightarrow \bar{S}_{3\phi} = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_{a_0} \\ \bar{V}_{a_1} \\ \bar{V}_{a_2} \end{bmatrix} \right\}^T \times \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_{a_0} \\ \bar{I}_{a_1} \\ \bar{I}_{a_2} \end{bmatrix} \right\}^*$$

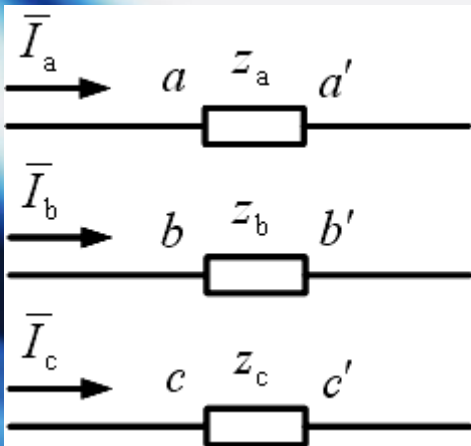


## فصل پنجم: مؤلفه های متقارن

$$\Rightarrow \bar{S}_{3\phi} = \begin{bmatrix} \bar{V}_{a_0} \\ \bar{V}_{a_1} \\ \bar{V}_{a_2} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}^* \begin{bmatrix} \bar{I}_{a_0} \\ \bar{I}_{a_1} \\ \bar{I}_{a_2} \end{bmatrix}^* = \begin{bmatrix} \bar{V}_{a_0} \\ \bar{V}_{a_1} \\ \bar{V}_{a_2} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_{a_0} \\ \bar{I}_{a_1} \\ \bar{I}_{a_2} \end{bmatrix}^*$$

$$\Rightarrow \bar{S}_{3\phi} = 3 \begin{bmatrix} \bar{V}_{a_0} & \bar{V}_{a_1} & \bar{V}_{a_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_{a_0} \\ \bar{I}_{a_1} \\ \bar{I}_{a_2} \end{bmatrix}^* = 3\bar{V}_{a_0} \bar{I}_{a_0}^* + 3\bar{V}_{a_1} \bar{I}_{a_1}^* + 3\bar{V}_{a_2} \bar{I}_{a_2}^*$$

## خاصیت اصلی مؤلفه های متقارن



$$\begin{bmatrix} \bar{V}_{aa'} \\ \bar{V}_{bb'} \\ \bar{V}_{cc'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_a & 0 & 0 \\ 0 & z_b & 0 \\ 0 & 0 & z_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_a \\ \bar{I}_b \\ \bar{I}_c \end{bmatrix}$$

## فصل پنجم: مؤلفه های متقارن

$$\rightarrow \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} \bar{V}_{aa'_0} \\ \bar{V}_{aa'_1} \\ \bar{V}_{aa'_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_a & 0 & 0 \\ 0 & z_b & 0 \\ 0 & 0 & z_c \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} \bar{I}_{a_0} \\ \bar{I}_{a_1} \\ \bar{I}_{a_2} \end{bmatrix} \rightarrow \text{طرفین را در } A^{-1} \text{ ضرب می کنیم.}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \bar{V}_{aa'_0} \\ \bar{V}_{aa'_1} \\ \bar{V}_{aa'_2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_a & 0 & 0 \\ 0 & z_b & 0 \\ 0 & 0 & z_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_{a_0} \\ \bar{I}_{a_1} \\ \bar{I}_{a_2} \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{3} \begin{bmatrix} z_a & z_b & z_c \\ z_a & az_b & a^2 z_c \\ z_a & a^2 z_b & az_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_{a_0} \\ \bar{I}_{a_1} \\ \bar{I}_{a_2} \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{3} \begin{bmatrix} z_a + z_b + z_c & z_a + a^2 z_b + az_c & z_a + az_b + a^2 z_c \\ z_a + az_b + a^2 z_c & z_a + a^3 z_b + a^3 z_c & z_a + a^2 z_b + a^4 z_c \\ z_a + a^2 z_b + az_c & z_a + a^4 z_b + a^2 z_c & z_a + a^3 z_b + a^3 z_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_{a_0} \\ \bar{I}_{a_1} \\ \bar{I}_{a_2} \end{bmatrix}$$

## فصل پنجم: مؤلفه های متقارن

$$\Rightarrow \begin{cases} \bar{V}_{aa'_0} = \frac{1}{3} \bar{I}_{a_0} (z_a + z_b + z_c) + \frac{1}{3} \bar{I}_{a_1} (z_a + a^2 z_b + az_c) + \frac{1}{3} \bar{I}_{a_2} (z_a + az_b + a^2 z_c) \\ \bar{V}_{aa'_1} = \frac{1}{3} \bar{I}_{a_0} (z_a + az_b + a^2 z_c) + \frac{1}{3} \bar{I}_{a_1} (z_a + z_b + z_c) + \frac{1}{3} \bar{I}_{a_2} (z_a + a^2 z_b + az_c) \\ \bar{V}_{aa'_2} = \frac{1}{3} \bar{I}_{a_0} (z_a + a^2 z_b + az_c) + \frac{1}{3} \bar{I}_{a_1} (z_a + az_b + a^2 z_c) + \frac{1}{3} \bar{I}_{a_2} (z_a + z_b + z_c) \end{cases}$$

حال اگر:

$$z_a = z_b = z_c = z \Rightarrow \begin{cases} \bar{V}_{aa'_0} = z \bar{I}_{a_0} \\ \bar{V}_{aa'_1} = z \bar{I}_{a_1} \\ \bar{V}_{aa'_2} = z \bar{I}_{a_2} \end{cases}$$

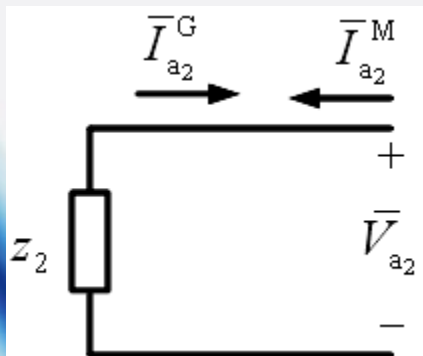
در نتیجه به شرط نبودن تزویج بین فازها، مؤلفه های متقارن جریان های نامتعادل گذرنده از یک بار متعادل ستاره ای یا گذرنده از امپدانس های سری متعادل، فقط افت ولتاژهای توالی خود را تولید می کنند.

# فصل پنجم: مؤلفه های متقارن

مدار معادل سیستم در توالی ها

توالی مثبت: قبلاً مطرح شد.

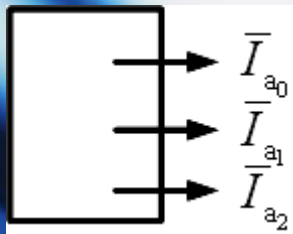
توالی منفی: فقط ماشین سنکرون متفاوت است به صورت:



$$\text{موتور: } \bar{V}_{a_2} = z_2 \bar{I}_{a_2}^M$$

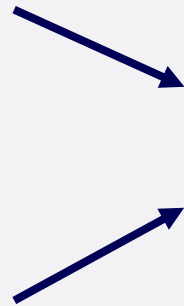
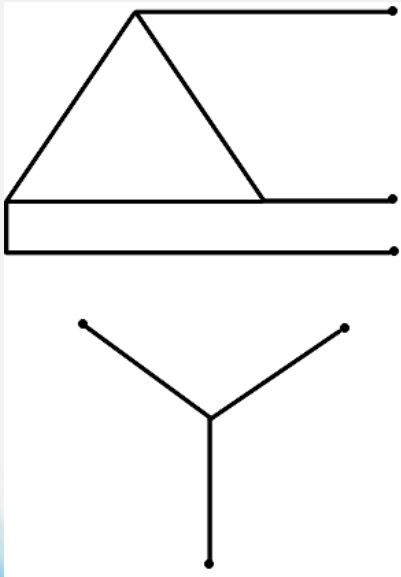
$$\text{ژنراتور: } \bar{V}_{a_2} = -z_2 \bar{I}_{a_2}^G$$

توالی صفر: الف) ژنراتور یا موتور سنکرون

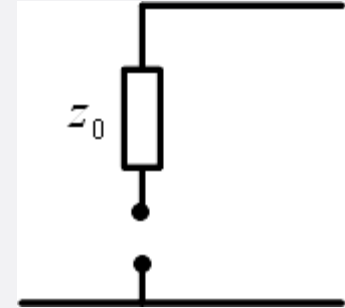


ژنراتور

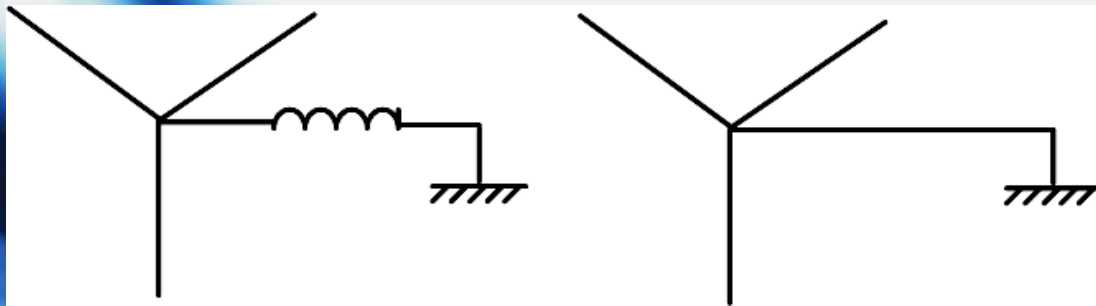
# فصل پنجم: مؤلفه های متقارن



نمی تواند توالی صفر را  
از خود عبور دهد.

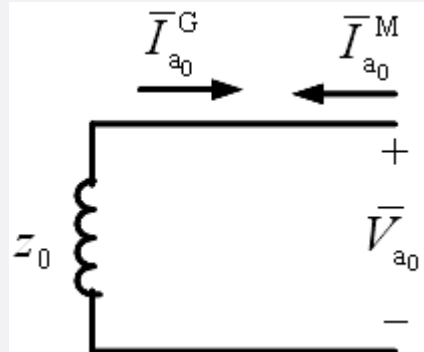
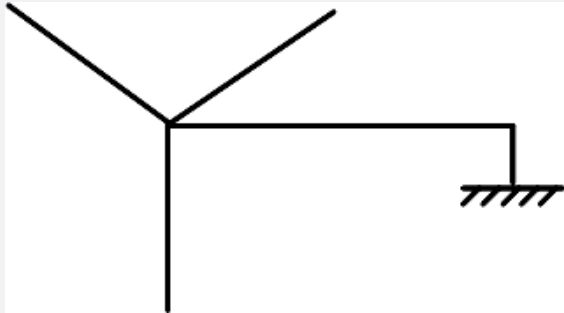


$$Z_1 \begin{cases} z'' \\ z' \\ z_s \end{cases} \text{ توالی مثبت} \quad Z_2 \text{ توالی منفی} \quad Z_0 \text{ توالی صفر}$$

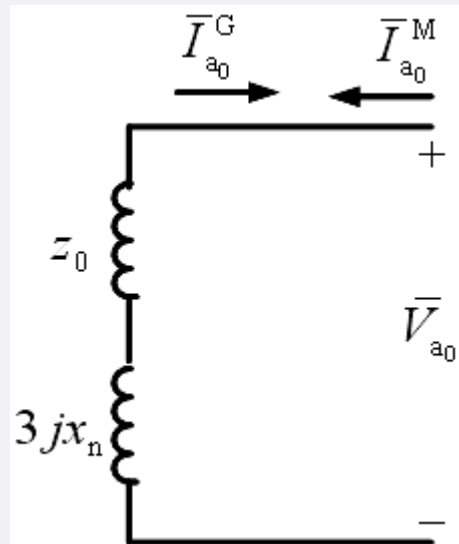
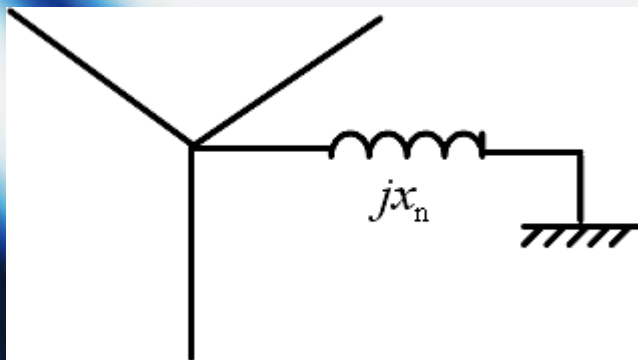


می تواند توالی صفر را از  
خود عبور دهد.

# فصل پنجم: مؤلفه های متقارن



مدار معادل فاز a:



مدار معادل فاز a:

# فصل پنجم: مؤلفه های متقارن

ب) خط انتقال: مانند توالی مثبت فرض می کنیم.

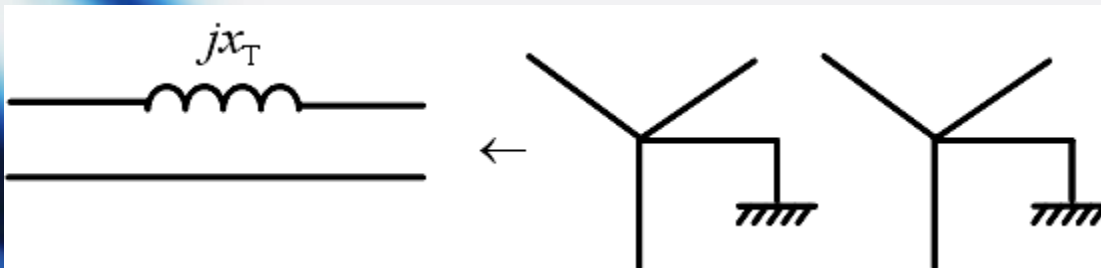
ج) ترانسفورماتور

۱- وقتی می توانیم توالی صفر داشته باشیم که ارتباطی با زمین داشته باشیم.

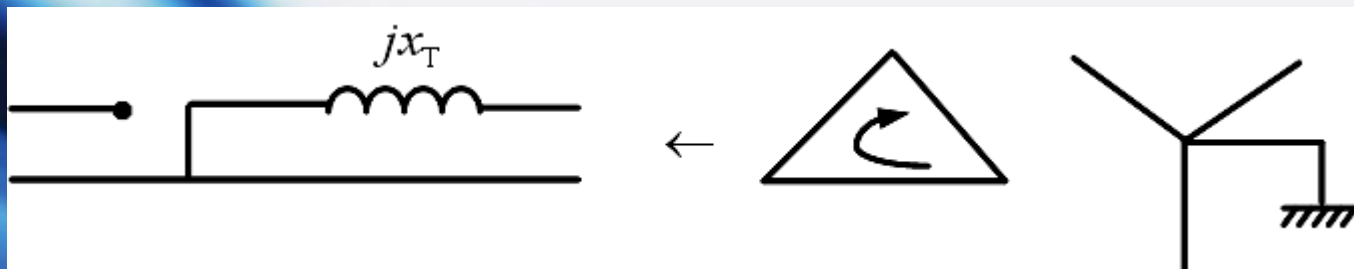
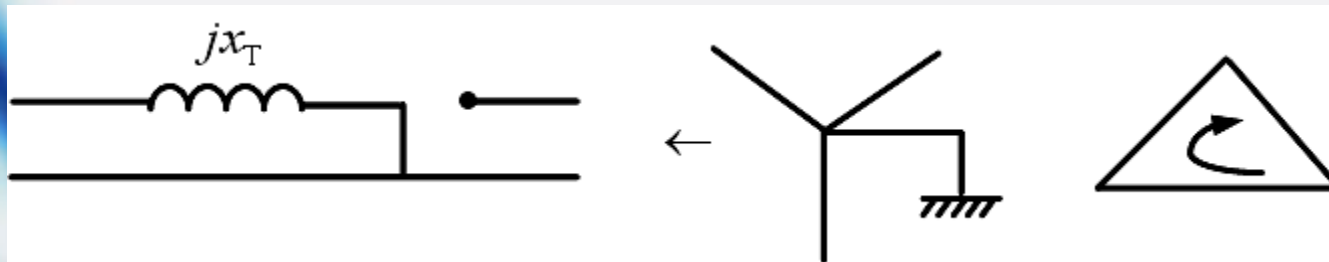
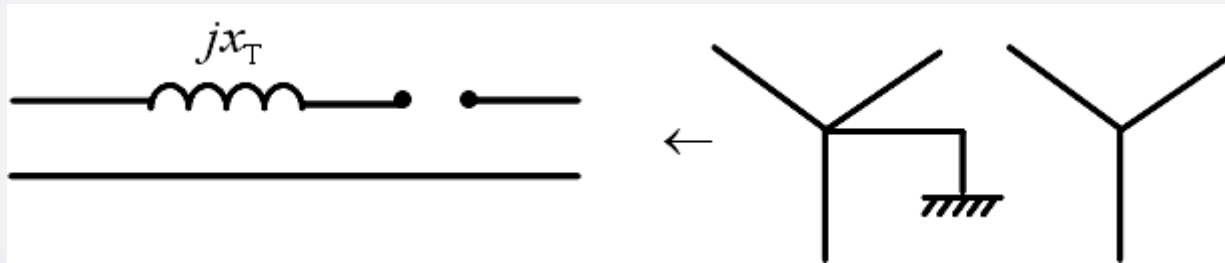
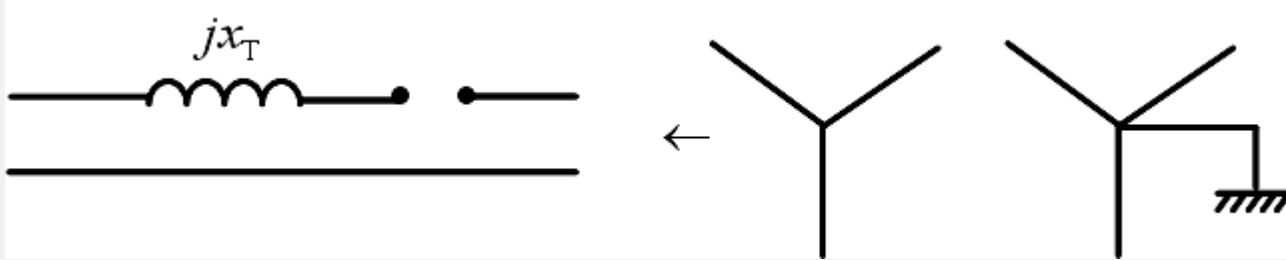
۲- آمپر-دور سیم پیچ های اولیه و ثانویه باید یکدیگر را خنثی کنند. ( $N_1 i_1 = N_2 i_2$ )



در این چهار حالت رفتار ترانسفورماتور مثل یک کلید باز است. (مورد اول)

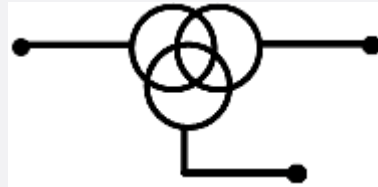


# فصل پنجم: مؤلفه های متقارن



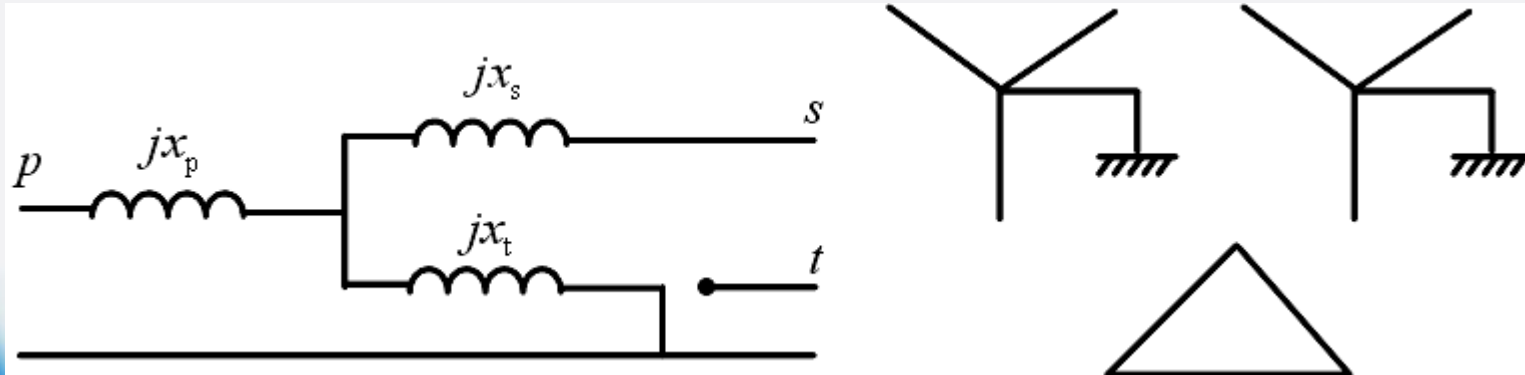


# فصل پنجم: مؤلفه های متقارن

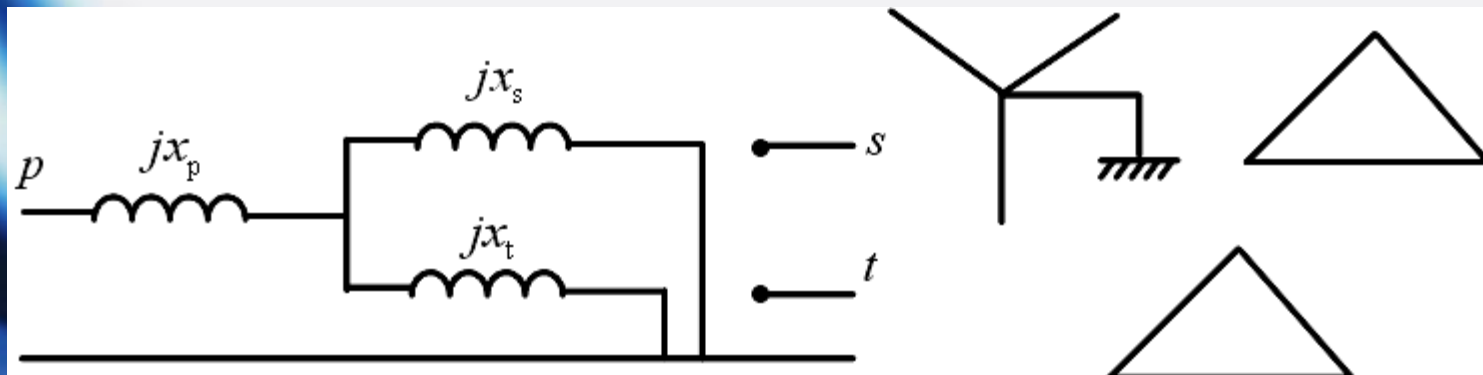


ترانسفورماتورهای سه سیم پیچه:

