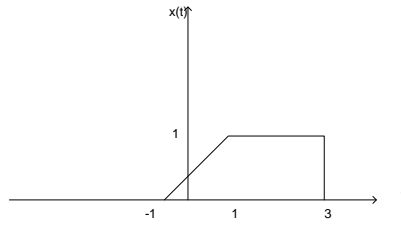


۱- سیگنال  $x(t)$  مطابق شکل زیر است.  $x(-0.5t+2)$  را رسم کنید. (۲نمره)



۲- متناوب بودن دو سیگنال زیر را بررسی کنید و در صورت متناوب بودن دوره تناوب اصلی را به دست آورید. همچنین قسمت فرد هر دو سیگنال را محاسبه کنید. (۳.۵نمره)

$$x_1(t) = \sin^2(t) + \cos(7\pi t) \quad , \quad x_2[n] = \cos\left(\frac{3\pi n}{7}\right) + e^{j\frac{2\pi n}{5}}$$

۳- سیستمی با رابطه  $y(t) = x(t-3)u(-t)$  مشخص شده است. خواص بی حافظه بودن، علیت، پایداری، تغییرناپذیر بودن با زمان، خطی بودن و معکوس پذیری را در مورد این سیستم بررسی کنید. اگر سیستم معکوس پذیر است معکوس آن را بیابید و چنانچه معکوس پذیر نیست دو ورودی مختلف مثال بزنید که خروجی یکسان تولید کنند. (۴نمره)

۴- اگر الف)  $x(t) = \begin{cases} 1 & 5 \leq t \leq 7 \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases}$  و  $h(t) = e^{-t}u(t)$  حاصل  $y(t) = x(t) * h(t)$  را به طور دقیق دست آورید. (۴نمره)

۵- پاسخ یک سیستم LTI به ورودی  $x(t) = u(t-2)$  برابر  $y(t) = (1 - e^{-(t-1)})u(t-3)$  است (۳نمره).  
الف)  $s(t)$  و  $h(t)$  را بیابید.  
ب) پایداری و علی بودن سیستم را بررسی کنید.

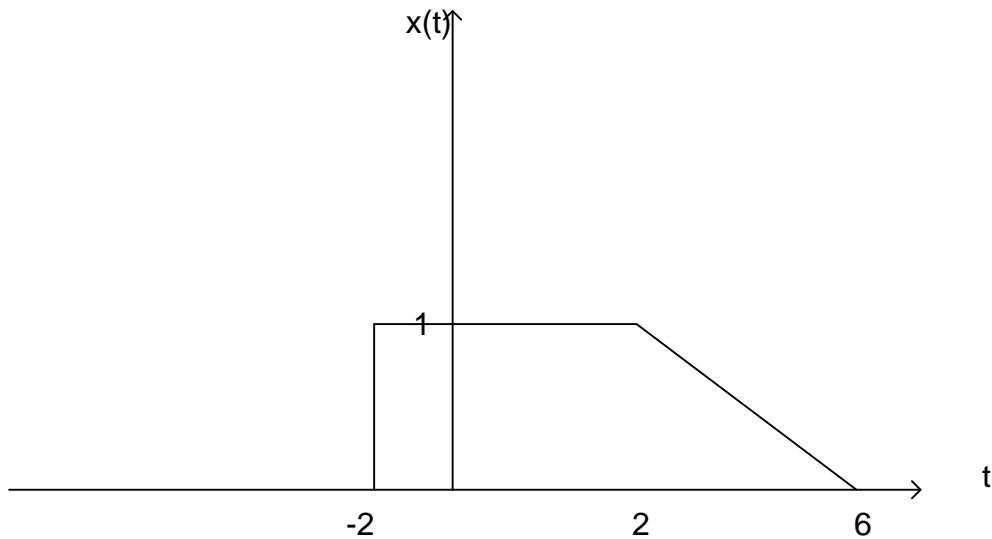
۶- فرض کنید دو سیستم LTI با پاسخهای ضربه‌ای  $h_1[n] = (0.5)^n u[n]$  و  $h_2[n] = u[n]$  با هم سری شده‌اند.