مثال:

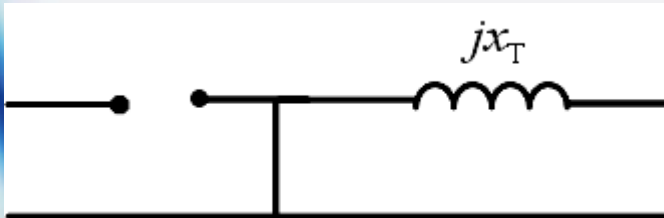
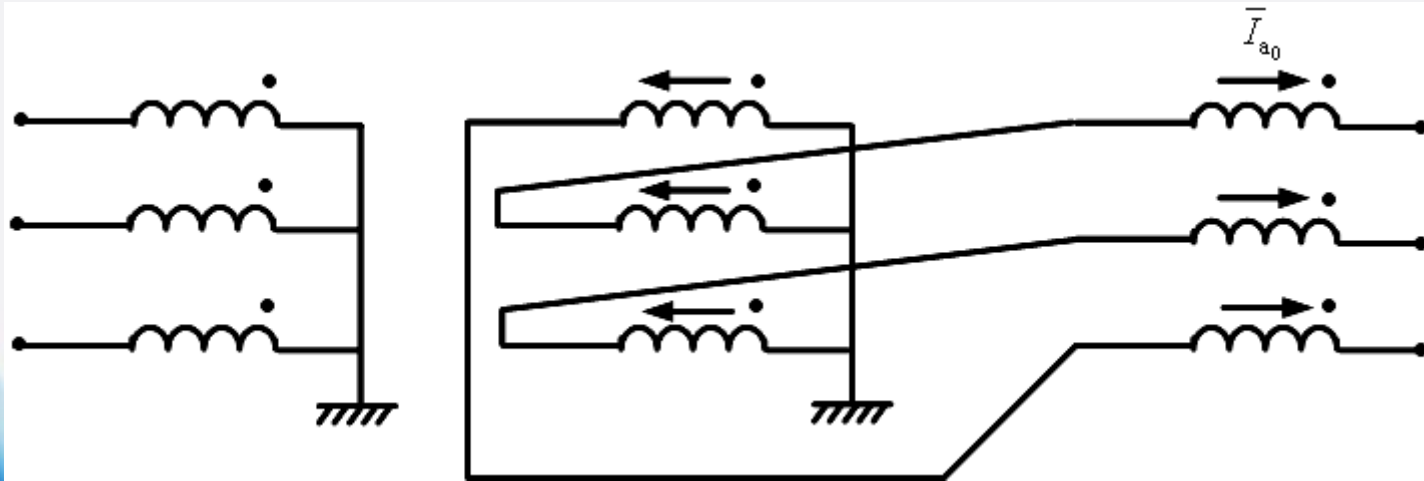


مثال:



## فصل پنجم: مؤلفه های متقارن

اتصال زیگزاگ:

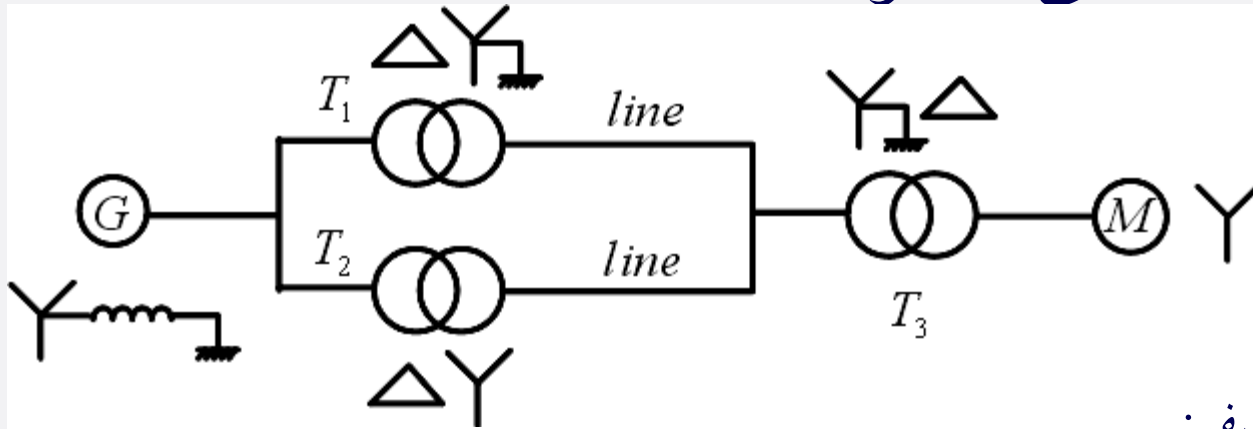


مزیت: توالی صفر در طرف زیگزاگ جاری می گردد، اما در طرف دیگر ترانس جاری نمی شود. (حتی اگر اتصال ستاره با نقطه خنثای زمین شده باشد.)

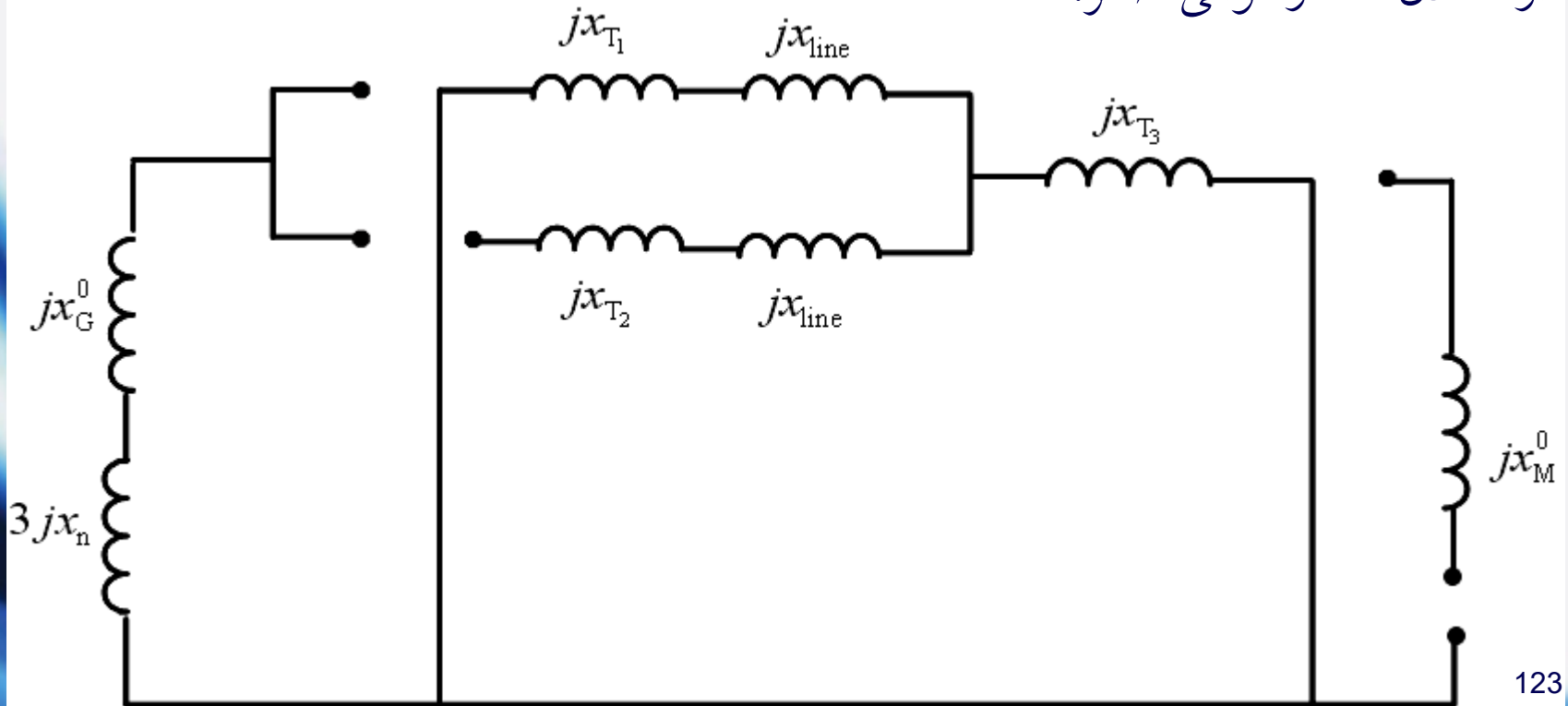
علت: آمپر دورها در طرف زیگزاگ ناشی از توالی صفر همدیگر را خنثی می کنند.

# فصل پنجم: مؤلفه های متقارن

مثال:



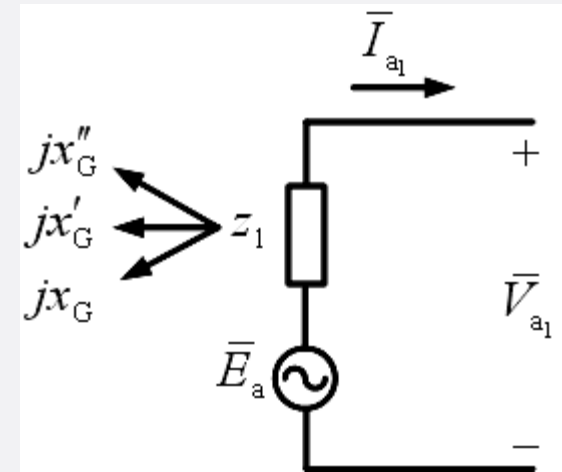
مدار معادل تکفاز توالی صفر:



# فصل ششم: اتصالاتی های نامتقارن

## اتصالاتی در ترمینال ژنراتور بدون بار

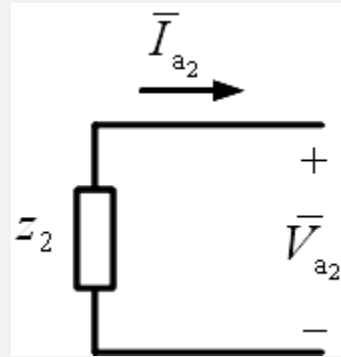
مدار معادل توالی مثبت



$$\bar{V}_{a_1} = \bar{E}_a - z_1 \bar{I}_{a_1}$$

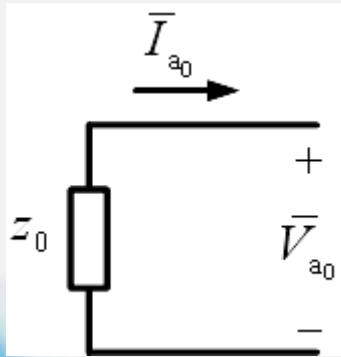
روابط یا معادلات اصلی ژنراتور

مدار معادل توالی منفی



$$\bar{V}_{a_2} = -z_2 \bar{I}_{a_2}$$

مدار معادل توالی صفر



$$\bar{V}_{a_0} = -z_0 \bar{I}_{a_0}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_{a_0} \\ \bar{V}_{a_1} \\ \bar{V}_{a_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{E}_a \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} z_0 & 0 & 0 \\ 0 & z_1 & 0 \\ 0 & 0 & z_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_{a_0} \\ \bar{I}_{a_1} \\ \bar{I}_{a_2} \end{bmatrix}$$

# فصل ششم: اتصالاتی های نامتقارن

## اتصال تکفاز به زمین L-G

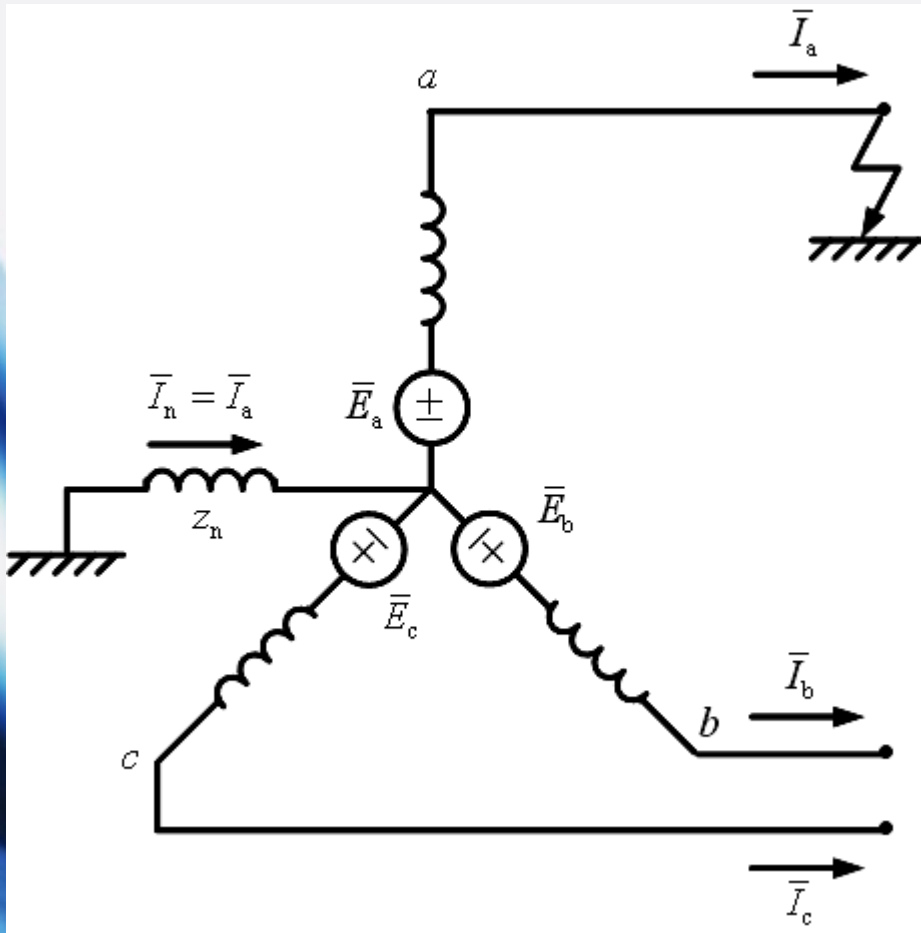
شرایط اتصالی:

$$\bar{V}_a = 0, \bar{I}_b = 0, \bar{I}_c = 0$$

مؤلفه های جریان فاز a:

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_{a_0} \\ \bar{I}_{a_1} \\ \bar{I}_{a_2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_a \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \bar{I}_{a_0} = \bar{I}_{a_1} = \bar{I}_{a_2} = \frac{1}{3} \bar{I}_a$$



# فصل ششم: اتصالاتی های نامتقارن

مؤلفه های ولتاژ فاز a:

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_{a_0} \\ \bar{V}_{a_1} \\ \bar{V}_{a_2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{V}_b \\ \bar{V}_c \end{bmatrix}$$

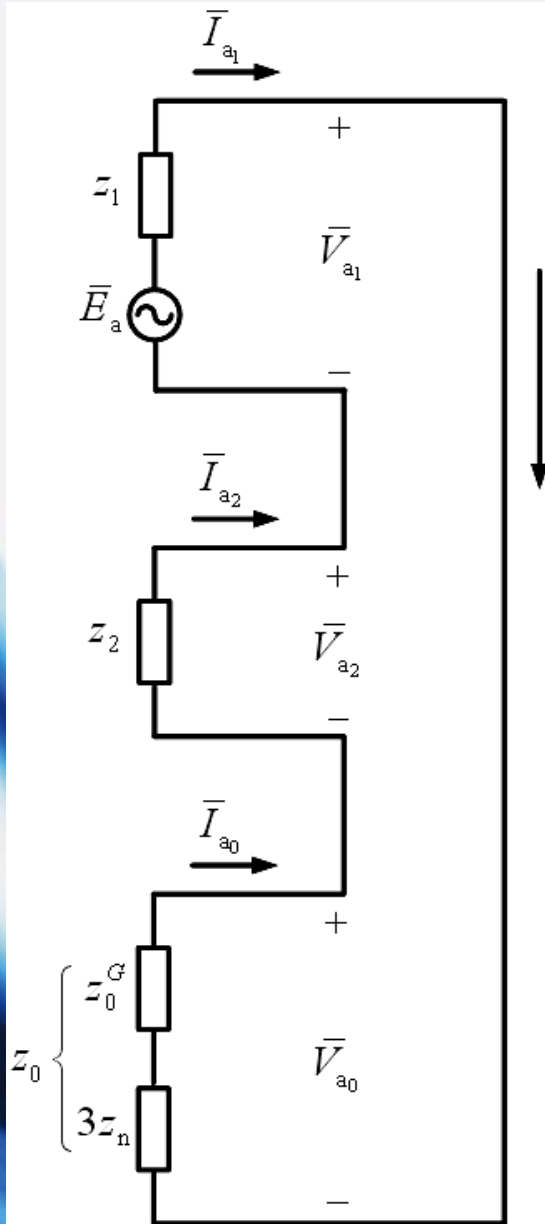
در واقع احتیاجی نیست.

$$\Rightarrow \bar{V}_{a_0} + \bar{V}_{a_1} + \bar{V}_{a_2} = \bar{V}_a = 0$$

با قرار دادن مؤلفه ها در معادلات اصلی ژنراتور:

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_{a_0} \\ \bar{V}_{a_1} \\ \bar{V}_{a_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{E}_a \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} z_0 & 0 & 0 \\ 0 & z_1 & 0 \\ 0 & 0 & z_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_{a_1} \\ \bar{I}_{a_1} \\ \bar{I}_{a_1} \end{bmatrix} \Rightarrow 0 = \bar{E}_a - (z_0 + z_1 + z_2)\bar{I}_{a_1} \Rightarrow \bar{I}_{a_1} = \frac{\bar{E}_a}{z_0 + z_1 + z_2}$$

## فصل ششم: اتصالاتی های نامتقارن



$$\bar{I}_{a_1} = \bar{I}_{a_2} = \bar{I}_{a_0} = \frac{1}{3} \bar{I}_a = \frac{\bar{E}_a}{z_0 + z_1 + z_2}$$


$$\bar{V}_{a_0} + \bar{V}_{a_1} + \bar{V}_{a_2} = 0 = \bar{V}_a$$

نکته: اگر نقطه ختای ژنراتور زمین نشده باشد، شبکه توالی صفر مدار باز و  $z_0$  بینهایت است. در نتیجه:

$$\bar{I}_{a_1} = \bar{I}_{a_2} = \bar{I}_{a_0} = 0 \Rightarrow \bar{I}_a = 0$$

## فصل ششم: اتصالاتی های نامتقارن

مثال: اتصالاتی L-G مطلوب است محاسبه:  $\begin{bmatrix} \bar{V}_{ab} \\ \bar{V}_{bc} \\ \bar{V}_{ca} \end{bmatrix} = ?$  ,  $\begin{bmatrix} \bar{I}_a \\ \bar{I}_b \\ \bar{I}_c \end{bmatrix} = ?$



$20\text{ MVA}$   
 $13.8\text{ kv}$   
 $x'' = 25\%$   
 $x_2 = 35\%$   
 $x_0 = 10\%$

$$\bar{I}_{a_0} = \bar{I}_{a_1} = \bar{I}_{a_2} = \frac{1 \angle 0^\circ}{j0.25 + j0.35 + j0.1} = -j1.43^{pu}, \quad V_{\text{base}} = \frac{13.8^{kv}}{\sqrt{3}}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_a \\ \bar{I}_b \\ \bar{I}_c \end{bmatrix}'' = \begin{bmatrix} 3\bar{I}_{a_1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -j4.29 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^{pu}, \quad I_{\text{base}} = \frac{20 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 13.8} \approx 837^A \rightarrow I_a \approx 3590^A$$

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_{a_0} \\ \bar{V}_{a_1} \\ \bar{V}_{a_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \angle 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} j0.1 & 0 & 0 \\ 0 & j0.25 & 0 \\ 0 & 0 & j0.35 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -j1.43 \\ -j1.43 \\ -j1.43 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.143 \\ +0.643 \\ -0.5 \end{bmatrix}^{pu}$$



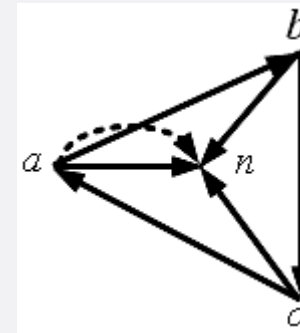
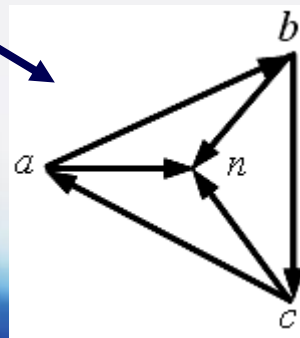
## فصل ششم: اتصالاتی های نامتقارن

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_a \\ \bar{V}_b \\ \bar{V}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.143 \\ +0.643 \\ -0.5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.215 - j0.99 \\ -0.215 + j0.99 \end{bmatrix}^{pu}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_{ab} \\ \bar{V}_{bc} \\ \bar{V}_{ca} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{V}_a - \bar{V}_b \\ \bar{V}_b - \bar{V}_c \\ \bar{V}_c - \bar{V}_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.215 + j0.99 \\ -j1.98 \\ -0.215 + j0.99 \end{bmatrix}^{pu} = \begin{bmatrix} 1.01 \angle 77.7^\circ \\ 1.98 \angle -90^\circ \\ 1.01 \angle 102.3^\circ \end{bmatrix}^{pu} \times \frac{13.8^{kv}}{\sqrt{3}} = \begin{bmatrix} 8.05 \angle 77.7^\circ \\ 15.78 \angle -90^\circ \\ 8.05 \angle 102.3^\circ \end{bmatrix}^{kv}$$

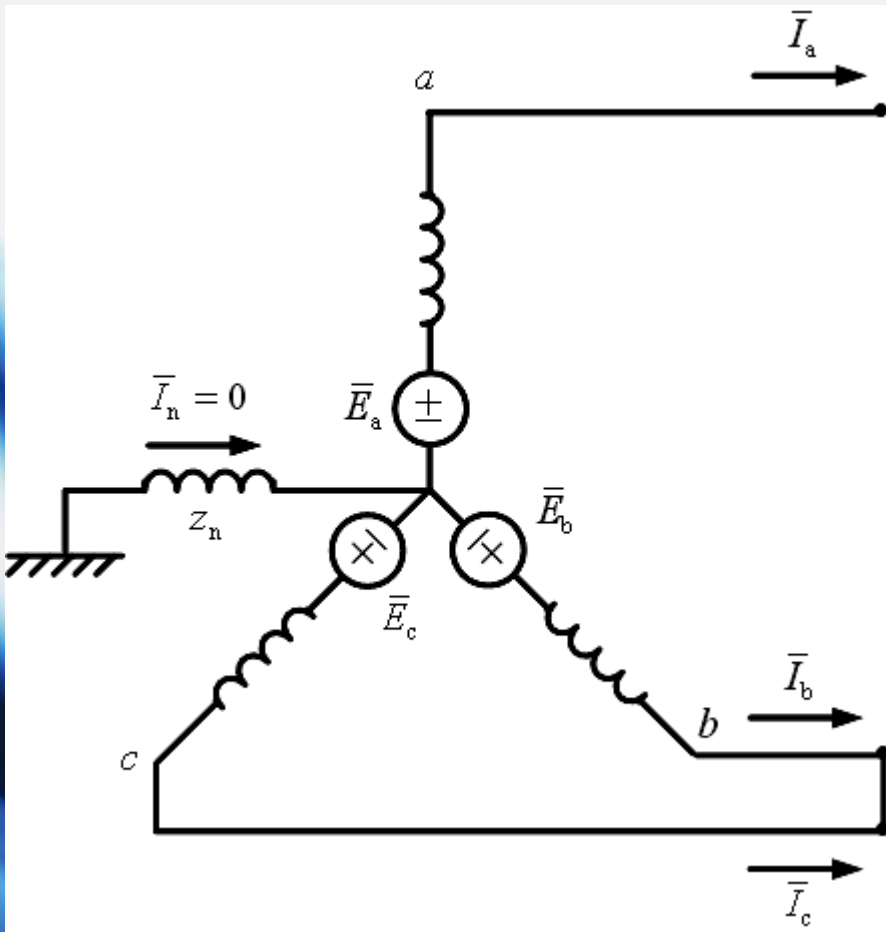
$$\begin{bmatrix} \bar{V}_{ab} \\ \bar{V}_{bc} \\ \bar{V}_{ca} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13.8 \angle 30^\circ \\ 13.8 \angle -90^\circ \\ 13.8 \angle 150^\circ \end{bmatrix}^{kv}$$

قبل از اتصالاتی



# فصل ششم: اتصالاتی های نامتقارن

## اتصال خط به خط یا دو فاز L-L



شرایط اتصالی:

$$\bar{V}_b = \bar{V}_c, \quad \bar{I}_a = 0, \quad \bar{I}_b = -\bar{I}_c$$

مؤلفه های جریان فاز a:

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_{a_0} \\ \bar{I}_{a_1} \\ \bar{I}_{a_2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{I}_b \\ -\bar{I}_b \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \bar{I}_{a_0} = 0, \quad \bar{I}_{a_1} = -\bar{I}_{a_2}$$

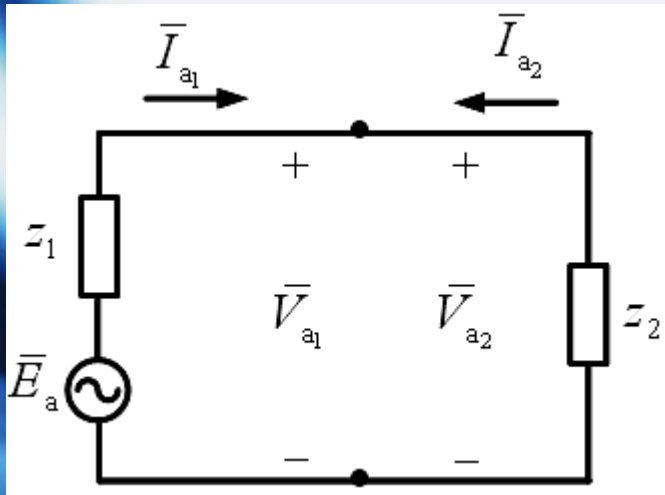
## فصل ششم: اتصالی های نامتقارن

مؤلفه های ولتاژ فاز a:

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_{a_0} \\ \bar{V}_{a_1} \\ \bar{V}_{a_2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_a \\ \bar{V}_b \\ \bar{V}_c \end{bmatrix} \rightarrow \bar{V}_{a_1} = \bar{V}_{a_2}$$

با قرار دادن مؤلفه ها در معادلات اصلی ژنراتور:

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_{a_0} \\ \bar{V}_{a_1} \\ \bar{V}_{a_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{E}_a \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} z_0 & 0 & 0 \\ 0 & z_1 & 0 \\ 0 & 0 & z_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{I}_{a_1} \\ -\bar{I}_{a_1} \end{bmatrix} \rightarrow \bar{V}_{a_0} = 0, \bar{E}_a - z_1 \bar{I}_{a_1} = z_2 \bar{I}_{a_1} \Rightarrow \bar{I}_{a_1} = \frac{\bar{E}_a}{z_1 + z_2}$$




$$\bar{I}_{a_1} = -\bar{I}_{a_2} = \frac{\bar{E}_a}{z_1 + z_2}$$

$$\bar{V}_{a_1} = \bar{V}_{a_2}$$

## فصل ششم: اتصالاتی های نامتقارن

مثال: اتصالاتی L-L مطلوب است محاسبه:  $\begin{bmatrix} \bar{V}_{ab} \\ \bar{V}_{bc} \\ \bar{V}_{ca} \end{bmatrix} = ?$  ,  $\begin{bmatrix} \bar{I}_a \\ \bar{I}_b \\ \bar{I}_c \end{bmatrix} = ?$


 $G \begin{cases} 20 \text{ MVA} \\ 13.8 \text{ kv} \\ x'' = 25\% \\ x_2 = 35\% \\ x_0 = 10\% \end{cases}$

در مبنای  $\frac{13.8 \text{ kv}}{\sqrt{3}}$

$$\bar{I}_{a_0} = 0, \bar{I}_{a_1} = -\bar{I}_{a_2} = \frac{1 \angle 0^\circ}{j0.25 + j0.35} = -j1.667 \text{ pu}$$

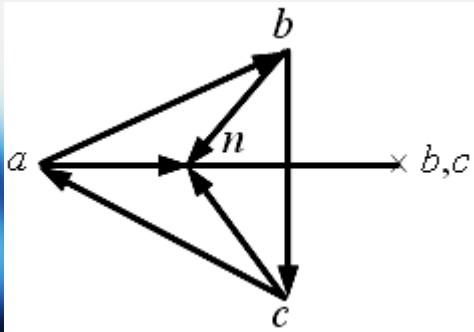
$$\begin{bmatrix} \bar{I}_a \\ \bar{I}_b \\ \bar{I}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -j1.667 \\ j1.667 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -2.887 \\ 2.887 \end{bmatrix} \text{ pu} \times 837 = \begin{bmatrix} 0 \\ 2416 \angle 180^\circ \\ 2416 \angle 0^\circ \end{bmatrix} \text{ A}$$

$$\bar{V}_{a_0} = 0, \bar{V}_{a_1} = \bar{V}_{a_2} = -z_2 \bar{I}_{a_2} = -j0.35 \times j1.667 = 0.583 \text{ pu}$$

## فصل ششم: اتصالی های نامتقارن

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_a \\ \bar{V}_b \\ \bar{V}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0.583 \\ 0.583 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.166 \\ -0.583 \\ -0.583 \end{bmatrix}^{pu}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_{ab} \\ \bar{V}_{bc} \\ \bar{V}_{ca} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.749 \\ 0 \\ -1.749 \end{bmatrix}^{pu} \times \frac{13.8^{kv}}{\sqrt{3}} = \begin{bmatrix} 13.94 \angle 0^\circ \\ 0 \\ 13.94 \angle 180^\circ \end{bmatrix}^{kv}$$



# فصل ششم: اتصالاتی های نامتقارن

## اتصال دو خط به زمین L-L-G

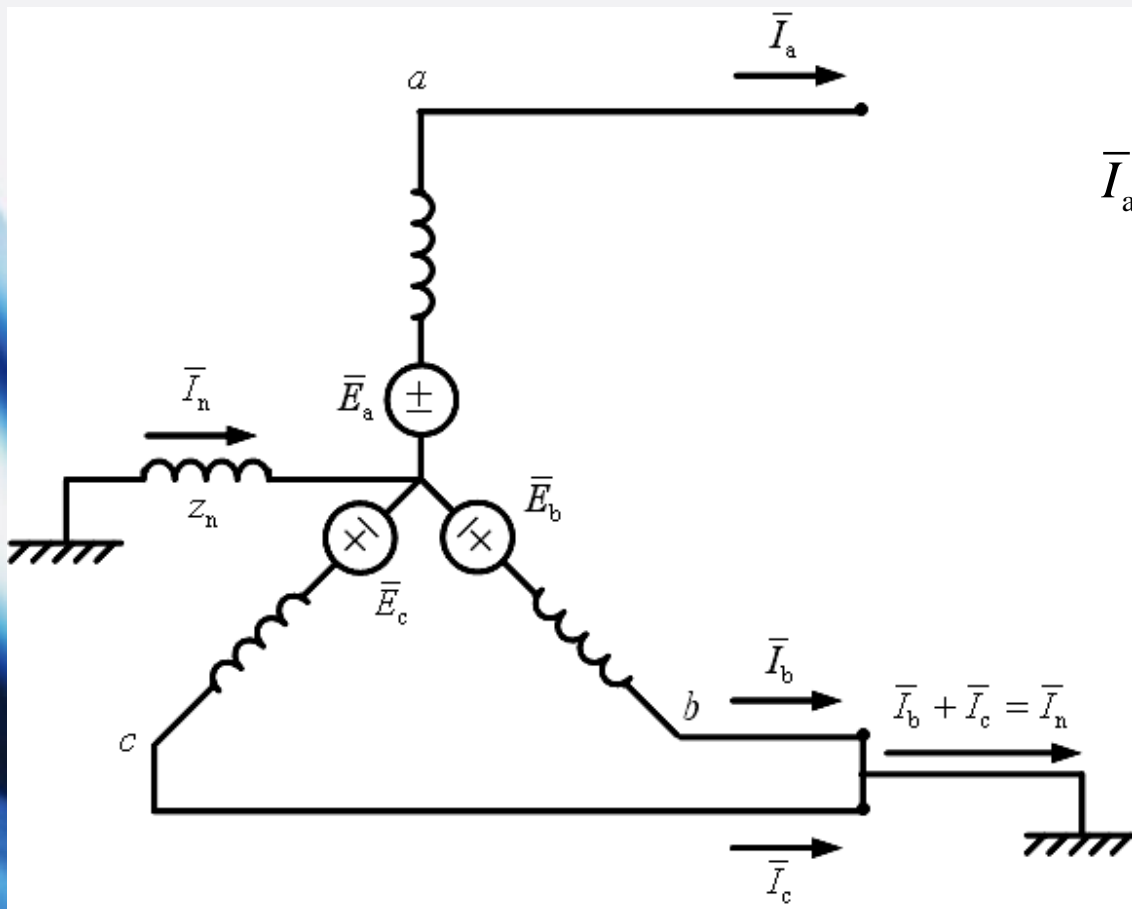
شرایط اتصالی:

$$\bar{I}_a = 0, \bar{V}_b = \bar{V}_c = 0$$

مؤلفه های جریان فاز a:

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_{a_0} \\ \bar{I}_{a_1} \\ \bar{I}_{a_2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{I}_b \\ \bar{I}_c \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \bar{I}_{a_0} + \bar{I}_{a_1} + \bar{I}_{a_2} = \bar{I}_a = 0$$



## فصل ششم: اتصالاتی های نامتقارن

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_{a_0} \\ \bar{V}_{a_1} \\ \bar{V}_{a_2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_a \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow \bar{V}_{a_0} = \bar{V}_{a_1} = \bar{V}_{a_2} = \frac{1}{3} \bar{V}_a$$

مؤلفه های ولتاژ فاز a:

معادلات اصلی ژنراتور:

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_{a_0} \\ \bar{V}_{a_1} \\ \bar{V}_{a_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{E}_a \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} z_0 & 0 & 0 \\ 0 & z_1 & 0 \\ 0 & 0 & z_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_{a_0} \\ \bar{I}_{a_1} \\ \bar{I}_{a_2} \end{bmatrix}$$

ضرب کرده و نیز داریم:

$$\bar{V}_{a_0} = \bar{V}_{a_1} = \bar{V}_{a_2} = \bar{E}_a - z_1 \bar{I}_{a_1}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{z_0} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{z_1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{z_2} \end{bmatrix} \text{ طرفین را در}$$

## فصل ششم: اتصالی های نامتقارن

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{z_0} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{z_1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{z_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{E}_a - z_1 \bar{I}_{a_1} \\ \bar{E}_a - z_1 \bar{I}_{a_1} \\ \bar{E}_a - z_1 \bar{I}_{a_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{z_0} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{z_1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{z_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{E}_a \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{I}_{a_0} \\ \bar{I}_{a_1} \\ \bar{I}_{a_2} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{\bar{E}_a}{z_0} - \frac{z_1}{z_0} \bar{I}_{a_1} = -\bar{I}_{a_0} \\ \frac{\bar{E}_a}{z_1} - \bar{I}_{a_1} = \frac{\bar{E}_a}{z_1} - \bar{I}_{a_1} \\ \frac{\bar{E}_a}{z_2} - \frac{z_1}{z_2} \bar{I}_{a_1} = -\bar{I}_{a_2} \end{cases}$$

$$\bar{E}_a \left( \frac{1}{z_0} + \frac{1}{z_2} \right) = \frac{z_1}{z_0} \bar{I}_{a_1} + \frac{z_1}{z_2} \bar{I}_{a_1} \underbrace{-\bar{I}_{a_0} - \bar{I}_{a_2}}_{\substack{\uparrow \\ -\bar{I}_{a_0} - \bar{I}_{a_2} = \bar{I}_{a_1}}}$$

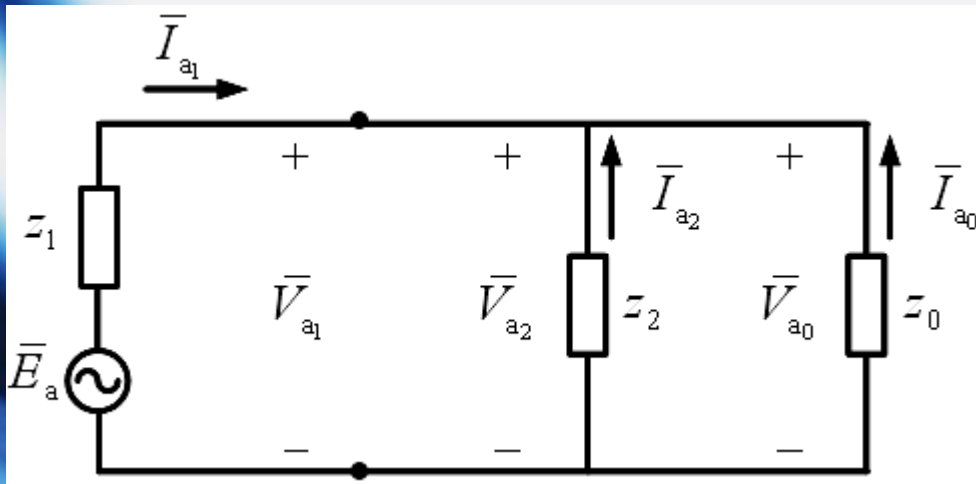
$$\Rightarrow \bar{E}_a \left( \frac{1}{z_0} + \frac{1}{z_2} \right) = \left( \frac{z_1}{z_0} + \frac{z_1}{z_2} + 1 \right) \bar{I}_{a_1}$$



## فصل ششم: اتصالاتی های نامتقارن

$$\Rightarrow \bar{I}_{a_1} = \frac{\bar{E}_a \left( \frac{1}{z_0} + \frac{1}{z_2} \right)}{\frac{z_1}{z_0} + \frac{z_1}{z_2} + 1} = \frac{\bar{E}_a \left( \frac{z_2 + z_0}{z_0 z_2} \right)}{\frac{z_1 z_2 + z_0 z_1 + z_0 z_2}{z_0 z_2}} = \frac{\bar{E}_a (z_2 + z_0)}{z_1 (z_2 + z_0) + z_0 z_2} = \frac{\bar{E}_a}{z_1 + \frac{z_0 z_2}{z_2 + z_0}}$$


$$\Rightarrow \bar{I}_{a_1} = \frac{\bar{E}_a}{z_1 + z_0 \parallel z_2}$$



نکته: اگر ژنراتور نقطه ختای متصل به زمین نداشته باشد،  $z_0$  بینهایت است و اتصالاتی همانند L-L خواهد شد.