الف) اگر ورودی این سیستم  $x[n] = \delta[n] - \delta[n-1]$  باشد خروجی سیستم را پیدا کنید.  
ب) درباره علی بودن سیستم LTI ترکیب این دو سیستم چه می‌توان گفت؟ (۳/۵نمره)

موفق باشید

حل امتحان

۱- برای رسم  $X(-0.5t+2)$  ابتدا  $y(t)=x(t+2)$  را رسم کرده و سپس  $z(t)=y(-0.5t)$  رسم می‌شود:



۲- الف) برای دوره تناوب  $x_1(t) = \sin^2(t) + \cos(7\pi t)$ ، دوره تناوب  $\sin^2(t) = \frac{1 - \cos 2t}{2}$  برابر  $\pi$  و

دوره تناوب  $\cos(7\pi t)$  برابر  $\frac{2}{7}$  است. چون هیچ عددی جود ندارد که تقسیم آن به  $\pi$  و  $\frac{2}{7}$  عدد

صحیح باشد پس متناوب نیست. برای به دست آوردن قسمت زوج آن چون  $\sin^2(t) = \frac{1 - \cos 2t}{2}$

و  $\cos(7\pi t)$  هر دو زوجند پس قسمت فرد برابر صفر است. البته می‌توان از رابطه

$$x_{10}(t) = (x_1(t) - x_1(-t))/2$$

ب) برای دوره تناوب، دوره تناوب  $\cos\left(\frac{3\pi n}{7}\right)$  برابر  $\frac{14}{3} = \frac{2\pi}{3\pi}$  است که به دلیل سسته زمان بودن

فقط صورت آن یعنی ۱۴ دوره تناوب است. و دوره تناوب  $e^{j\frac{2\pi n}{5}}$  نیز برابر ۵ است و در نتیجه دوره

تناوب برابر (۱۴ و ۵) ک.م.م = ۷۰ است. قسمت فرد این سیگنال نیز برابر  $j \sin\left(\frac{2\pi n}{5}\right)$  است.

$$y(t) = x(t-3)u(-t) \quad ۳-$$

حافظه دار : به دلیل  $x(t-3)$

علی: چون به زمان های بعد از  $t$  برای  $x(t)$  وابسته نیست

پایدار: چون اگر  $|x(t)| \leq M$  نتیجه می شود  $|x(t-3)| \leq M$  و  $|u(-t)| \leq 1$

تغییر پذیر: چون  $u(-t)$  فقط تابعی از زمان است نه وابسته به  $x(t)$

خطی: چون  $x(t-3)$  خطی است

برای بررسی معکوس پذیری، چون  $u(-t)$  برای  $u(-t)$  فقط تابعی از  $t > 0$  برابر صفر است باید

دو سیگنال گفته شود که برای  $t > 0$  برابر صفر باشند مانند  $x_1(t) = 0$  و  $x_2(t) = u(t-1)$  که

خروجی هر دو آنها به ازای سیستم موجود برابر صفر است.

۴- این مثال شبیه به مثال کلاس است با این تفاوت که  $5 \leq t \leq 7$ . در این صورت خروجی به صورت زیر است:

$$y(t) = x(t) * h(t) = \begin{cases} 0 & t < 5 \\ \int_5^t e^{t-\tau} d\tau & 5 \leq t \leq 7 \\ \int_5^7 e^{t-\tau} d\tau & 7 \leq t \end{cases}$$

۵- سیستم تغییر ناپذیر با زمان است پس اگر  $U(t-2)$  منجر به پاسخ  $y(t)$  شود،  $u(t)$  نیز منجر به پاسخ  $y(t+2)$  خواهد شد. در نتیجه:

$$s(t) = y(t+2) = (1 - e^{-((t+2)-1)})u((t+2)-3) = (1 - e^{-(t+1)})u(t-1)$$

$$h(t) = \frac{ds(t)}{dt} = e^{-(t+1)}u(t-1) + (1 - e^{-(t+1)})\delta(t-1) = e^{-(t+1)}u(t-1) + (1 - e^{-2})\delta(t-1)$$

ب) چون به ازای  $t < 0$  مقدار  $h(t)$  صفر است بنابراین سیستم علی است. همچنین چون

$$\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)| dt < \infty$$

است پس سیستم پایدار نیز است.

۶- در قسمت الف می توان ابتدا جای دو سیستم را عوض نمود و سپس ابتدا  $x[n]$  را در  $h_2$  و سپس حاصل در  $h_1$  کانولوشن کرد:

بنابراین داریم:

$$y1[n]=x[n]*h2[n]=(\delta[n]-\delta[n-1])*u[n]=u[n]-u[n-1]=\delta[n]$$

$$y2[n]=y1[n]*h1[n]=\delta[n]*(0.5)^n u[n]=(0.5)^n u[n]$$

ب) چون  $h1$  و  $h2$  هر دو علی هستند کاندولوشن آنها نیز علی است.