## فصل ششم: اتصالی های نامتقارن

مثال: اتصالی L-L-G مطلوب است محاسبه:  $\left[ \begin{array}{c} \bar{V}_{ab} \\ \bar{V}_{bc} \\ \bar{V}_{ca} \end{array} \right] = ?$  ,  $\left[ \begin{array}{c} \bar{I}_a \\ \bar{I}_b \\ \bar{I}_c \end{array} \right] = ?$


 $G \left\{ \begin{array}{l} 20 \text{ MVA} \\ 13.8 \text{ kv} \\ x'' = 25\% \\ x_2 = 35\% \\ x_0 = 10\% \end{array} \right.$

$$\bar{I}_{a_1} = \frac{\bar{E}_a}{z_1 + z_0 \parallel z_2} = \frac{1 \angle 0^\circ}{j0.25 + j0.35 \parallel j0.1} = -j3.05 \text{ pu}$$

$$\bar{V}_{a_0} = \bar{V}_{a_1} = \bar{V}_{a_2} = \bar{E}_a - z_1 \bar{I}_{a_1} = 1 \angle 0^\circ - j0.25 \times (-j3.05) = 0.237 \text{ pu}$$

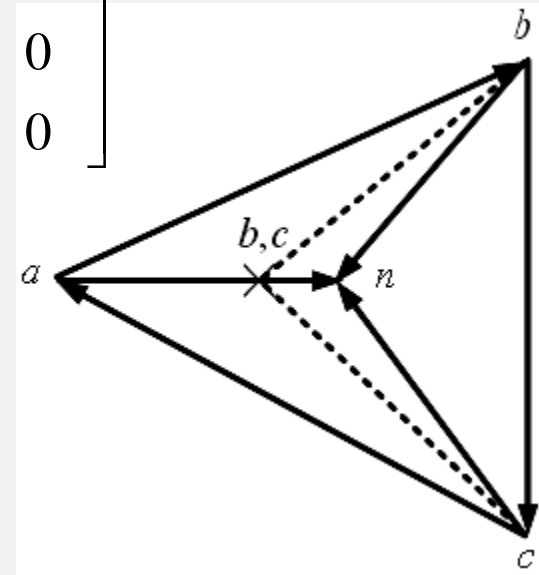
$$\bar{I}_{a_2} = -\frac{\bar{V}_{a_2}}{z_2} = -\frac{0.237}{j0.35} = j0.68 \text{ pu} , \bar{I}_{a_0} = -\frac{\bar{V}_{a_0}}{z_0} = -\frac{0.237}{j0.1} = j2.37 \text{ pu}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_a \\ \bar{I}_b \\ \bar{I}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} j0.237 \\ -j3.05 \\ j0.68 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 4.8 \angle 132.3^\circ \\ 4.8 \angle 47.7^\circ \end{bmatrix} \text{ pu} \times 837 = \begin{bmatrix} 0 \\ 4017 \angle 132.3^\circ \\ 4017 \angle 47.7^\circ \end{bmatrix} \text{ A}$$

## فصل ششم: اتصالاتی های نامتقارن

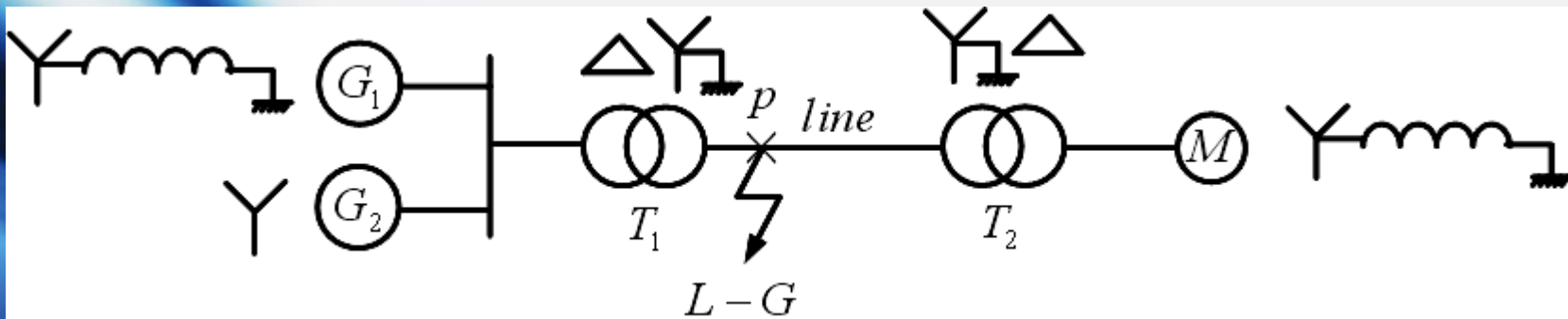
$$\begin{bmatrix} \bar{V}_a \\ \bar{V}_b \\ \bar{V}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.237 \\ 0.237 \\ 0.237 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.711 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^{pu} \times \frac{13.8^{kv}}{\sqrt{3}} = \begin{bmatrix} 5.66 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^{kv}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_{ab} \\ \bar{V}_{bc} \\ \bar{V}_{ca} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.711 \\ 0 \\ -0.711 \end{bmatrix}^{pu} \times \frac{13.8^{kv}}{\sqrt{3}} = \begin{bmatrix} 5.66 \angle 0^\circ \\ 0 \\ 5.66 \angle 180^\circ \end{bmatrix}^{kv}$$

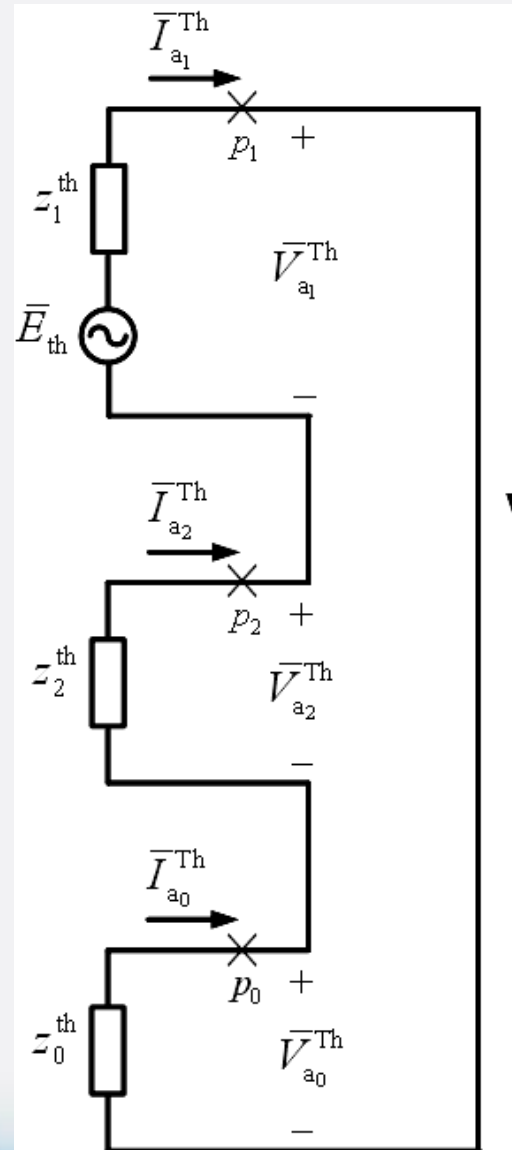
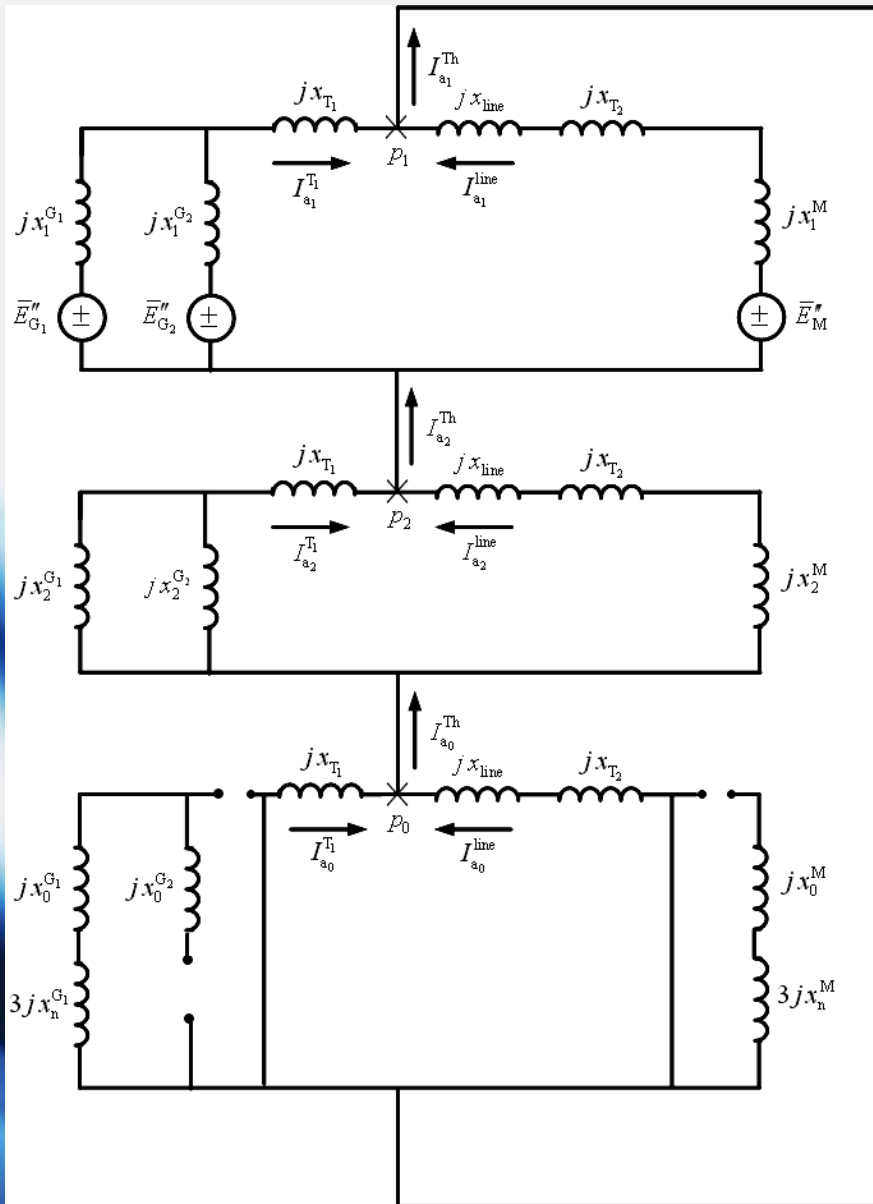


محاسبات اتصالاتی های نامتقارن در سیستم

مثال:



# فصل ششم: اتصالاتی های نامتقارن



## فصل ششم: اتصالاتی های نامتقارن

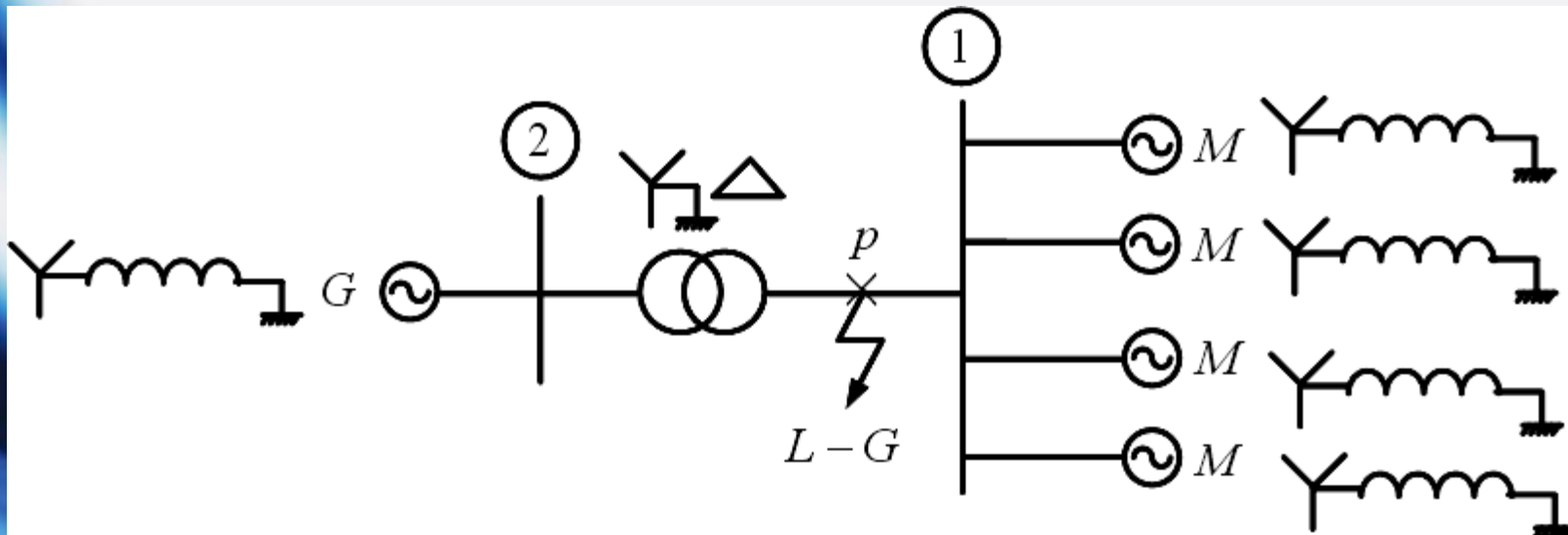
$$Z_1^{\text{th}} = (jx_{\text{line}} + jx_{T_2} + jx_1^{\text{M}}) \parallel (jx_{T_1} + (jx_1^{\text{G}_1}) \parallel (jx_1^{\text{G}_2}))$$

$$Z_2^{\text{th}} = (jx_{\text{line}} + jx_{T_2} + jx_2^{\text{M}}) \parallel (jx_{T_1} + (jx_2^{\text{G}_1}) \parallel (jx_2^{\text{G}_2}))$$

$$Z_0^{\text{th}} = (jx_{\text{line}} + jx_{T_2}) \parallel (jx_{T_1})$$

$$\bar{I}_{a_0}^{\text{Th}} = \bar{I}_{a_1}^{\text{Th}} = \bar{I}_{a_2}^{\text{Th}} = \frac{\bar{E}_{\text{th}}}{Z_1^{\text{th}} + Z_2^{\text{th}} + Z_0^{\text{th}}}$$

مثال:



## فصل ششم: اتصالاتی های نامتقارن

$$G \begin{cases} 7500 \text{ KVA} \\ 4.16 \text{ kv} \\ x'' = x_2 = 10\% \\ x_0 = 5\% \\ x_n = 5\% \end{cases}, \quad M \text{ هر} \begin{cases} 1500 \text{ hp} \\ 600 \text{ v} \\ \eta = 89.5\% \\ pf = 1 \\ x'' = x_2 = 20\% \\ x_0 = 4\% \\ x_n = 2\% \end{cases}, \quad T : 3T_{1\phi} \begin{cases} 2500 \text{ KVA} \\ 2400^{\text{v}} / 600^{\text{v}} \\ x_T = 10\% \end{cases}$$

نقطه کار موتورها  
(همگی با هم)

$$\begin{cases} 5000 \text{ hp} \\ 600^{\text{v}} \\ \eta = 88\% \\ \cos \varphi = 85\% \text{ lag} \end{cases}$$

انتخاب مبنا: 7500 KVA و 4.16 KV در  
طرف ژنراتور

## فصل ششم: اتصالاتی های نامتقارن

$$T_{3\phi} : \begin{cases} 3 \times 2500 \text{ KVA} = 7500 \text{ KVA} \\ 2400 \times \sqrt{3}^v / 600^v = 4.16^{kv} / 600^v \Rightarrow \begin{cases} 7500 \text{ KVA} \\ 600^v \end{cases} \text{ مبنا در طرف موتورها:} \\ 10\% \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{7500 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 4.16 \times 10^3} = 1041^A \quad \text{جریان مبنا در طرف ژنراتور} \\ \frac{7500 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 600} = 7217^A \quad \text{جریان مبنا در طرف موتورها} \end{cases}$$

$$M_{هر} \begin{cases} S_{input}^n = \frac{1500 \times 746}{0.895 \times 1} = 1250^{KVA} \\ 600^v \end{cases} \rightarrow M_{eq} = \begin{cases} 4 \times 1250^{KVA} \\ 600^v \\ x'' = x_2 = 20\% , x_0 = 4\% , x_n = 2\% \end{cases}$$

## فصل ششم: اتصالاتی های نامتقارن

در مبنای مشترک :

$$x''_{M_{eq}} = x_{2_{M_{eq}}} = 0.2 \times \frac{7500}{5000} = 0.3^{pu}, \quad x_{0_{M_{eq}}} = 0.04 \times \frac{7500}{5000} = 0.06^{pu}$$

$$x_{n_{M_{eq}}} = 0.02 \times \frac{7500}{5000} = 0.03^{pu}, \quad 3x_{n_{M_{eq}}} = 0.09^{pu}, \quad 3x_{n_G} = 0.15^{pu}$$

ولتاژ پیش از عیب فاز a در محل عیب:  $V_p = 1^{pu}$

$$\bar{I}_{Load, M_{eq}} = \frac{5000 \times 746}{0.88 \times 0.85 \times \sqrt{3} \times 600} = 4798^A$$

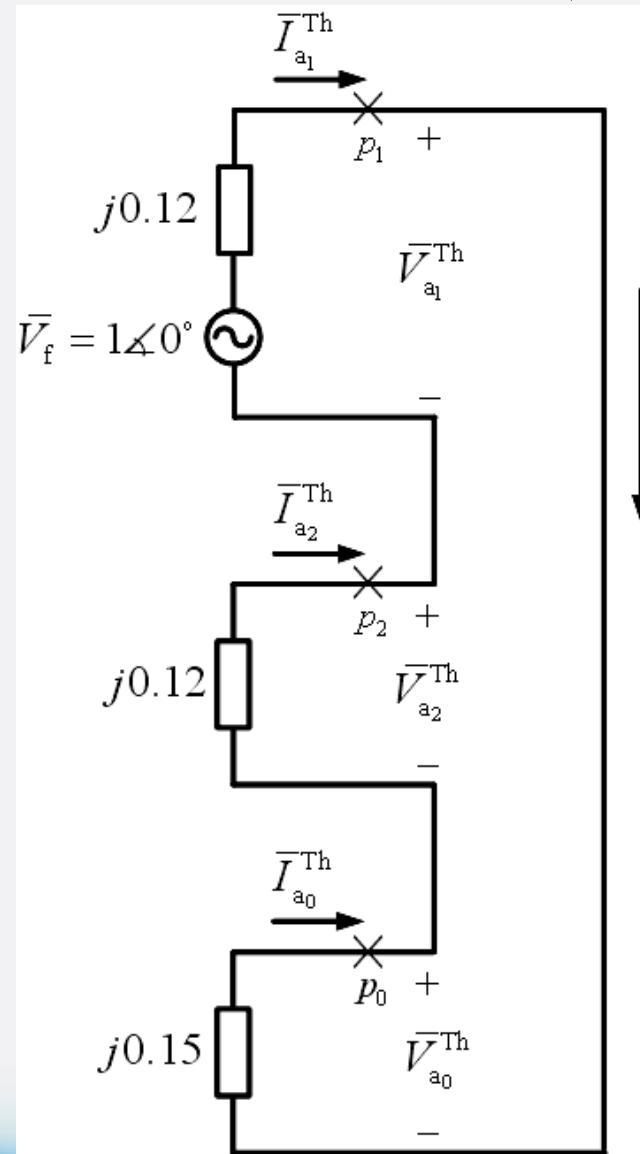
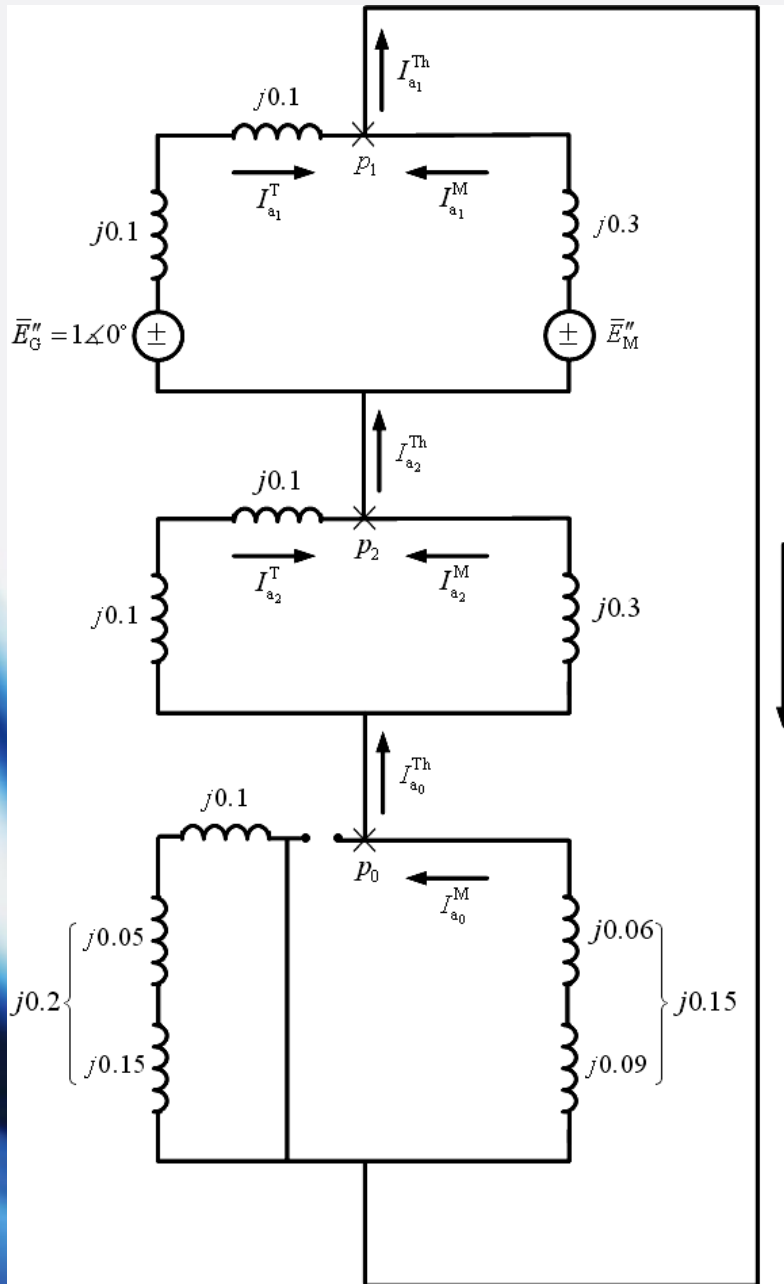
$$\Rightarrow \bar{I}_{Load, M_{eq}}^{pu} = \frac{4798}{7217} \angle -\cos^{-1}(0.85) = 0.565 - j0.35^{pu}$$

ابتدا فرض می کنیم که جریان بار وجود ندارد. در نتیجه داریم:  $\bar{E}_G'' = \bar{E}_M'' = 1^{pu} \angle 0^\circ$

حال مدار معادل های سه شبکه توالی مثبت و منفی و صفر را رسم کرده و آنها را در نقطه p به صورت سری می بندیم:



# فصل ششم: اتصالاتی های نامتقارن



## فصل ششم: اتصالی های نامتقارن

$$z_1^{\text{th}} = z_2^{\text{th}} = (j0.1 + j0.1) \parallel (j0.3) = j0.12$$

$$z_0^{\text{th}} = j0.15$$

$$\bar{I}_{a_0}^{\text{Th}} = \bar{I}_{a_1}^{\text{Th}} = \bar{I}_{a_2}^{\text{Th}} = \frac{\bar{V}_f}{z_1^{\text{th}} + z_2^{\text{th}} + z_0^{\text{th}}} = \frac{1 \angle 0^\circ}{j0.12 + j0.12 + j0.15} = -j2.564^{\text{pu}}$$

$$\bar{I}_a = 3\bar{I}_{a_1}^{\text{Th}} = -j7.692^{\text{pu}} \rightarrow \times 7217 = 55500^{\text{A}}$$

$$\bar{I}_{a_1}^{\text{T}} = \frac{j0.3}{j0.1 + j0.1 + j0.3} \times (-j2.564) = -j1.538^{\text{pu}}$$

$$\bar{I}_{a_1}^{\text{M}} = \bar{I}_{a_1}^{\text{Th}} - \bar{I}_{a_1}^{\text{T}} = -j1.026^{\text{pu}}$$

$$\bar{I}_{a_2}^{\text{T}} = \bar{I}_{a_1}^{\text{T}} = -j1.538^{\text{pu}}$$

$$\bar{I}_{a_2}^{\text{M}} = \bar{I}_{a_1}^{\text{M}} = -j1.026^{\text{pu}}$$

$$\bar{I}_{a_0}^{\text{T}} = 0, \quad \bar{I}_{a_0}^{\text{M}} = -j2.564^{\text{pu}}$$

## فصل ششم: اتصالاتی های نامتقارن

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_a \\ \bar{I}_b \\ \bar{I}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -j1.538 \\ -j1.538 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -j3.076 \\ j1.538 \\ j1.538 \end{bmatrix}^{pu} \times 7217 = \begin{bmatrix} 22200 \\ 11100 \\ 11100 \end{bmatrix}^A$$

جریان خطوط بین ترانسفورماتور و خطا:

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_a \\ \bar{I}_b \\ \bar{I}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -j2.564 \\ -j1.026 \\ -j1.026 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -j4.616 \\ -j1.538 \\ -j1.538 \end{bmatrix}^{pu} \times 7217 = \begin{bmatrix} 33300 \\ 11100 \\ 11100 \end{bmatrix}^A$$

جریان خطوط بین موتور و خطا:

فرض: گروه ترانسفورماتور:  $Yd_9$ :

$$\begin{cases} \bar{I}_{a_1} = j\bar{I}_{A_1} \\ \bar{I}_{a_2} = -j\bar{I}_{A_2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \bar{I}_{A_1} = -j\bar{I}_{a_1} \\ \bar{I}_{A_2} = j\bar{I}_{a_2} \end{cases}$$

$$\bar{I}_{A_1} = -j \times (-j1.538) = -1.538^{pu}, \quad \bar{I}_{A_2} = j \times (-j1.538) = 1.538^{pu}, \quad \bar{I}_{A_0} = 0$$

## فصل ششم: اتصالاتی های نامتقارن

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_A \\ \bar{I}_B \\ \bar{I}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -1.538 \\ 1.538 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ j2.664 \\ -j2.664 \end{bmatrix}^{pu} \times 1041 = \begin{bmatrix} 0 \\ 2773 \\ 2773 \end{bmatrix}^A$$

جریان خطوط بین  
شینه دوم و  
ترانسفورماتور:

حال تأثیر جریان بار را در نظر می گیریم: با توجه به دیاگرام، جریان بار با مؤلفه  $\bar{I}_{a_1}^T$  جمع شده و از مؤلفه  $\bar{I}_{a_1}^M$  کم می شود:

$$(\bar{I}_{a_1}^T)_{\text{total}} = -j1.538 + (0.565 - j0.35) = 0.565 - j1.888^{pu}$$

$$(\bar{I}_{a_1}^M)_{\text{total}} = -j1.026 - (0.565 - j0.35) = -0.565 - j0.676^{pu}$$

حال مانند قبل باید با مؤلفه های توالی مثبت جدید و مؤلفه های توالی منفی و صفر قبلی، جریان های خطوط را محاسبه کرد. در واقع در سیستم های بزرگتر تأثیر جریان بار بسیار کمتر خواهد بود.

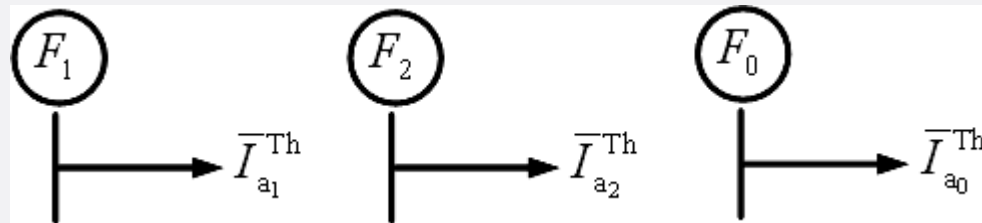
# فصل ششم: اتصالاتی های نامتقارن

## محاسبات اتصالاتی نامتقارن در شبکه های واقعی

$$Z_{BUS} \text{ معلوم : } \begin{cases} Z_{BUS-1} \\ Z_{BUS-2} \\ Z_{BUS-0} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} Z''_{BUS} \\ Z'_{BUS} \\ Z_{BUS} \end{cases}$$

مثال: اتصالاتی تکفاز به زمین در باس بار  $F$  رخ داده است. جریان جاری شده ناشی از اتصالاتی در خط انتقال بین باس بار  $a_1$  و  $a_2$  با صرفه نظر از جریان های بار در سیستم چقدر است؟

$$I_{ij}^{Fault} = ?$$



$$\bar{I}_{a_0}^{Th} = \bar{I}_{a_1}^{Th} = \bar{I}_{a_2}^{Th} = \frac{1 \angle 0^\circ}{z_{ff-1} + z_{ff-2} + z_{ff-0}}$$

## فصل ششم: اتصالاتی های نامتقارن

در توالی مثبت :  $[V]_1 = [1^{pu} \ 0^\circ] + [\Delta V] = [1^{pu} \ 0^\circ] + [Z_{BUS-1}] \begin{bmatrix} 0 \\ \cdot \\ 0 \\ -\bar{I}_1^{Th} \\ 0 \\ \cdot \\ 0 \end{bmatrix} \longrightarrow$  سطر f ام

در توالی منفی :  $[V]_2 = [Z_{BUS-2}] \begin{bmatrix} 0 \\ \cdot \\ 0 \\ -\bar{I}_2^{Th} \\ 0 \\ \cdot \\ 0 \end{bmatrix} \longrightarrow$  سطر f ام

## فصل ششم: اتصالی های نامتقارن

$$[V]_0 = [Z_{\text{BUS-0}}] \begin{bmatrix} 0 \\ \cdot \\ 0 \\ -\bar{I}_0^{\text{Th}} \\ 0 \\ \cdot \\ 0 \end{bmatrix} \longrightarrow \text{سطر f ام}$$

در توالی صفر

$$\text{هدف: } I_{ij}^{\text{Fault}} = ? \rightarrow \bar{I}_{ij-1} = \frac{\begin{matrix} \bar{V}_{i-1} & - & \bar{V}_{j-1} \\ -2 & & -2 \\ -0 & & -0 \end{matrix}}{\begin{matrix} Z_{ij-1} \\ -2 \\ -0 \end{matrix}} \xrightarrow{\text{ترکیب}} \bar{I}_{ij-a}, \bar{I}_{ij-b}, \bar{I}_{ij-c}$$

## فصل ششم: اتصالاتی های نامتقارن

مثال: اتصالاتی L-G مثال قبلی با استفاده از ماتریس امیدانس شینه؟ همچنین ولتاژ شینه دوم ناشی از خطا در شینه اول؟

$$Y_{11-1} = Y_{11-2} = \frac{1}{j0.1} + \frac{1}{j0.3} = -j13.3^{pu}, \quad Y_{12-1} = Y_{12-2} = \frac{-1}{j0.1} = j10^{pu}$$

$$Y_{22-1} = Y_{22-2} = \frac{1}{j0.1} + \frac{1}{j0.1} = -j20^{pu}, \quad Y_{11-0} = \frac{1}{j0.15} = -j6.67^{pu}$$

$$Y_{12-0} = 0, \quad Y_{22-0} = \frac{1}{j0.2} + \frac{1}{j0.1} = -j15^{pu}$$

$$\Rightarrow Y_{\text{BUS-1}} = Y_{\text{BUS-2}} = j \begin{bmatrix} -13.3 & 10 \\ 10 & -20 \end{bmatrix}, \quad Y_{\text{BUS-0}} = j \begin{bmatrix} -6.67 & 0 \\ 0 & -15 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow Z_{\text{BUS-1}} = Z_{\text{BUS-2}} = j \begin{bmatrix} 0.12 & 0.06 \\ 0.06 & 0.08 \end{bmatrix}, \quad Z_{\text{BUS-0}} = j \begin{bmatrix} 0.15 & 0 \\ 0 & 0.067 \end{bmatrix}$$



## فصل ششم: اتصالاتی های نامتقارن

$$\bar{I}_f'' = 3 \times \frac{1 \angle 0^\circ}{j0.12 \times 2 + j0.15} = -j7.692^{pu}$$

$$\bar{I}_{a_1} = \bar{I}_{a_2} = \bar{I}_{a_0} = \frac{-j7.692}{3} = -j2.564^{pu}$$

$$\bar{V}_{a_1} = \bar{V}_f - z_{21-1} \bar{I}_{a_1} = 1 - (-j2.564) \times (j0.06) = 0.8462^{pu}$$

$$\bar{V}_{a_2} = -z_{21-2} \bar{I}_{a_2} = -(-j2.564) \times (j0.06) = -0.1538^{pu}$$

$$\bar{V}_{A_1} = -j\bar{V}_{a_1} = -j0.8462^{pu}$$

$$\bar{V}_{A_2} = j\bar{V}_{a_2} = -j0.1538^{pu}$$

$$\bar{V}_{a_0} = \bar{V}_{A_0} = 0$$

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_A \\ \bar{V}_B \\ \bar{V}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_{A_0} \\ \bar{V}_{A_1} \\ \bar{V}_{A_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -j1 \\ -0.6 + j0.5 \\ 0.6 + j0.5 \end{bmatrix}^{pu}$$

در مبنای فاز

## فصل ششم: اتصالاتی های نامتقارن

### عیب های از طریق امپدانس

در اتصالاتی متقارن چنانچه اتصالاتی سه فاز از طریق سه امپدانس یکسان  $z_f$  صورت گیرد، داریم:

$$\bar{V}_a = z_f \bar{I}_a \quad \text{--->} \quad \text{چون فقط جریان های توالی مثبت داریم.} \quad \Rightarrow \quad \bar{V}_{a_1} = z_f \bar{I}_{a_1} = \bar{V}_f - z_1 \bar{I}_{a_1}$$

$$\Rightarrow \bar{I}_{a_1} = \frac{\bar{V}_f}{z_1 + z_f}$$

در اتصالاتی های نامتقارن L-G و L-L-G، با  $3z_f$   $z_0$  جمع می گردد. (در واقع در روابط قبلی به جای  $z_0$  قرار می دهیم:  $z_0 + 3z_f$ ) :: مثل آن است که  $z_f$  در اتصال بین نقطه خنثای ژنراتور و زمین قرار گرفته باشد.

شرایط اتصالاتی در خطای L-L با امپدانس  $z_f$  به قرار زیر است:

$$\bar{I}_a = 0, \quad \bar{I}_b = -\bar{I}_c, \quad \bar{V}_c = \bar{V}_b - z_f \bar{I}_b$$

## فصل ششم: اتصالاتی های نامتقارن

با توجه به رابطه مؤلفه های متقارن جریان فاز a مثل گذشته داریم:  $\bar{I}_{a_1} = -\bar{I}_{a_2}$

اما در مورد مؤلفه های متقارن ولتاژ فاز a:

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_{a_0} \\ \bar{V}_{a_1} \\ \bar{V}_{a_2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_a \\ \bar{V}_b \\ \bar{V}_b - z_f \bar{I}_b \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 3\bar{V}_{a_1} = \bar{V}_a + (a + a^2)\bar{V}_b - a^2 z_f \bar{I}_b \\ 3\bar{V}_{a_2} = \bar{V}_a + (a + a^2)\bar{V}_b - a z_f \bar{I}_b \end{cases}$$

$$\Rightarrow 3(\bar{V}_{a_1} - \bar{V}_{a_2}) = (a - a^2)z_f \bar{I}_b = j\sqrt{3}z_f \bar{I}_b$$

$$\bar{I}_b = a^2 \bar{I}_{a_1} + a \bar{I}_{a_2} = (a^2 - a)\bar{I}_{a_1} = -j\sqrt{3}\bar{I}_{a_1}$$

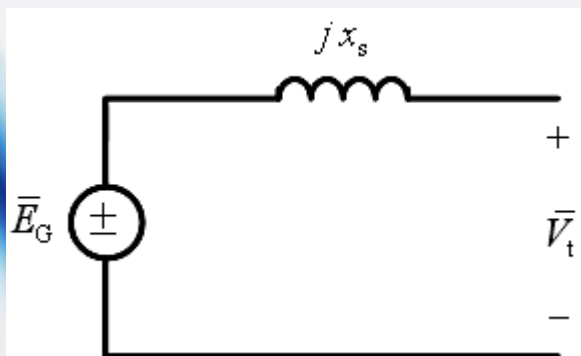
$$\Rightarrow 3(\bar{V}_{a_1} - \bar{V}_{a_2}) = j\sqrt{3}z_f (-j\sqrt{3}\bar{I}_{a_1}) = 3z_f \bar{I}_{a_1} \Rightarrow \bar{V}_{a_1} - \bar{V}_{a_2} = z_f \bar{I}_{a_1}$$

در نتیجه باید امپدانس  $z_f$  را بین دو مدار توالی مثبت و منفی که می خواهیم در اتصالاتی L-L موازی کنیم به طور سری قرار دهیم.

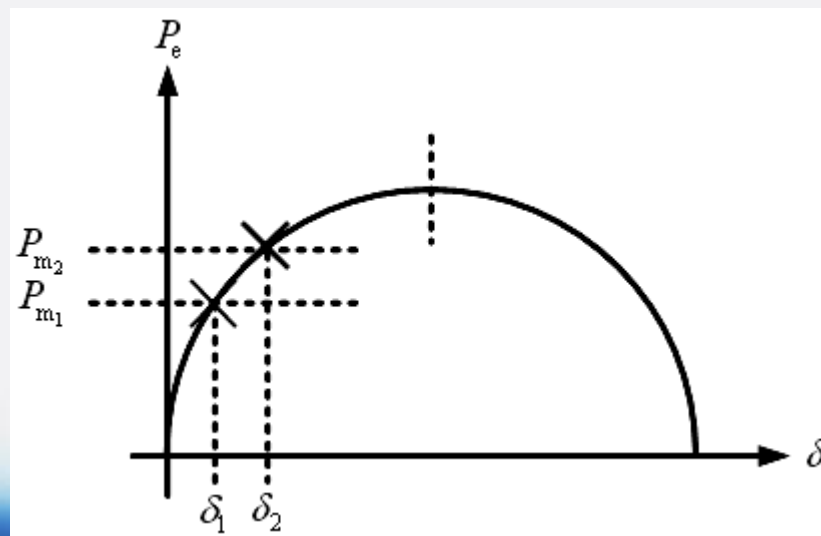
# فصل هفتم: پایداری گذرای سیستم قدرت

انواع پایداری:

- ۱- پایداری گذرا: بررسی پایداری سیستم به دنبال اختلال های بزرگ (تغییرات شدید و ناگهانی) نظیر اتصال کوتاه، کلیدزنی و ...
- ۲- پایداری حالت دائمی یا مانا (استاتیکی): مدل ساده ژنراتور به کار می رود.
- ۳- پایداری دینامیکی: در نظر گرفتن مدل های AVR و گاورنر در تحلیل پایداری



$$P_e = \frac{|\bar{E}_G| |\bar{V}_t|}{x_s} \sin \delta \quad , \quad P_{\max} \leftrightarrow \delta = \frac{\pi}{2}$$



در نقطه کار حالت دائمی :

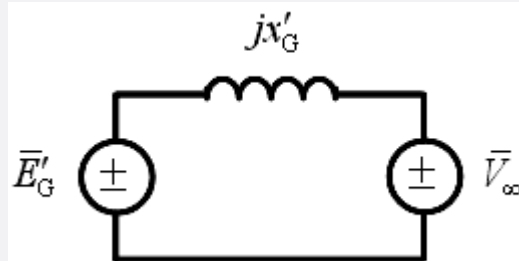
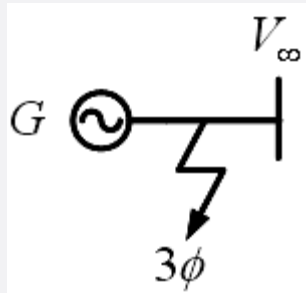
$$\begin{cases} P_m = P_e \\ \omega = \omega_s \end{cases}$$

$P_m$  : توان مکانیکی (ورودی)

$P_e$  : توان الکتریکی (خروجی)

# فصل هفتم: پایداری گذرای سیستم قدرت

ژنراتور متصل به باس بینهایت



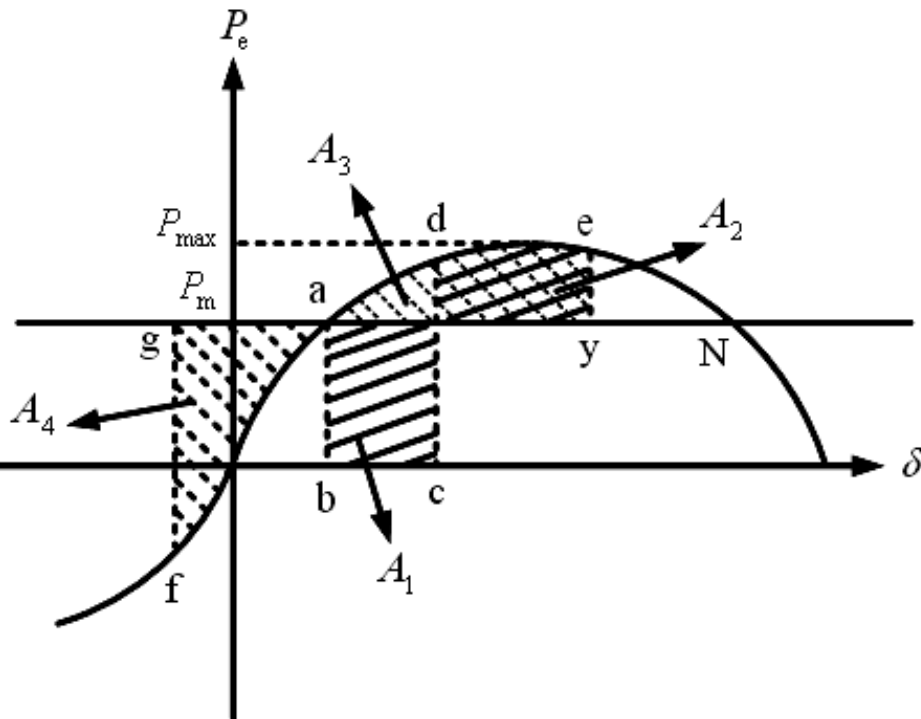
$$P_e = \frac{|\bar{E}'_G| |\bar{V}_\infty|}{x'_G} \sin \delta = P_{\max} \sin \delta$$

روش سطوح معادل

$$A_1 = A_2, \quad A_3 = A_4$$



انرژی از دست رفته



# فصل هفتم: پایداری گذرای سیستم قدرت

نقطه تعادل پایدار (تعادل اولیه)  $a \left\{ \begin{array}{l} P_m = P_e \\ \omega = \omega_s \end{array} \right.$  اتصال کوتاه  $>$   $b \left\{ \begin{array}{l} P_e = 0 < P_m \\ \omega = \omega_s \end{array} \right. \Rightarrow$  نقطه کار در  $b$  نمی تواند باقی بماند.

در خلال اتصال  $c \left\{ \begin{array}{l} P_e = 0 < P_m \\ \omega > \omega_s \end{array} \right.$  بر طرف شدن اتصالی  $>$   $d \left\{ \begin{array}{l} P_e > P_m \\ \omega > \omega_s \end{array} \right.$   $>$   $e \left\{ \begin{array}{l} P_e > P_m \\ \omega = \omega_s \end{array} \right.$

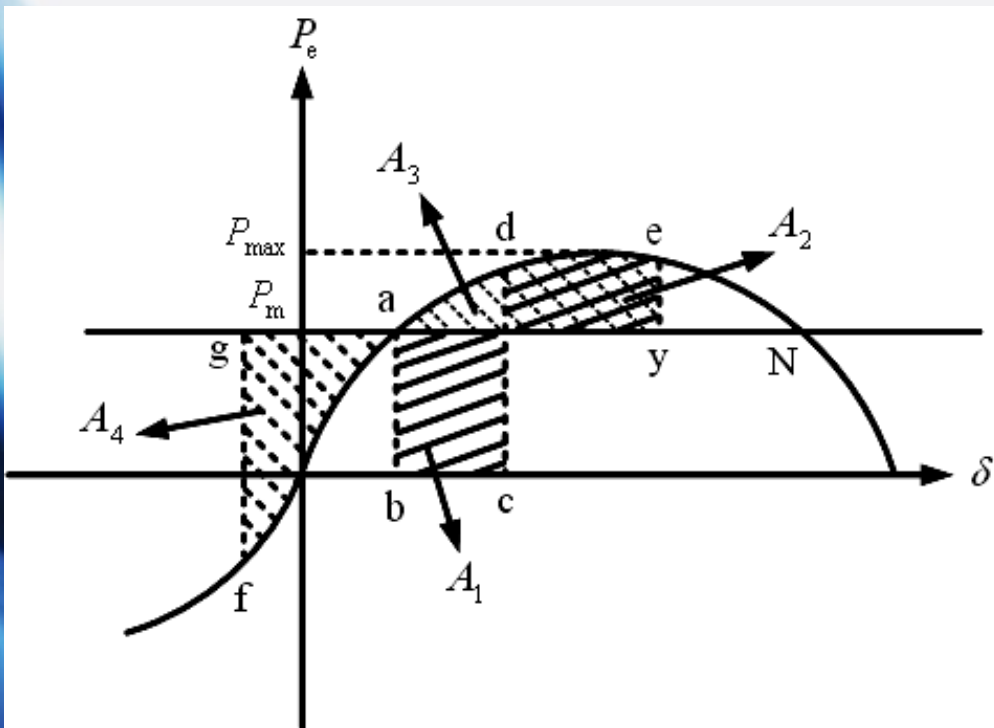
چون انرژی خروجی بیشتر از ورودی است لذا سرعت کاهش می یابد. در نتیجه  $\delta$  کم می شود. (اگر نقطه  $e$  به نقطه  $N$  برسد:  $N$  نقطه تعادل ناپایدار است).

$a \left\{ \begin{array}{l} P_m = P_e \\ \omega < \omega_s \end{array} \right.$   $>$   $f \left\{ \begin{array}{l} P_e < P_m \\ \omega = \omega_s \end{array} \right.$   $>$   $a \left\{ \begin{array}{l} P_e = P_m \\ \omega > \omega_s \end{array} \right.$   $>$   $e \left\{ \begin{array}{l} P_e > P_m \\ \omega = \omega_s \end{array} \right.$

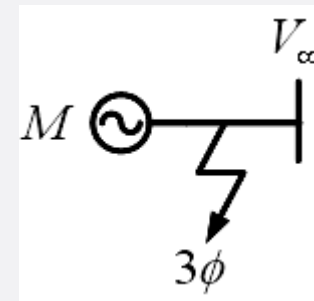
# فصل هفتم: پایداری گذرای سیستم قدرت

شرط احراز پایداری مجدد :  $A_1 \leq A_2^{\max}$

اولین باری که  $\delta$  شروع به کاهش می کند: نقطه نوسانی اول :: First Swing  
 اگر First Swing وجود داشته باشد، (e) پایداری مجدد احراز می شود.



موتور متصل به باس بینهایت

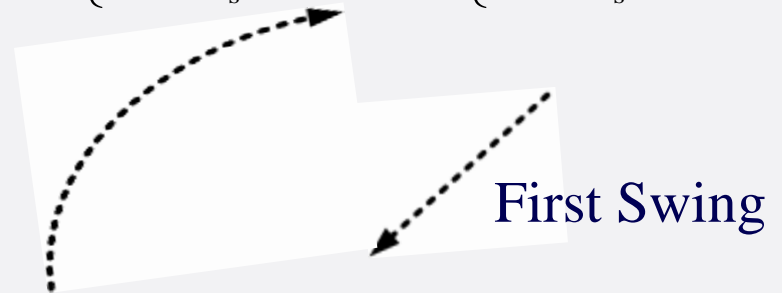


$$A_1 = A_2 , A_3 = A_4$$

# فصل هفتم: پایداری گذرای سیستم قدرت

نقطه تعادل پایدار (تعادل اولیه)  $a \begin{cases} P_m = P_e \\ \omega = \omega_s \end{cases} \xrightarrow[\text{سه فاز}]{\text{اتصال}} b \begin{cases} P_e = 0 < P_m \\ \omega = \omega_s \end{cases} \Rightarrow$  نقطه کار در  $b$  نمی تواند باقی بماند.

در خلال اتصال  $c \begin{cases} P_e = 0 < P_m \\ \omega < \omega_s \end{cases} \xrightarrow[\text{اتصال}]{\text{بر طرف شدن}} d \begin{cases} P_e > P_m \\ \omega < \omega_s \end{cases} \rightarrow e \begin{cases} P_e > P_m \\ \omega = \omega_s \end{cases}$

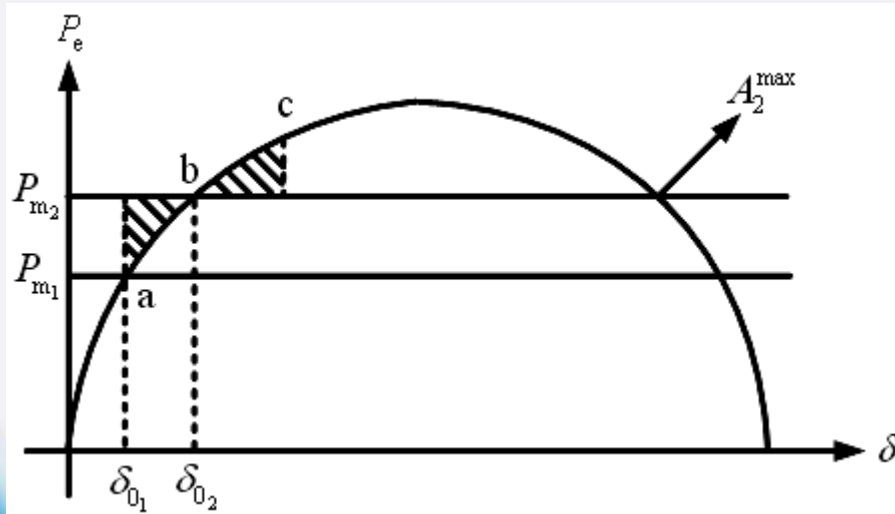


$f \begin{cases} P_e < P_m \\ \omega = \omega_s \end{cases} < \text{-----} a \begin{cases} P_e = P_m \\ \omega > \omega_s \end{cases}$

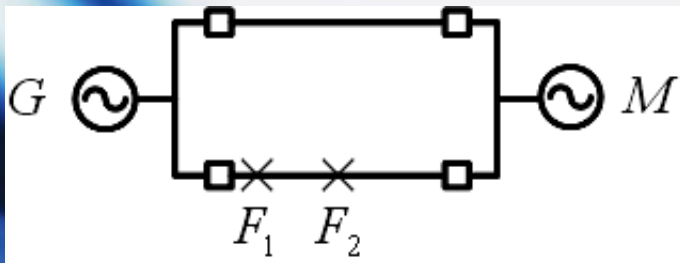


# فصل هفتم: پایداری گذرای سیستم قدرت

تغییر ناگهانی بار یک موتور سنکرون

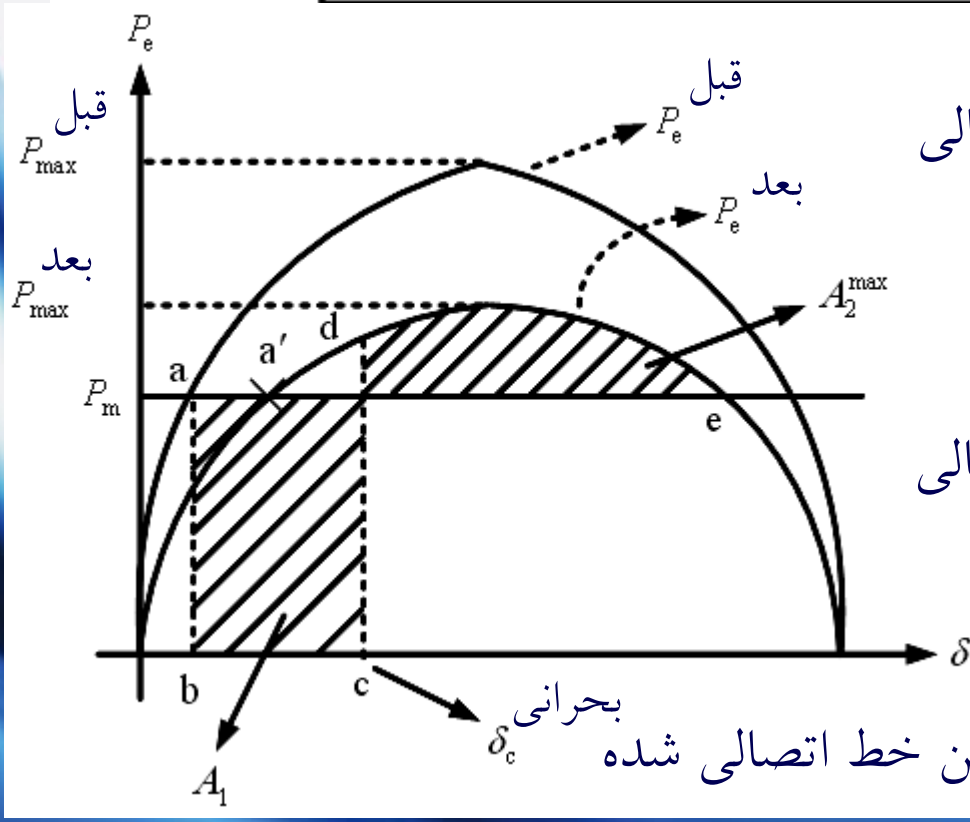
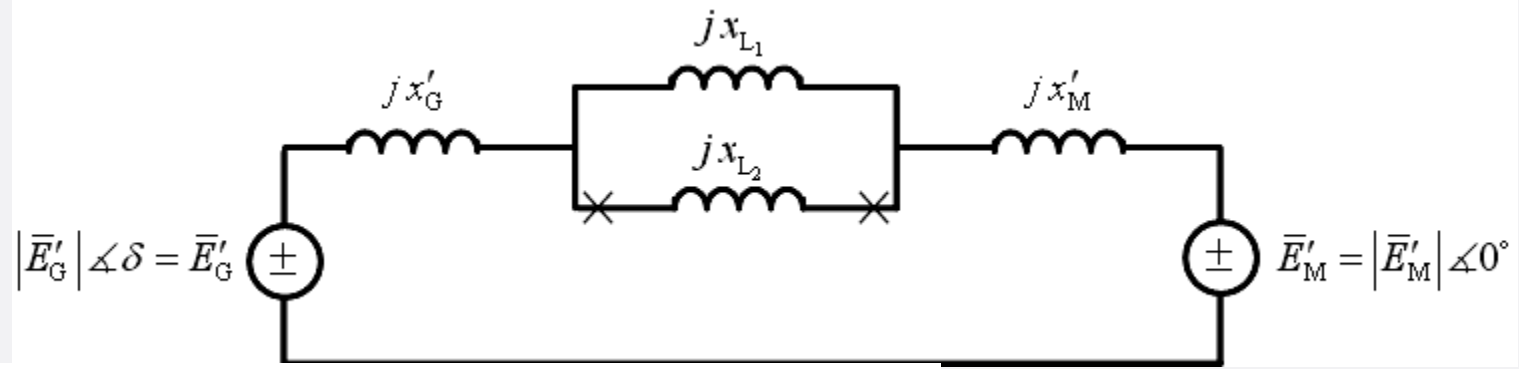


مثال: الف) اتصال در  $F_1$  ؟ ب) اتصال در  $F_2$  ؟  
زاویه  $\delta$  بحرانی یا زمان بحرانی؟



# فصل هفتم: پایداری گذرای سیستم قدرت

(حل: الف)



قبل از اتصالی  $P_e = \frac{|\bar{E}'_G| |\bar{E}'_M|}{x'_G + x'_{L1} \parallel x'_{L2} + x'_M} \sin \delta$

$= P_{max}^{قبل} \sin \delta$

در خلال اتصالی  $P_e = 0$

پس از باز شدن  $P_e = \frac{|\bar{E}'_G| |\bar{E}'_M|}{x'_G + x'_{L1} + x'_M} \sin \delta$

$= P_{max}^{بعد} \sin \delta$

کلیدهای طرفین خط اتصالی شده بحرانی  $\delta_c$

# فصل هفتم: پایداری گذرای سیستم قدرت

نقطه تعادل پایدار (تعادل اولیه)

$$a \left\{ \begin{array}{l} P_m = P_e \\ \omega = \omega_s \end{array} \right. \xrightarrow[\text{فاز در } F_1]{\text{اتصال سه}} > b \left\{ \begin{array}{l} P_e = 0 < P_m \\ \omega = \omega_s \end{array} \right. \xrightarrow[\text{اتصال}]{\text{در خلال}} > c \left\{ \begin{array}{l} P_e = 0 < P_m \\ \omega > \omega_s \end{array} \right.$$

باز شدن کلیدهای طرفین خط

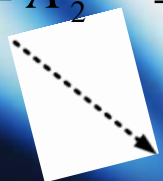
$$\xrightarrow{\text{باز شدن کلیدهای طرفین خط}} d \left\{ \begin{array}{l} P_e > P_m \\ \omega > \omega_s \end{array} \right. \xrightarrow{\text{---}} e \left\{ \begin{array}{l} P_e \geq P_m \\ \omega = \omega_s \end{array} \right.$$

شرط احراز پایداری مجدد (نوسان اول):

نقطه تعادل نهایی:  $a'$        $A_1 \leq A_2^{\max}$

بحرانی

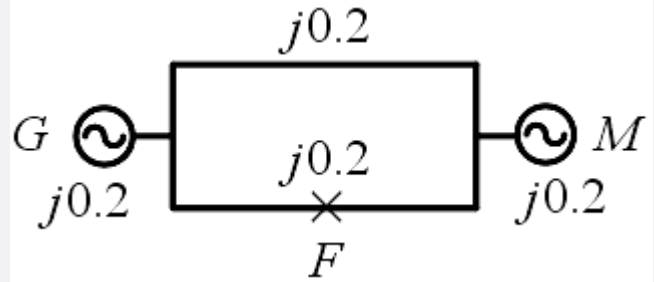
$$\text{if } A_1 = A_2^{\max} \Rightarrow \delta_c = \dots$$



با استفاده از انتگرال گیری

# فصل هفتم: پایداری گذرای سیستم قدرت

حل: ب)

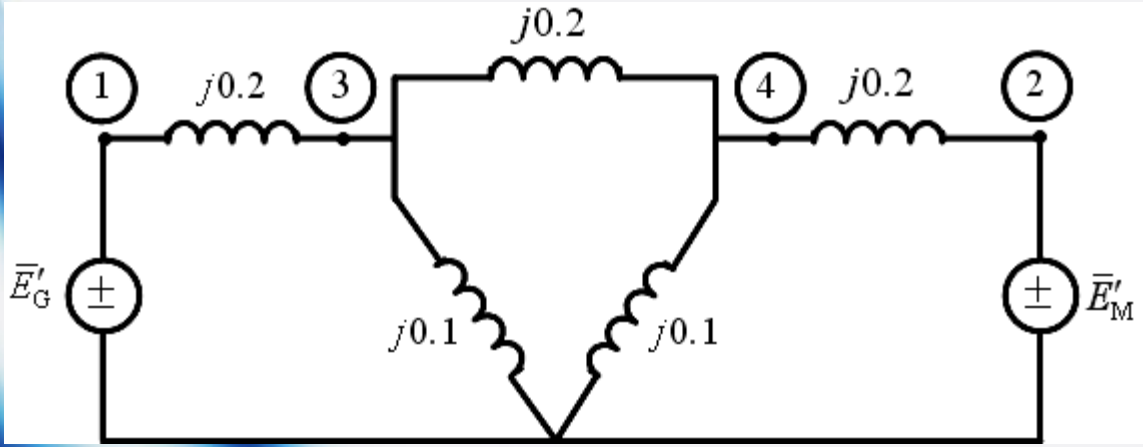


قبل از اتصالی :

$$\begin{cases} P_m = 1^{pu} \\ V_t^M = 1^{pu} \\ P_{f_M} = 100\% \end{cases}$$

فرض

$$\begin{cases} |\bar{E}'_G| = 1.2^{pu} \\ |\bar{E}'_M| = 0.95^{pu} \end{cases}$$



فرض



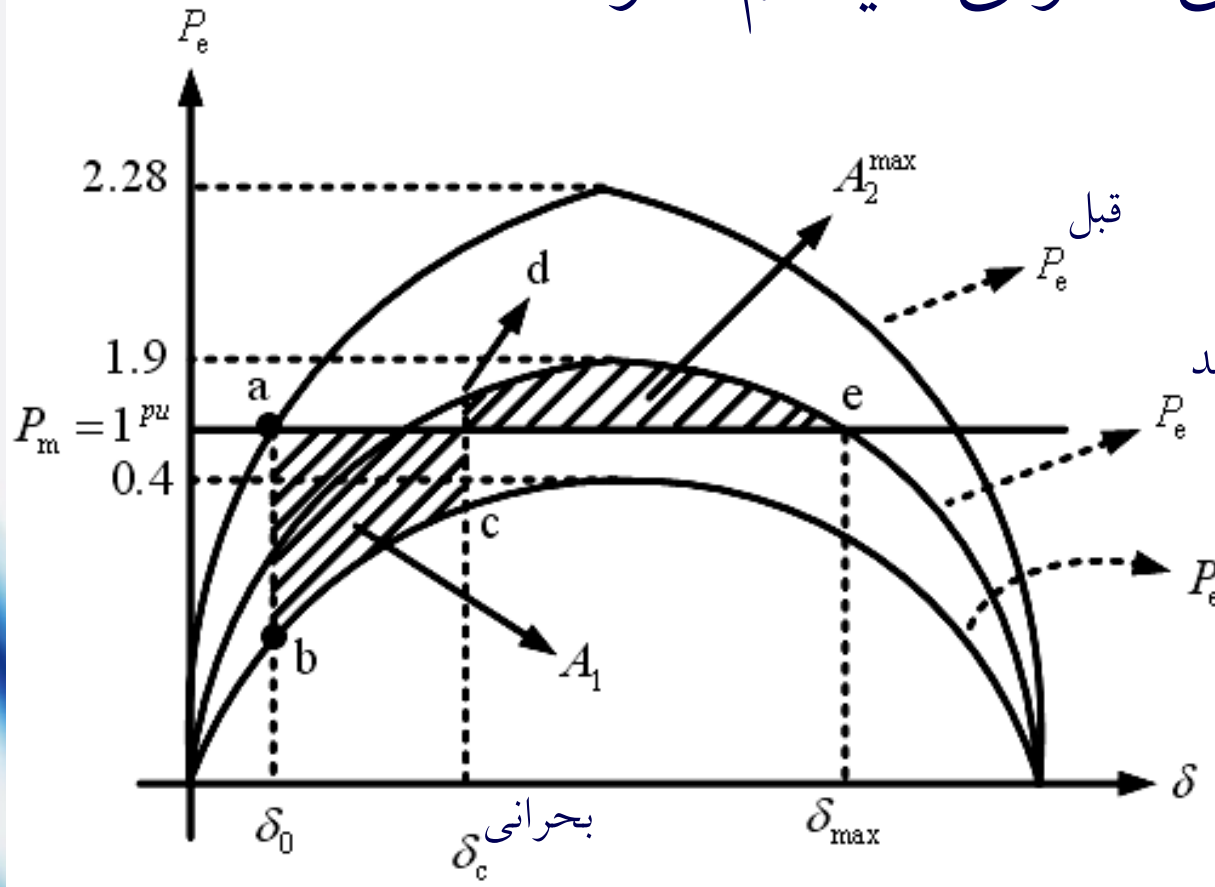
در خلال

$$P_e = \dots \sin \delta = 0.4 \sin \delta$$

$$P_e^{قبل} = \frac{1.2 \times 0.95}{0.2 + 0.2/2 + 0.2} \sin \delta = 2.28 \sin \delta$$

$$P_e^{بعد} = \frac{1.2 \times 0.95}{0.2 + 0.2 + 0.2} \sin \delta = 1.9 \sin \delta$$

# فصل هفتم: پایداری گذرای سیستم قدرت



$$A_1 \leq A_2^{\max}$$

$$\int_{\delta_0}^{\delta_c} (P_m - P_e) d\delta = \int_{\delta_c}^{\delta_{\max}} (P_e - P_m) d\delta$$

$$\Rightarrow \int_{\delta_0}^{\delta_c} (1 - 0.4 \sin \delta) d\delta = \int_{\delta_c}^{\delta_{\max}} (1.9 \sin \delta - 1) d\delta \Rightarrow \delta_c = \dots$$

# فصل هفتم: پایداری گذرای سیستم قدرت

دینامیک ماشین و معادله نوسان

فرض: اتصالی سه فاز در ترمینال یک ژنراتور رخ داده - تحلیل به کمک مدل گذرای ماشین

توان شتاب دهنده :  $P_m - P_e = P_a$

$$\theta_m = \omega_{s_m} t + \delta_m \rightarrow \frac{d\theta_m}{dt} = \omega_{s_m} + \frac{d\delta_m}{dt}, \quad \frac{d^2\theta_m}{dt^2} = \frac{d^2\delta_m}{dt^2}$$

$\omega_{s_m}$ : سرعت سنکرون بر حسب رادیان مکانیکی بر ثانیه

$$J \frac{d^2\theta_m}{dt^2} = T_m - T_e = T_a: \text{ گشتاور شتاب دهنده}$$

$$\Rightarrow J \frac{d^2\delta_m}{dt^2} = T_m - T_e$$

$\omega_m$ : سرعت زاویه ای مکانیکی روتور

$J$ : ممان اینرسی، لختی

$$\omega_m = \frac{d\theta_m}{dt} \rightarrow J \omega_m \frac{d^2\delta_m}{dt^2} = P_m - P_e$$

# فصل هفتم: پایداری گذرای سیستم قدرت

$$M = J\omega_m \Rightarrow M \frac{d^2\delta_m}{dt^2} = P_m - P_e$$

$M$ : ثابت لختی یا اینرسی

تعریف: ثابت  $H$

$$H = \frac{\text{مگا ژول انرژی جنبشی ذخیره شده در سرعت سنکرون}}{\text{مگا ولت آمپر نامی ماشین}}$$

واحد  $H$ : ثانیه

$$H = \frac{\frac{1}{2}J\omega_{s_m}^2}{S_{\text{nominal}}} = \frac{\frac{1}{2}M\omega_{s_m}}{S_{\text{nominal}}} \Rightarrow M = \frac{2HS_{\text{nominal}}}{\omega_{s_m}} \Rightarrow \frac{2HS_{\text{nominal}}}{\omega_{s_m}} \frac{d^2\delta_m}{dt^2} = P_m - P_e$$

معادله نوسان: Swing Equation

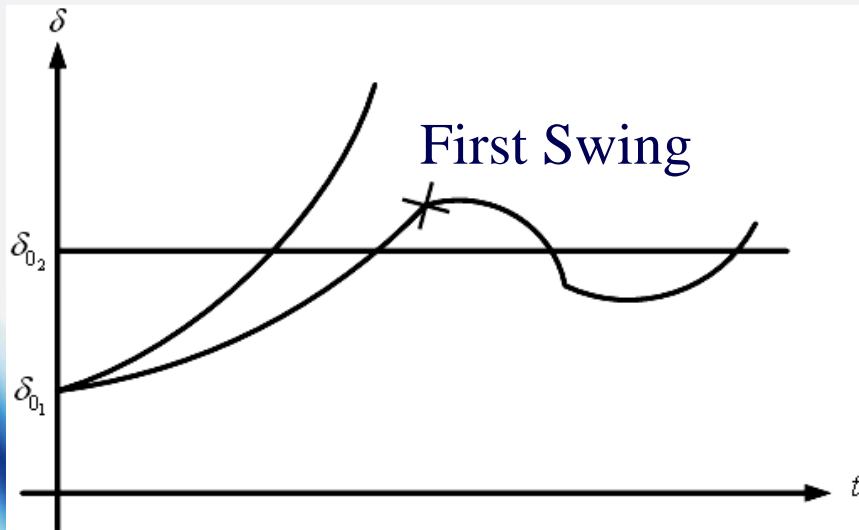
$$\frac{2H}{\omega_{s_m}} \frac{d^2\delta_m}{dt^2} = P_m^{\text{pu}} - P_e^{\text{pu}} \quad \text{یا} \quad \frac{2H}{\omega_s} \frac{d^2\delta}{dt^2} = P_m^{\text{pu}} - P_e^{\text{pu}}$$

و برای موتور سنکرون:

$$\frac{2H}{\omega_s} \frac{d^2\delta}{dt^2} = P_e^{\text{pu}} - P_m^{\text{pu}}$$

# فصل هفتم: پایداری گذرای سیستم قدرت

نکته: در ژنراتور با افزایش سرعت،  $\delta$  افزایش می یابد ولی در موتور با کاهش سرعت  $\delta$  افزایش می یابد.



**ماشین همنوا یا به هم چسبیده: Coherent**

رفتار دو ماشین مانند هم است. (دو ژنراتور یا دو موتور) در واقع مانند آن است که روتورهایشان به طور مکانیکی جفت شده اند.



## فصل هفتم: پایداری گذرای سیستم قدرت

$$\begin{cases} \frac{2H_1}{\omega_s} \frac{d^2 \delta_1}{dt^2} = P_{m_1}^{\text{pu}} - P_{e_1}^{\text{pu}} \\ \frac{2H_2}{\omega_s} \frac{d^2 \delta_2}{dt^2} = P_{m_2}^{\text{pu}} - P_{e_2}^{\text{pu}} \end{cases} \quad \text{coherent}$$

$$\downarrow$$

$$\delta_1 = \delta_2 = \delta \Rightarrow \frac{2}{\omega_s} (H_1 + H_2) \frac{d^2 \delta}{dt^2} = (P_{m_1}^{\text{pu}} + P_{m_2}^{\text{pu}}) - (P_{e_1}^{\text{pu}} + P_{e_2}^{\text{pu}})$$

$$\Rightarrow \frac{2H}{\omega_s} \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_m^{\text{pu}} - P_e^{\text{pu}}, \quad H = H_1 + H_2, \quad P_m^{\text{pu}} = P_{m_1}^{\text{pu}} + P_{m_2}^{\text{pu}}, \quad P_e^{\text{pu}} = P_{e_1}^{\text{pu}} + P_{e_2}^{\text{pu}}$$

مثال: معادله نوسان ماشین معادل با دو ماشین coherent زیر را به دست آورید:

$$G_1: 500^{\text{MVA}}, 0.85^{\text{pf}}, 20^{\text{kv}}, 3600^{\text{rpm}}, 4.8^{\text{MJ/MVA}}$$

$$G_2: 1333^{\text{MVA}}, 0.9^{\text{pf}}, 220^{\text{kv}}, 1800^{\text{rpm}}, 3.27^{\text{MJ/MVA}}$$

حل:

$$S_{\text{base}} = 100^{\text{MVA}}, \quad H = \frac{\text{مجموع انرژی سینتیک دو ماشین بر حسب مگا ژول}}{100 \text{ MVA}}$$

$$\Rightarrow H = \frac{4.8 \times 500 + 3.27 \times 1333}{100} = 67.59 \text{ sec (MJ/MVA)}, \quad \frac{2H}{\omega_s} \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_m^{\text{pu}} - P_e^{\text{pu}}$$

# فصل هفتم: پایداری گذرای سیستم قدرت

## معادله نوسان برای دو ماشین غیر Coherent

$$\begin{cases} \frac{2H_1}{\omega_s} \frac{d^2 \delta_1}{dt^2} = P_{m_1}^{\text{pu}} - P_{e_1}^{\text{pu}} \\ \frac{2H_2}{\omega_s} \frac{d^2 \delta_2}{dt^2} = P_{m_2}^{\text{pu}} - P_{e_2}^{\text{pu}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{2}{\omega_s} \frac{H_1 H_2}{H_1 + H_2} \frac{d^2 \delta_1}{dt^2} = \frac{H_2}{H_1 + H_2} (P_{m_1}^{\text{pu}} - P_{e_1}^{\text{pu}}) \\ \frac{2}{\omega_s} \frac{H_1 H_2}{H_1 + H_2} \frac{d^2 \delta_2}{dt^2} = \frac{H_1}{H_1 + H_2} (P_{m_2}^{\text{pu}} - P_{e_2}^{\text{pu}}) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{\omega_s} \frac{H_1 H_2}{H_1 + H_2} \frac{d^2 (\delta_1 - \delta_2)}{dt^2} = \frac{H_2}{H_1 + H_2} (P_{m_1}^{\text{pu}} - P_{e_1}^{\text{pu}}) - \frac{H_1}{H_1 + H_2} (P_{m_2}^{\text{pu}} - P_{e_2}^{\text{pu}})$$

$$= \frac{H_2 P_{m_1}^{\text{pu}} - H_1 P_{m_2}^{\text{pu}}}{H_1 + H_2} - \frac{H_2 P_{e_1}^{\text{pu}} - H_1 P_{e_2}^{\text{pu}}}{H_1 + H_2}$$

$$\Rightarrow \frac{2H}{\omega_s} \frac{d^2 \delta_{12}}{dt^2} = P_m^{\text{pu}} - P_e^{\text{pu}}$$

$$\delta_{12} = \delta_1 - \delta_2, \quad H = \frac{H_1 H_2}{H_1 + H_2}, \quad P_m^{\text{pu}} = \frac{H_2 P_{m_1}^{\text{pu}} - H_1 P_{m_2}^{\text{pu}}}{H_1 + H_2}, \quad P_e^{\text{pu}} = \frac{H_2 P_{e_1}^{\text{pu}} - H_1 P_{e_2}^{\text{pu}}}{H_1 + H_2}$$

# فصل هفتم: پایداری گذرای سیستم قدرت

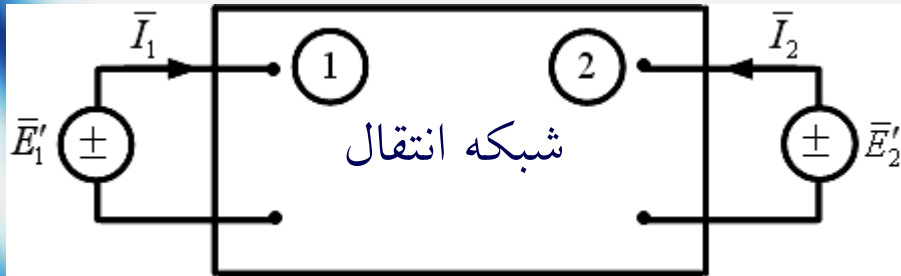
نکته: اگر  $\delta_{12}$  نمایی شد، سیستم در مجموع ناپایدار است و اگر  $\delta_{12}$  سینوسی شد، سیستم در مجموع پایدار است.

کاربرد: سیستم دو ماشینه دارای یک ژنراتور و یک موتور سنکرون:

$$P_m^{pu} = P_{m_1}^{pu} = -P_{m_2}^{pu}$$

$$P_e^{pu} = P_{e_1}^{pu} = -P_{e_2}^{pu}$$

معادله نوسان برای یک سیستم دو ماشینه در حالت کلی



ماتریس ادمیتانس شبکه کاهش یافته به دو گره

$$Y_{BUS} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix}$$

# فصل هفتم: پایداری گذرای سیستم قدرت

از فصل سوم داریم:

$$P_i - jQ_i = \bar{V}_i^* \left( \sum_{k=1}^N Y_{ik} \bar{V}_k \right) \Rightarrow (P_i - jQ_i)^* = \bar{V}_i \left( \sum_{k=1}^N Y_{ik} \bar{V}_k \right)^*$$

$$\Rightarrow P_i + jQ_i = \bar{V}_i \left( \sum_{k=1}^N Y_{ik} \bar{V}_k \right)^*$$

$$\begin{cases} \bar{V}_1 = \bar{E}_1 \\ \bar{V}_2 = \bar{E}_2 \end{cases}, \begin{cases} N = 2 \\ i = 1 \end{cases} \Rightarrow P_1 + jQ_1 = \bar{E}_1 (Y_{11} \bar{E}_1)^* + \bar{E}_1 (Y_{12} \bar{E}_2)^*$$

که در آن:

$$Y_{12} = |Y_{12}| \angle \theta_{12}, \quad Y_{11} = G_{11} + jB_{11}, \quad \bar{E}_1 = |\bar{E}_1| \angle \delta_1, \quad \bar{E}_2 = |\bar{E}_2| \angle \delta_2$$

$$\Rightarrow P_1 + jQ_1 = |\bar{E}_1| \angle \delta_1 \left( [G_{11} + jB_{11}] |\bar{E}_1| \angle \delta_1 \right)^* + |\bar{E}_1| \angle \delta_1 \left( |Y_{12}| |\bar{E}_2| \angle \theta_{12} + \delta_2 \right)^*$$

$$\Rightarrow P_1 + jQ_1 = |\bar{E}_1| \angle \delta_1 \left( [G_{11} - jB_{11}] |\bar{E}_1| \angle -\delta_1 \right) + |\bar{E}_1| |Y_{12}| |\bar{E}_2| \angle \delta_1 - \theta_{12} - \delta_2$$

$$\Rightarrow P_1 + jQ_1 = |\bar{E}_1|^2 G_{11} - j|\bar{E}_1|^2 B_{11} + |\bar{E}_1| |Y_{12}| |\bar{E}_2| \cos(\delta_1 - \delta_2 - \theta_{12})$$

$$+ j|\bar{E}_1| |Y_{12}| |\bar{E}_2| \sin(\delta_1 - \delta_2 - \theta_{12})$$

## فصل هفتم: پایداری گذرای سیستم قدرت

$$\Rightarrow \begin{cases} P_1 = |\bar{E}_1|^2 G_{11} + |\bar{E}_1| |Y_{12}| |\bar{E}_2| \cos(\delta_1 - \delta_2 - \theta_{12}) \\ Q_1 = -|\bar{E}_1|^2 B_{11} + |\bar{E}_1| |Y_{12}| |\bar{E}_2| \sin(\delta_1 - \delta_2 - \theta_{12}) \end{cases}$$

فرض:  $\gamma = \theta_{12} - \frac{\pi}{2}$  ,  $\delta = \delta_1 - \delta_2$

$$\Rightarrow \begin{cases} P_1 = |\bar{E}_1|^2 G_{11} + |\bar{E}_1| |Y_{12}| |\bar{E}_2| \cos(\delta - \gamma - \frac{\pi}{2}) \\ Q_1 = -|\bar{E}_1|^2 B_{11} + |\bar{E}_1| |Y_{12}| |\bar{E}_2| \sin(\delta - \gamma - \frac{\pi}{2}) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P_1 = |\bar{E}_1|^2 G_{11} + |\bar{E}_1| |Y_{12}| |\bar{E}_2| \sin(\delta - \gamma) \\ Q_1 = -|\bar{E}_1|^2 B_{11} - |\bar{E}_1| |Y_{12}| |\bar{E}_2| \cos(\delta - \gamma) \end{cases}$$

در سیستم دارای تلفات انتقال:

$$\Rightarrow P_e = P_c + P_{\max} \sin(\delta - \gamma) , P_c = |\bar{E}_1|^2 G_{11} , P_{\max} = |\bar{E}_1| |Y_{12}| |\bar{E}_2|$$

$$P_e = \frac{|\bar{E}_G| |\bar{V}_\infty|}{x} \sin \delta \quad \text{مقایسه با سیستم بدون تلف:} \quad \Rightarrow |Y_{12}| = \frac{1}{x}$$

# فصل هفتم: پایداری گذرای سیستم قدرت

ضریب توان سنکرون کننده در نوسانات کم دامنه

$$\frac{2H}{\omega_s} \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_m - P_e \quad \text{معادله نوسان:} \quad \delta_0 \text{ زاویه تعادل اولیه:}$$

$$\text{در نقطه تعادل: } \delta = \delta_0, \quad P_m = P_{e_0}$$

$$P_e = P_{e_0} + P_{e_\Delta} \rightarrow \delta = \delta_0 + \delta_\Delta, \quad P_m = \text{ثابت} \quad \text{فرض}$$

$$\Rightarrow \frac{2H}{\omega_s} \frac{d^2(\delta_0 + \delta_\Delta)}{dt^2} = P_m - (P_{e_0} + P_{e_\Delta}) \rightarrow \underbrace{\frac{2H}{\omega_s} \frac{d^2 \delta_0}{dt^2}} + \frac{2H}{\omega_s} \frac{d^2 \delta_\Delta}{dt^2} = \underbrace{P_m - P_{e_0}} - P_{e_\Delta}$$

$$\Rightarrow \frac{2H}{\omega_s} \frac{d^2 \delta_\Delta}{dt^2} = -P_{e_\Delta} \quad \textcircled{1}$$

$$P_e = P_{e_0} + P_{e_\Delta} = P_{\max} \sin(\delta_0 + \delta_\Delta) = P_{\max} \sin \delta_0 \cos \delta_\Delta + P_{\max} \cos \delta_0 \sin \delta_\Delta$$

$$\delta_\Delta \text{ کوچک} \Rightarrow \cos \delta_\Delta \cong 1, \quad \sin \delta_\Delta \cong \delta_\Delta$$

## فصل هفتم: پایداری گذرای سیستم قدرت

$$\Rightarrow P_e = P_{e_0} + P_{e_\Delta} = \underbrace{P_{\max} \sin \delta_0}_{\text{مقایسه با معادله}} + (P_{\max} \cos \delta_0) \delta_\Delta \Rightarrow P_{e_\Delta} = (P_{\max} \cos \delta_0) \delta_\Delta \quad (2)$$

$$(2) \text{ و } (1) \Rightarrow \frac{2H}{\omega_s} \frac{d^2 \delta_\Delta}{dt^2} + (P_{\max} \cos \delta_0) \delta_\Delta = 0$$

ضریب توان سنکرون کننده در نوسانات کم دامنه :  $s_p = P_{\max} \cos \delta_0$

در واقع  $s_p$  شیب منحنی (slip) در نقطه p است.

$$\Rightarrow \frac{d^2 \delta_\Delta}{dt^2} + \left( \frac{\omega_s}{2H} s_p \right) \delta_\Delta = 0 \quad \begin{array}{l} \text{مقایسه با معادله} \\ \text{حرکت نوسانی ساده} \end{array} > \frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_n^2 x = 0$$

فرکانس زاویه ای نوسان نامیرا :  $\omega_n$  پاسخ :  $x(t) = A \cos \omega_n t + B \sin \omega_n t$

$$\Rightarrow \omega_n = \sqrt{\frac{\omega_s s_p}{2H}} = 2\pi f_n \quad \text{فرکانس نوسانات حول نقطه تعادل اولیه :}$$

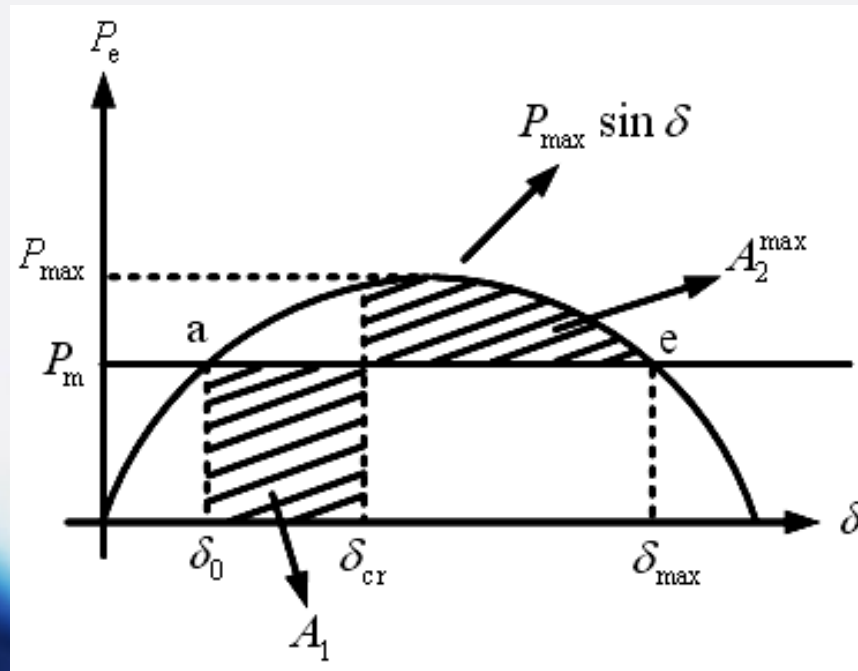
# فصل هفتم: پایداری گذرای سیستم قدرت

نقطه تعادل پایدار  $\Rightarrow$  مشابه حرکت نوسانی ساده  $\Rightarrow$  if  $s_p > 0$

در دو نقطه  $a$  و  $e$ ،  $\omega = \omega_s$  است.

در نقطه  $a$  :  $s_p > 0$

نقطه تعادل ناپایدار  $\Rightarrow$   $s_p < 0$  در نقطه  $e$





## فصل هفتم: پایداری گذرای سیستم قدرت

حل معادله نوسان در خلال اتصالی وقتی که  $P_e = 0$ :

$$\frac{2H}{\omega_s} \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_m - P_e \Rightarrow \frac{d^2 \delta}{dt^2} = \frac{\omega_s}{2H} P_m \Rightarrow \frac{d\delta}{dt} = \frac{\omega_s}{2H} P_m t$$

$$\Rightarrow \delta = \frac{\omega_s}{4H} P_m t^2 + \delta_0 \quad \therefore \delta_{cr} \rightarrow t_{cr} \Rightarrow t_{cr} = \sqrt{\frac{4H(\delta_{cr} - \delta_0)}{\omega_s P_m}}$$

مبنای روش "معیار سطوح معادل"

ژنراتور متصل به باس بینهایت را در نظر می گیریم:

$$\frac{2H}{\omega_s} \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_m - P_e$$

$$\text{تعریف: } \omega_r = \omega - \omega_s = \frac{d\delta}{dt}$$

( در سرعت سنکرون  $\omega_r = 0$  )

## فصل هفتم: پایداری گذرای سیستم قدرت

$$\Rightarrow \left(\frac{2H}{\omega_s}\right) \frac{d\omega_r}{dt} = P_m - P_e \rightarrow \text{طرفین را در } \omega_r = \frac{d\delta}{dt} \text{ ضرب می کنیم.}$$

$$\Rightarrow \frac{H}{\omega_s} (2\omega_r \frac{d\omega_r}{dt}) = (P_m - P_e) \frac{d\delta}{dt} \rightarrow \frac{H}{\omega_s} \left(\frac{d(\omega_r^2)}{dt}\right) = (P_m - P_e) \frac{d\delta}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{H}{\omega_s} d(\omega_r^2) = (P_m - P_e) d\delta \rightarrow \begin{cases} \omega_{r_1} : \delta_1 \\ \omega_{r_2} : \delta_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{H}{\omega_s} (\omega_{r_1}^2 - \omega_{r_2}^2) = \int_{\delta_1}^{\delta_2} (P_m - P_e) d\delta \rightarrow \begin{cases} \delta_1 \rightarrow \delta_0 \Rightarrow \omega_{r_1} = 0 \\ \delta_2 \rightarrow \delta_{\max} = \pi - \delta_0 \Rightarrow \omega_{r_2} = 0 \end{cases}$$

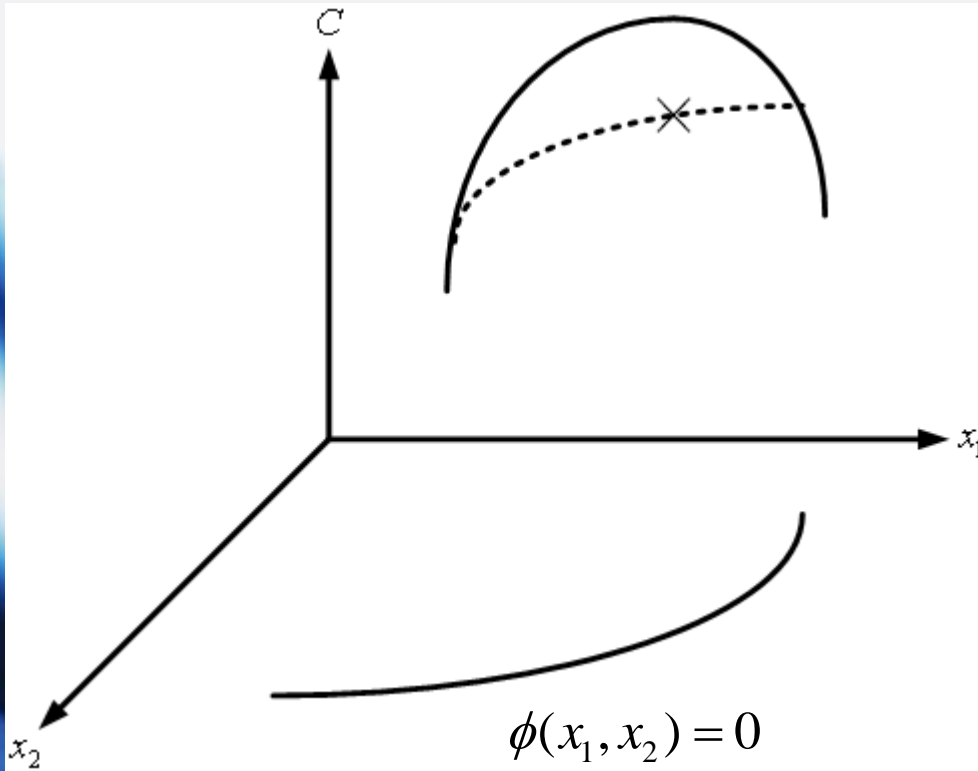
$$\Rightarrow \int_{\delta_0}^{\delta_{\max}} (P_m - P_e) d\delta = 0 \Rightarrow A_1 = A_2^{\max}$$

# فصل هشتم: توزیع اقتصادی بار : ELD

## ELD: Economic Load Dispatch

- مسأله بهینه سازی: بیشینه سازی - کمینه سازی

مثال:



$$\begin{cases} C = x_1^2 + 4x_2^2 + 4x_2 & \text{تابع هدف} \\ \phi(x_1, x_2) = 0 & \text{تابع قيد} \end{cases}$$

# فصل هشتم: توزیع اقتصادی بار : ELD

روش لاگرانژ

$$\text{Max (or Min): } C(x_1, x_2, \dots, x_N)$$

متغیرهای تصمیم گیری  
تابع هدف  
(هزینه)

$$\text{تابع قید : } \phi(x_1, x_2, \dots, x_N) = 0$$

$$\text{تابع لاگرانژ : } C^* = C - \lambda \phi$$

$$\lambda : \text{ضریب لاگرانژ}$$

$$dC^* = 0 \Leftrightarrow \text{مختصات نقطه بهینه (جواب مسأله)}$$

$$\begin{cases} \text{Max } C = x_1^2 + 4x_2^2 + 4x_2 \\ \phi(x_1, x_2) = x_1 + x_2 - 5 = 0 \end{cases}$$

مثال:

## فصل هشتم: توزیع اقتصادی بار : ELD

$$C^* = C - \lambda\phi = (x_1^2 + 4x_2^2 + 4x_2) - \lambda(x_1 + x_2 - 5)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial C^*}{\partial x_1} = 0 \Rightarrow 2x_1 - \lambda = 0 \\ \frac{\partial C^*}{\partial x_2} = 0 \Rightarrow 8x_2 + 4 - \lambda = 0 \\ \frac{\partial C^*}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 - 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 4.4 \\ x_2 = 0.6 \\ \lambda = 8.8 \end{cases}$$

### صورت مسأله ELD

$$\left(\frac{\$/h}{\right) C_i(p_i) = \alpha_i p_i^2 + \beta_i p_i + \gamma_i \quad :: \quad P_i : MW$$

(در سیستم های حرارتی):

$$\text{تابع هدف} : Min : total\ cost = \sum_{i=1}^N C_i(p_i)$$

$$\text{تابع قید} : \sum_{i=1}^N p_i = Demand$$

در رابطه فوق منظور از  $p_i$  ،  $P_{G_i}$  (توان تولیدی واحد  $i$  ام) می باشد.

# فصل هشتم: توزیع اقتصادی بار : ELD

الف) با صرفه نظر از تلفات انتقال – بر اساس روش لاگرانژ

$$L = (\text{total cost})^* = \sum_{i=1}^N C_i(p_i) - \lambda \left( \sum_{i=1}^N p_i - \text{Demand} \right)$$

$$p_i^{\min} \leq p_i \leq p_i^{\max} \quad i = 1, 2, \dots, N$$

$$\begin{array}{l} N+1 \text{ معادله و} \\ N+1 \text{ مجهول} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial L}{\partial p_i} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \begin{array}{l} \text{معادلات} \\ \text{هماهنگی} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} (2\alpha_i p_i + \beta_i) - \lambda = 0 \\ \sum_{i=1}^N p_i - \text{Demand} = 0 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow (p_1, p_2, \dots, p_N)^*, \lambda \text{ محاسبه}$$

$$\frac{\$}{MWh} \frac{\partial C_i}{\partial p_i} = (IC)_i = 2\alpha_i p_i + \beta_i = \text{هزینه سوخت افزایشی (شیب هزینه سوخت):}$$

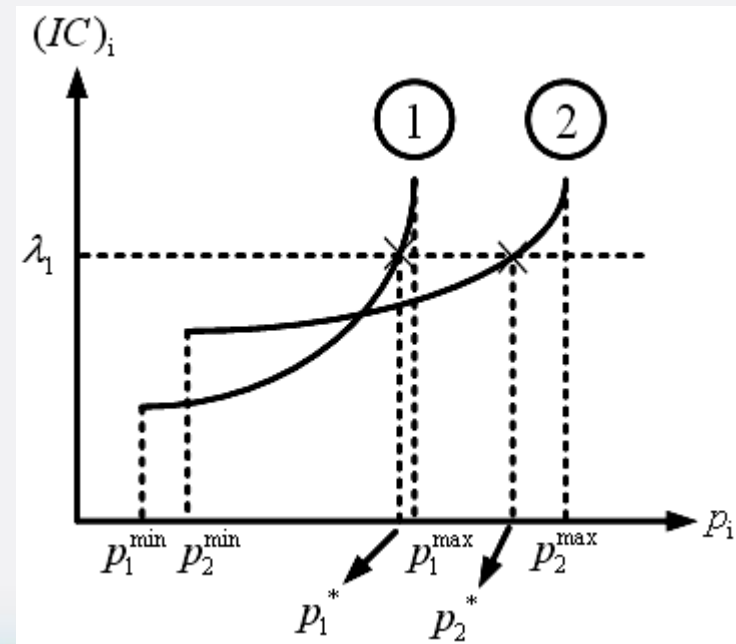
# فصل هشتم: توزیع اقتصادی بار : ELD

روش تکرار  $\lambda$

معادلات هماهنگی با صرفه نظر از تلفات انتقال :

$$\begin{cases} (IC)_i = \lambda, \quad i = 1, 2, \dots, N \\ \sum_{i=1}^N p_i - Demand = 0 \end{cases}$$

$\lambda$	$p_1^*$	$p_2^*$	$Demand = p_1^* + p_2^*$
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.



# فصل هشتم: توزیع اقتصادی بار : ELD

مثال:

$$\begin{cases} (IC)_1 = 0.008p_1 + 8 & \$/MWh \\ (IC)_2 = 0.0096p_2 + 6.4 & \$/MWh \end{cases}$$

بنا به فرض، از هر دو واحد همیشه بهره برداری می شود. بار کل از  $250^{MW}$  تا  $1250^{MW}$  تغییر می کند، حداکثر و حداقل بار هر واحد به ترتیب  $625^{MW}$  و  $100^{MW}$  است. شیب هزینه سوخت و توزیع بار بین واحدها را برای حداقل هزینه در بارهای کلی مختلف نشان داده شده در جدول زیر تعیین کنید.

$P_1 + P_2$ (MW)	$P_2^*$	$P_1^*$	$\lambda$
250			
350			
533			
717			
900			
1083			
1175			
1250			

معادلات هماهنگی با صرفه نظر از تلفات انتقال

$$\begin{cases} 0.008p_1 + 8 = 0.0096p_2 + 6.4 = \lambda \\ p_1 + p_2 = P_{\text{TotalLoad}} \end{cases}$$

$$100^{MW} \leq p_1, p_2 \leq 625^{MW}$$



## فصل هشتم: توزیع اقتصادی بار : ELD

$p_1 + p_2$ (MW)	$p_2^*$ (MW)	$p_1^*$ (MW)	$\lambda$ (\$/MWh)
250	150	100	7.84
350	250	100	8.8
533	333	200	9.6
717	417	300	10.4
900	500	400	11.2
1083	583	500	12
1175	625	550	12.4
1250	625	625	13

$$\Rightarrow \begin{cases} p_1 - 1.2p_2 = -200 \\ p_1 + p_2 = P_{\text{TotalLoad}} \end{cases}$$

مثلاً:

$$P_{\text{TotalLoad}} = 900^{MW} \Rightarrow \begin{aligned} p_1^* &= 400^{MW}, \\ p_2^* &= 500^{MW} \end{aligned}$$

مثال: در مسأله قبل، ضرر ناشی از توزیع بار مساوی نسبت به توزیع اقتصادی در سال را برای بار کلی  $900^{MW}$  حساب کنید.

حالت اول:  $p_2 = 450^{MW}$  ,  $p_1 = 450^{MW}$

حالت دوم:  $p_2 = 500^{MW}$  ,  $p_1 = 400^{MW}$

## فصل هشتم: توزیع اقتصادی بار : ELD

$$\Delta C_1 = \int_{400}^{450} (IC)_1 dp_1 = \int_{400}^{450} (0.008 p_1 + 8) dp_1 = 570 \text{ \$/h}$$

$$\Delta C_2 = \int_{500}^{450} (IC)_2 dp_2 = \int_{500}^{450} (0.0096 p_2 + 6.4) dp_2 = -548 \text{ \$/h}$$

علامت منفی نشان می دهد که با کاهش خروجی، هزینه نیز کاهش می یابد.

$$\text{افزایش خالص هزینه} = 570 - 548 = 22 \text{ \$/h} \rightarrow 22 \times 24 \times 365 = 192720 \text{ \$/year}$$

صرفه جویی به نظر کوچک می آید اما با این صرفه جویی در هر ساعت، هزینه سوخت در یک سال بهره برداری مداوم 192720 دلار کاهش خواهد یافت.

# فصل هشتم: توزیع اقتصادی بار : ELD

(ب) با در نظر گرفتن تلفات انتقال

$$\text{total cost} = \sum_{i=1}^N C_i(p_i) \quad \text{:: هزینه کل} : Min : \text{تابع هدف}$$

$$\text{تابع قید} : \sum_{i=1}^N p_i - Demand - p_{Loss} = 0$$

$$L = \sum_{i=1}^N C_i(p_i) - \lambda \left( \sum_{i=1}^N p_i - Demand - p_{Loss} \right)$$

$$\text{معادلات هماهنگی با} \quad \left\{ \begin{array}{l} (IC)_i - \lambda \left( 1 - \frac{\partial p_{Loss}}{\partial p_i} \right) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N \\ \sum_{i=1}^N p_i - Demand - p_{Loss} = 0 \end{array} \right.$$

در نظر گرفتن تلفات انتقال

محاسبه  $p_{Loss}$  بر حسب  $p_i$  ها:

$$p_{Loss} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N p_i B_{ij} p_j = [p]^T [B] [p]$$

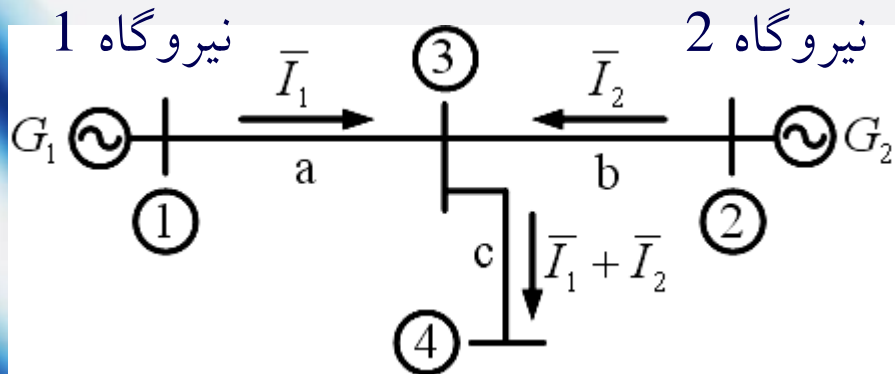
معلوم: ماتریس ضرایب تلف :  $[B]$

# فصل هشتم: توزیع اقتصادی بار : ELD

مثال: برای دو واحد تولیدی:

$$[B] = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix}$$

$$p_{\text{Loss}} = \begin{bmatrix} p_1 & p_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \end{bmatrix} = B_{11}p_1^2 + B_{12}p_1p_2 + B_{21}p_1p_2 + B_{22}p_2^2$$



مثال: فرض:  $\bar{I}_1$  و  $\bar{I}_2$  همفاز

$$p_{\text{Loss}} = 3R_a |\bar{I}_1|^2 + 3R_b |\bar{I}_2|^2 + 3R_c |\bar{I}_1 + \bar{I}_2|^2$$

$$\text{همفاز } \bar{I}_1 \text{ و } \bar{I}_2 : |\bar{I}_1 + \bar{I}_2| = |\bar{I}_1| + |\bar{I}_2|$$

$$\Rightarrow p_{\text{Loss}} = 3(R_a + R_c) |\bar{I}_1|^2 + 3 \times 2 |\bar{I}_1| |\bar{I}_2| R_c + 3(R_b + R_c) |\bar{I}_2|^2$$

## فصل هشتم: توزیع اقتصادی بار : ELD

مثال:  $p_1$  و  $p_2$  توان های خروجی سه فاز نیروگاه های اول و دوم با ضریب توان های  $pf_1$  و  $pf_2$  و ولتاژ شینه های  $\bar{V}_1$  و  $\bar{V}_2$  باشند، آنگاه:

$$|\bar{I}_1| = \frac{p_1}{\sqrt{3}|\bar{V}_1|pf_1}, \quad |\bar{I}_2| = \frac{p_2}{\sqrt{3}|\bar{V}_2|pf_2}$$

$$P_{\text{Loss}} = \underbrace{\left(\frac{R_a + R_c}{|\bar{V}_1|^2 pf_1^2}\right)}_{B_{11}} p_1^2 + 2 \underbrace{\left(\frac{R_c}{|\bar{V}_1||\bar{V}_2| pf_1 \cdot pf_2}\right)}_{B_{12}=B_{21}} p_1 p_2 + \underbrace{\left(\frac{R_b + R_c}{|\bar{V}_2|^2 pf_2^2}\right)}_{B_{22}} p_2^2 = B_{11} p_1^2 + 2B_{12} p_1 p_2 + B_{22} p_2^2$$

مثال: در مسأله قبل فرض کنید:  $\bar{V}_3 = 1^{pu} \angle 0^\circ$ ,  $\bar{I}_2 = 0.8^{pu} \angle 0^\circ$ ,  $\bar{I}_1 = 1^{pu} \angle 0^\circ$   
 ضرایب اتلاف را  $z_c^{pu} = 0.02 + j0.08$ ,  $z_b^{pu} = 0.03 + j0.12$ ,  $z_a^{pu} = 0.04 + j0.16$  محاسبه کنید.

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_3 + z_a \bar{I}_1 = 1 \angle 0^\circ + (0.04 + j0.16) \times 1 \angle 0^\circ = 1.04 + j0.16 = 1.05221 \angle 8.75^\circ$$

$$\bar{V}_2 = \bar{V}_3 + z_b \bar{I}_2 = 1 \angle 0^\circ + (0.03 + j0.12) \times 0.8 \angle 0^\circ = 1.024 + j0.096 = 1.0285 \angle 5.36^\circ$$

## فصل هشتم: توزیع اقتصادی بار : ELD

$$pf_1 = \cos(8.75^\circ) = 0.988 \quad , \quad pf_2 = \cos(5.36^\circ) = 0.996$$

$$B_{11} = \frac{0.04 + 0.02}{(1.04)^2} = 0.0555^{pu} \quad , \quad B_{12} = B_{21} = \frac{0.02}{1.04 \times 1.024} = 0.0188^{pu}$$

$$B_{22} = \frac{0.03 + 0.02}{(1.024)^2} = 0.0477^{pu}$$

$$L_i = \frac{1}{1 - \frac{\partial p_{Loss}}{\partial p_i}} \quad \text{ضریب جریمه:}$$

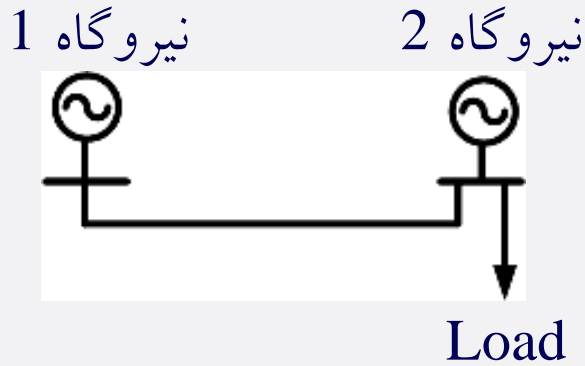
$$\begin{array}{l} \text{معادلات هماهنگی} \\ \text{بدون تلفات انتقال} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} (IC)_i = \lambda \\ \sum_{i=1}^N p_i - \underbrace{Demand}_{\text{با تلفات انتقال}} = 0 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{معادلات هماهنگی} \\ \text{با تلفات انتقال} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} (IC)_i \times L_i = \lambda \\ \sum_{i=1}^N p_i - Demand - p_{Loss} = 0 \end{array} \right.$$

گاهی اوقات: Load (Demand + تلفات انتقال)

علت نام گذاری ضریب جریمه:

⇐ هر چه  $L_i \uparrow$  (تلفات بیشتر) ⇐ به ازای یک  $\lambda$  خاص:  $(IC)_i$  کمتر ⇐  $p_i$  کمتر

## فصل هشتم: توزیع اقتصادی بار : ELD



مثال:

$$\begin{cases} (IC)_1 = 0.01p_1 + 8.5 & \$/MWh \\ (IC)_2 = 0.015p_2 + 9.5 & \$/MWh \end{cases}$$

مثال: به هنگام انتقال  $200^{MW}$  از نیروگاه اول به دوم، اتلاف در خط  $16^{MW}$  است. مطلوب است تولید بهینه هر نیروگاه و توان دریافتی بار وقتی ای سیستم  $12.5 \$/MWh$  باشد.

$$P_{Loss} = B_{11}p_1^2 + 2B_{12}p_1p_2 + B_{22}p_2^2$$

حل:

از آنجا که همه بار روی نیروگاه دوم قرار دارد، تغییر  $p_2$  نمی تواند بر  $P_{Loss}$  تأثیر بگذارد.

$$\Rightarrow B_{12} = B_{22} = 0$$


## فصل هشتم: توزیع اقتصادی بار : ELD

$$p_{\text{Loss}} = 16^{MW}, \quad p_1 = 200^{MW} \Rightarrow B_{11} = \frac{16}{(200)^2} = 0.0004^{1/MW}$$

$$\Rightarrow p_{\text{Loss}} = 0.0004 p_1^2$$

$$L_1 = \frac{1}{1 - \frac{\partial p_{\text{Loss}}}{\partial p_1}} = \frac{1}{1 - 0.0008 p_1}, \quad L_2 = 1$$

معادلات هماهنگی  
با تلفات انتقال

$$\begin{cases} \left( \frac{1}{1 - 0.0008 p_1} \right) \times (0.01 p_1 + 8.5) = 12.5 \\ (1) \times (0.015 p_2 + 9.5) = 12.5 \end{cases}$$


$$\Rightarrow p_1^* = 200^{MW}, \quad p_2^* = 200^{MW}$$

$$p_{\text{Loss}} = 0.0004 \times (200)^2 = 16^{MW}$$

$$P_{\text{Load}} = p_1^* + p_2^* - p_{\text{Loss}} = 384^{MW}$$